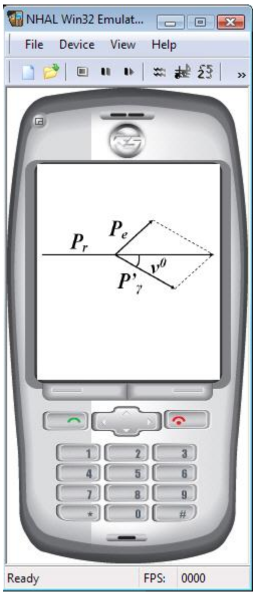


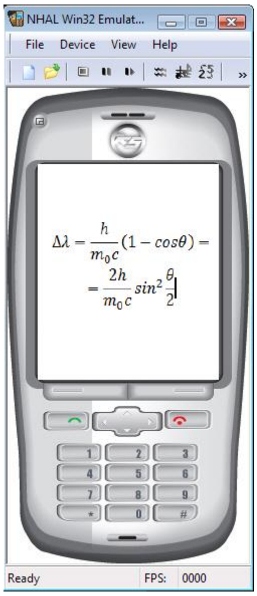


Рис. 4. *Упругое столкновение двух частиц - налетающего фотона с покоящимся свободным электроном*
Рис. 5. *Формула Комптона*

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ В КУРСЕ МАТЕМАТИКИ ТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

Ноговицина О. В.
Филиал ГОУ ВПО «МГТУ им. Г. И. Носова» в г. Белорецк

В математике XVII века самым большим достижением справедливо считается изобретение дифференциального исчисления. Сформировалось оно в ряде сочинений Исаака Ньютона, Готфрида Вильгельма Лейбница и их ближайших учеников. Исаак Ньютон пришел к понятию производной, исходя из вопросов механики определения скорости прямолинейного неравномерного движения. Функцию от времени (в современном понимании) он назвал флюэнтой, то есть текущей величиной (от латинского fluere - течь), а производную - флюксией [Филинова 2006: 178]. Подход Лейбница к открытию дифференциального исчисления был геометрическим - решение задачи о касательной к прямой. Первая печатная работа Лейбница по дифференциальному исчислению была опубликована в 1684 году. Лейбницу принадлежат и само название «дифференциальное исчисление», а также ставшие привычными в анализе обозначения dx, dy. В отличие от Ньютона, открытия которого, хотя и были сделаны раньше, долгое время служили только ему и небольшому кругу английских ученых, Лейбниц предложил свои методы сразу всему миру. К нему присоединились братья Бернулли, а в 1696 году появился первый учебник по анализу, написанный Лопиталем, учеником Иоганна Бернулли [Филинова 2006: 182-183].

Введение в математику методов анализа бесконечно малых стало началом больших преобразований. Вырабатывались элементы будущего дифференциального исчисления при решении задач, которые в настоящее время и решаются с помощью дифференцирования. В то время такие задачи были трех видов: определение касательных к кривым, нахождение максимумов и минимумов функций, отыскание условий существования алгебраических уравнений квадратных корней. В настоящее время производная является одним из основных математических понятий и широко используется при решении целого ряда задач математики, физики и других наук. Другими словами, понятие производной занимает ведущее место в курсе высшей математики технического университета.

В ходе проведенного нами диссертационного исследования, направленного на формирование готовности студентов университета к самообучению в процессе математической подготовки, была разработана и апробирована деловая игра по теме «Элементы теории функций и функционального анализа. Дифференциальное исчисление функции одной переменной. Применение дифференциального исчисления для приближенных вычислений и исследования функции». Разработанная деловая игра использовалась для закрепления материала и активизации математических знаний, умений по изученной теме. Уточним, что игровые методы обучения оказывают существенную помощь первокурсникам в адекватной адаптации, позволяют стимулировать у студентов устойчивый и долговременный интерес к учебе, предоставляют возможность сформировать мотивацию на обучение; оценить уровень подготовленности студентов; оценить степень овладения материалом; развивать индивидуальное профессиональное мышление. В ходе игры у студентов вырабатываются умения: самостоятельной работы, сбора и анализа информации, необходимой для принятия решений; принятия решений в условиях неполной или недостаточно достоверной информации, оценки эффективности принимаемых решений; организации выполнения решений; анализа задач; установление связей между различными сферами профессиональной деятельности [Виленский 2005: 148-149; Трайнев 2006: 7].

