3. **Филиппенко, В. И.** Линейные квазидифференциальные операторы в гильбертовом пространстве [Текст] / В. И. Филиппенко // Исслед. по функц. ан. и его приложениям. - М.: Наука, 2006. - С. 293-344. Библиогр.: с. 342-344.

УСЛОВИЯ ПРИМЕНИМОСТИ ЧАСТОТНОГО КРИТЕРИЯ АБСОЛЮТНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ДЛЯ РАСПРЕДЕЛЕННЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

Чернышев А. Б.
ГОУ ВПО «Северо-Кавказский государственный технический университет», филиал в г. Кисловодске

Для нелинейных систем с сосредоточенными параметрами В.М. Поповым предложен частотный критерий определения абсолютной устойчивости, то есть устойчивости системы при любых начальных отклонениях для любой формы нелинейной характеристики, принадлежащей к некоторому определенному классу. В целях интерпретации указанного критерия для анализа систем управления с распределенными параметрами можно предположить выполнение следующих условий.

1. *Нелинейное звено представлено в виде последовательного соединения нелинейного элемента и линейной части.*

Общее соотношение между выходом и стандартизирующим входом линейного распределенного блока определяется в форме пространственно-временной композиции [Рапопорт 2003: 3].

$$Q(x,t)=\int_0^t\int_D G(x,\xi,t,\tau)\cdot w(\xi,\tau)d\xi d\tau = G(x,\xi,t,\tau)\circ w(\xi,\tau).$$

В достаточно общем случае подобное соотношение для нелинейного блока принимает вид следующего нелинейного интегрального оператора [Бутковский 1985: 1]:

$$Q(x,t)=\int_0^t\int_D P(x,\xi,t,\tau,w(\xi,\tau))d\xi d\tau$$

Где $P(x,\xi,t,\tau,w)-$ ядро оператора, являющееся заданной нелинейной функцией входного воздействия $w(\xi,\tau)$. В частности, ядро интегрального оператора может быть представлено в виде произведения

$$P(x,\xi,t,\tau,w)=S(x,\xi,t,\tau)\cdot h(\xi,\tau,w),$$

где сомножитель $S(x,\xi,t,\tau)$ играет роль аналога функции Грина $G(x,\xi,t,\tau)$ относительно нелинейной функции h от входа $w(\xi,\tau)$. Нелинейный интегральный оператор приводится к композиции

$$Q(x,t)=\int_0^t\int_D S(x,\xi,t,\tau)\cdot h(\xi,\tau,w)d\xi d\tau = S(x,\xi,t,\tau)\circ h(\xi,\tau,w).$$

Такой блок называется нелинейным блоком Гаммерштейна. Блок Гаммерштейна представляется последовательным соединением линейного распределенного блока, характеризуемого функцией Грина $S(x,\xi,t,\tau)$ и блока с нелинейностью h. Тем самым осуществляется выделение в нелинейном блоке линейной динамической части, подобно тому, как это часто делается в теории нелинейных систем с сосредоточенными параметрами. Нелинейные блоки могут включаться в общую структуру распределенной системы. Тогда уже нельзя говорить о ее передаточных функциях. В работе [Рапопорт 2003: 3] показано, что в целом при наличии нелинейностей задачу определения выхода $Q(x,t)$ нелинейной системы по заданному входу $w(\xi,\tau)$ часто удается свести к решению относительно $Q(x,t)$ некоторого нелинейного интегрального уравнения. Решение таких уравнений можно получить в общем случае только численными методами.

2. *Линейный блок системы может быть представлен бесконечной совокупностью независимых контуров.*

Объект автоматического управления должен обладать свойством пространственной инвариантности. Пусть имеется распределенный объект, математическая модель которого описывается уравнениями

$$\frac{\partial Q_i}{\partial t}=L_i\left(Q_i;\frac{\partial Q_i}{\partial x};\ldots;\frac{\partial^{n_1}Q_i}{\partial x^{n_1}};\frac{\partial Q_i}{\partial y};\ldots;\frac{\partial^{n_2}Q_i}{\partial y^{n_2}};\frac{\partial Q_i}{\partial z};\ldots;\frac{\partial^{n_3}Q_i}{\partial z^{n_3}}\right),\quad x,y,z\in V,\quad \left(i=\overline{1,n}\right),$$

где $Q_i(x,y,z,t)-$ фазовые переменные $\left(i=\overline{1,n}\right)$; $x,y,z-$ пространственные координаты; $t-$время; $V-$ пространство изменения переменных x,y,z; n,n_1,n_2,n_3- заданные целые числа; L_i- линейные операторы. Пусть входное воздействие представлено в виде ряда

$$u_\mu(x,y,j\omega t)=\sum_{\eta,\gamma=1}^{\infty}\sum_{\xi=1}^{4}C_{\mu,\eta,\gamma,\xi}(j\omega t)\cdot B_{\mu,\eta,\gamma,\xi}(x,y)\quad \left(\mu=\overline{1,m}\right).$$

Объект автоматического управления, представленный в указанной форме называется пространственно-инвариантным, если комплексный передаточный коэффициент по каждой составляющей входного воздействия не зависит от пространственных координат [Першин 2003: 2]. На физическом уровне это означает, что составляющая входного воздействия, проходя через объект управления, изменяет только амплитуду пространственной моды. На математическом уровне - собственные функции оператора объекта могут быть представлены в виде комбинации $\sin(\cdot)$ и $\cos(\cdot)$, функциями вида $B_{\mu,\eta,\gamma,\xi}(x,y)$.