Педагогическая технология деловой игры состояла из следующих этапов: этап подготовки (разработка сценария игры и план ее проведения) этап проведения; этап анализа и обобщения (вывод, анализ, рефлексия, оценка и самооценка игры, выводы и обобщения, рекомендации). Ниже рассматривается предлагаемая нами деловая игра.

Ход игры. Студенческая группа разбита на 5 подгрупп по 4-5 человек. В каждой подгруппе (команде) необходимо выбрать капитана.

1. Презентация команд. Конкурс проводится в каждой команде.

Найдите производные функций:

$y = 2\sqrt{x} - \frac{1}{x} + \sqrt[3]{3}$ $y = (x^2 - 3x + 3)(x^3 - 1)$ $y = (\sqrt{x} + 1)(\frac{1}{\sqrt{x}} - 1)$

Найдите $y'(1)$: $y = \sqrt[3]{\frac{1}{1+x^2}}$ $y = \sin\frac{1}{x}$ $y = \sin(\sin x)$ $y = (\sin x)^{\cos x}$

Найдите общие выражения для производных порядка n от функций: $y = xe^x$ $y = \sin^2 x$. Найдите дифференциалы высших порядков: $y = e^{\frac{-x^2}{2}}, d^2y = ?$ $y = x^m, d^3y = ?$ Найдите $\frac{d^2y}{dx^2}$, если $\begin{cases} x = \ln t, \\ y = t^3 \end{cases}$

2. Дискуссия. Командам предлагаются вопросы для размышления:

1) Можно ли утверждать, что на $[-2,1]$ график функции $f(x) = x^3 - 4x^2 + x + 7$ пересекает один раз ось OX? Ответ обоснуйте.

2) Имеет ли график функции $y = \sqrt[3]{x^2}$ точки перегиба?

3) На Рисунке 1 изображен закон движения точки. Как найти среднюю скорость движения точки на $[t_1, t_2]$? Как найти мгновенную скорость в t_1? Чему она равна? Чему равна скорость в t_3? Что можно сказать об изменении скорости на $[t_1, t_4]$? $[t_4, t_5]$?

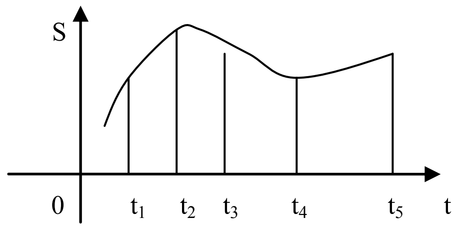


Рис. 1.

4) Чему равны угловые коэффициенты касательных к кривым $y = \frac{1}{x}$ и $y=x^2$ в точке их пересечения? Найти угол между этими касательными.

5) Дана функция $y = |x|e^x$, вычислить $y'(-1), y'(1)$ и односторонние производные для угловой точки графика функции.

6) Дана функция $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin(\frac{1}{x}), x \neq 0 \\ 0, x = 0 \end{cases}$. На примере этой функции показать, что производная от непрерывной функции не обязательно сама является непрерывной функцией.

7) Найти y', если $y = f(\sin^2 x) + f(\cos^2 x)$.

8) Найти $F'(x)$, если $F(x) = \begin{vmatrix} x & x^2 & x^3 \\ 1 & 2x & 3x^2 \\ 0 & 2 & 6x \end{vmatrix}$.

9) Найдите точки, в которых нельзя провести касательную к графику функции $y = |x^2 - x|$.

10) Функция $f(x) = \frac{1+x^2}{x^2}$ имеем равные значения на концах отрезка [-1,1], но ее производная не обращается в нуль на интервале (-1,1). Не противоречит ли это теореме Ролля?

11) Существует предел $\lim\limits_{x\to 1} \frac{x^2 - 2x + 2}{x^2 - x + 2} = \frac{1}{2}$. В то же время применение правила Лопиталя дает следующее: $\lim\limits_{x\to 1} \frac{x^2 - 2x + 2}{x^2 - x + 2} = \lim\limits_{x\to 1} \frac{2x - 2}{2x - 1} = 0$. Объясните кажущееся противоречие.

12) Для каждого значения параметра а определите число корней уравнения Lnx=ax.

13) Решите уравнение $2-\cos x=\dfrac{1}{1+x^2}$, сравнивая наименьшее и наибольшее значения его левой и правой частей.

14) Исходя из определения максимума и минимума, доказать, что функция F (x) = $\begin{cases} e^{-\frac{1}{x}}, x \neq 0 \\ 0, x=0 \end{cases}$ имеет в точке x =0 минимум, а функция G (x) = $\begin{cases} xe^{\frac{-1}{x^2}}, x \neq 0 \\ 0, x=0 \end{cases}$ не имеет в точке x = 0 экстремум.

15) Пусть f(x) - дважды дифференцируема на $[a,b]$. Указать график f(x) , если $f'(a)>0, f''(x)>0, x\in[a,b]$ (Рис. 2).

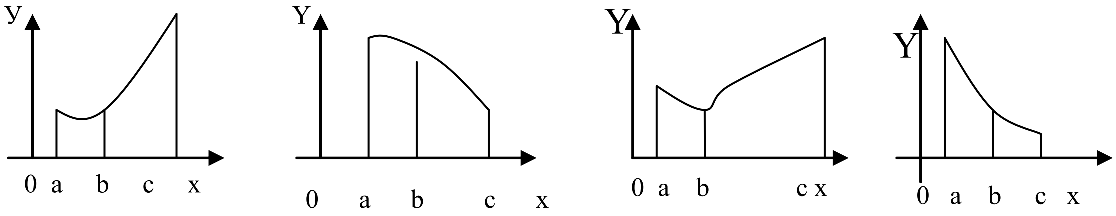
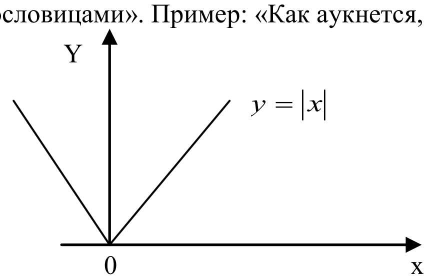


Рис. 2.

3. Творческий конкурс: командам предлагается задание: «Приведете примеры графиков функций, связанных с пословицами». Пример: «Как аукнется, так и откликнется».



4. Конкурс капитанов: «Домино». Начальная карточка:

1	$f^{(n)}(x)$	0	
$y'(x^4)$	Sin 2x	$(a^x)'$	$(\log_a x)'$
$1/\sqrt{1-x^2}$	$-1/(1+x^2)$	$d^n y/dx^n$	$f'(x)$

6x	$(\sqrt[3]{3})'$	a^xlna	$(x)'$
$(\sin^2 x)'$	8x	$(\sqrt{x})'$	
$(x^4-3x+5)''$	$1/2\sqrt{x}$	$\lim\limits_{\Delta x\to 0}\Delta y/\Delta x$	$(3x^2)'$

$1/x\ln a$	$-1/\sin^2 x$	$(arcctgx)'$	$4x^3$
$(ctgx)'$	$(\arcsin x)'$		

5. Домашнее задание: команды выступают с домашним заданием: «Применение производной в различных отраслях человеческой деятельности».

В заключение отметим, что в ходе игры студенты испытывали познавательный интерес, становились активными. На этом фоне шло формирование потребностно-мотивационной сферы, совершенствовались математические умения.

Список использованной литературы

1. **Ведерникова Н. М., Ноговицина О. В.** Задания и методические указания к типовому расчету «Элементы теории функций. Дифференцирование функции одной переменной». - Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г. И. Носова», 2006. - 32 с.
2. **Виленский М. Я., Образцов П. И., Уман А. И.** Технологии профессионально-ориентированного обучения в высшей школе: Учебное пособие / Под ред. В. А. Сластенина. - М.: Педагогическое общество России, 2005. - 192 с.
3. **Данко П. Е., Попов А. Г., Кожевникова Т. Я.** Высшая математика в упражнениях и задачах. - М.: ООО «Изд. дом «Оникс 21 век»: ООО «Издательство «Мир и образование», 2003. - Т. 1. - 304 с.
4. **Задачи и упражнения по математическому анализу для втузов** / Под ред. Б. П. Демидовича. - М.: Астрель, 2002. - 495 с.
5. **Калмыкова Е. А.** Деловые игры в математике: Интернет-ресурс.
6. **Краснов М. Л., Киселёв А. И., Макаренко Г. И., Шикин Е. В., Заляпин В. И., Соболев С. К.** Вся высшая математика. - М.: Эдиториал УРСС, 2000. - Т. 1.
7. **Линьков В. М., Яремко Н. Н.** Высшая математика в примерах и задачах. Компьютерный практикум. - М.: Финансы и статистика, 2006. - 320 с.
8. **Пискунов Н. С.** Дифференциальное и интегральное исчисление: В 2-х т. - М.: Интеграл-пресс, 2004.
9. **Трайнев В. А., Трайнев И. В.** Информационные коммуникационные педагогические технологии. - М.: Изд.-торговая корпорация «Дашков и К^0», 2006. - 280 с.
10. **Филинова О. Е.** Математика в истории мировой культуры. - М.: Гелиос АРВ, 2006. - 224 с.

О ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ОРТОТРОПНОЙ ОБОЛОЧКИ С ЖЕСТКИМИ БАНДАЖАМИ

Орлова Е. Б., Скипина Е. В.
Тюменский государственный университет

Проблема контактного взаимодействия является одной из наиболее важных при оценке прочности инженерных конструкций и технических объектов.

В данной работе рассматривается осесимметричная контактная задача взаимодействия бесконечно длинной ортотропной цилиндрической оболочки, находящейся под внутренним давлением p_0, с жесткими одинаковыми равноотстоящими бандажами с использованием сдвиговой модели С. П. Тимошенко. Целью является нахождение выражений для всех внутренних усилий и моментов, а так же ширины области соприкосновения оболочки с бандажом $2Rb$ и функции прогиба $w(\alpha)$ в области и вне области контакта оболочки с бандажом, основание меридиального сечения которого описывается функцией $f(\alpha)$.

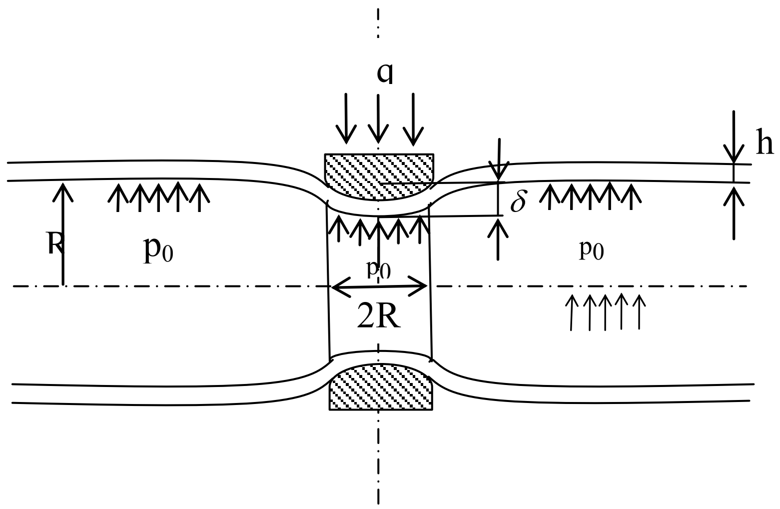


Рис. 1.

Для описания напряженно-деформированного состояния оболочки внутри области контакта уравнения равновесия приводятся к разрешающему уравнению