3. *Линейная часть системы является устойчивой.*

Пусть передаточная функция по η,γ,ξ $\left(\eta,\gamma=\overline{1,\infty};\ \xi=\overline{1,4}\right)$ контуру управления имеет вид: $W_{\eta,\gamma,\xi}(s)=\dfrac{\Pi_{\eta,\gamma,\xi}(s)}{M_{\eta,\gamma,\xi}(s)}$, где $\Pi_{\eta,\gamma,\xi}(s)=\sum\limits_{\nu=1}^{\infty}\Pi_{\eta,\gamma,\xi,\nu}(s)$, $M_{\eta,\gamma,\xi}(s)=\sum\limits_{\mu=1}^{\infty}M_{\eta,\gamma,\xi,\mu}(s)$ – целые аналитические функции. Характеристическое уравнение по η,γ,ξ $\left(\eta,\gamma=\overline{1,\infty};\ \xi=\overline{1,4}\right)$ имеет вид:

$$\sum_{\mu=1}^{\infty}M_{\eta,\gamma,\xi,\mu}(s)=0,\quad \left(\eta,\gamma=\overline{1,\infty};\ \xi=\overline{1,4}\right).$$

В результате решения этого уравнения определяется свободное движение в каждом контуре системы управления, которое может быть определено из следующего соотношения:

$$Q_{\eta,\gamma,\xi}(t)=\sum_{\mu=1}^{\infty}A_{\eta,\gamma,\xi,\mu}\cdot\exp\left(\lambda_{\eta,\gamma,\xi,\mu}\cdot t\right),\quad \left(\eta,\gamma=\overline{1,\infty};\ \xi=\overline{1,4}\right),$$

где $\lambda_{\eta,\gamma,\xi,\mu}$ $\left(\eta,\gamma=\overline{1,\infty};\ \xi=\overline{1,4};\ \mu=\overline{1,\infty}\right)$ – корни характеристического уравнения;

$A_{\eta,\gamma,\xi,\mu}$ $\left(\eta,\gamma=\overline{1,\infty};\ \xi=\overline{1,4};\ \mu=\overline{1,\infty}\right)$ – постоянные числа, определяемые начальными условиями.

В силу того, что контуры системы управления независимы, свободное движение всей системы будет складываться из суммы свободных движений в каждом контуре системы управления, умноженных на соответствующие пространственные моды.

$$Q(x,y,t)=\sum_{\eta,\gamma=1}^{\infty}\sum_{\xi=1}^{4}\sum_{\mu=1}^{\infty}A_{\eta,\gamma,\xi,\mu}\cdot\exp\left(\lambda_{\eta,\gamma,\xi,\mu}\cdot t\right)\cdot B_{\eta,\gamma,\xi}(x,y).$$

Рассматриваемая система с распределенными параметрами является устойчивой, если $\lim\limits_{t\to\infty}Q(x,y,t)=0$. В работе [Першин 2003: 2] доказано утверждение, что для устойчивости системы с распределенными параметрами, свободное движение которой представляется в указанном виде достаточно, чтобы все корни $\lambda_{\eta,\gamma,\xi,\mu}$ имели отрицательные действительные части. Таким образом, для устойчивости пространственно-инвариантной системы достаточно, чтобы каждый контур был асимптотически устойчив.

4. *Нелинейная характеристика, зависящая от пространственных координат, может быть представлена в виде разложения в ряд Фурье по пространственным координатам.*

Пусть нелинейный элемент задается функцией $z=\varphi(\sigma)$, которая значению $\sigma(x,y,t)$ входного сигнала ставит в соответствие значение $z(x,y,t)$ выходного сигнала звена, т.е. $z(x,y,t)=\varphi(\sigma(x,y,t))$.

Пусть задано изображение по Лапласу при нулевых начальных условиях входного воздействия $\sigma(x,y,s)$. Входное воздействие должно быть представимо в виде ряда:

$$\sigma(x,y,s)=\sum_{\eta,\gamma=1}^{\infty}\sum_{\xi=1}^{4}C_{\eta,\gamma,\xi}(s)\cdot B_{\eta,\gamma,\xi}(x,y).$$

При выполнении указанных условий возможно применение модифицированного критерия Попова для исследования абсолютной устойчивости класса нелинейных систем с распределенными параметрами.

Список использованной литературы

1. **Бутковский А. Г.** Методы управления системами с распределёнными параметрами. - М.: Наука, Гл. ред. ф.-м. лит., 1985.

2. **Першин И. М.** Синтез систем с распределёнными параметрами. - Изд. РИА-КМВ, 2002.

3. **Рапопорт Э. Я.** Структурное моделирование объектов и систем управления с распределёнными параметрами. - М.: Высшая школа, 2003.

ИССЛЕДОВАНИЕ СВЯЗИ ИНТЕНСИВНОСТИ ЭХО-СИГНАЛА *ADCP*-ЗОНДА И КОНЦЕНТРАЦИИ ВЗВЕШАННЫХ ЧАСТИЦ В ВОДНОЙ СРЕДЕ

Черчаго А. А.

Таганрогский технологический институт Южного федерального университета

ADCP (Acoustic Doppler Current Profiling) зонды применяются для профилирования скоростей течений уже более чем двадцать лет. Возможность измерения концентраций взвеси на всех слоях позволяют значительно расширить наше представление о состоянии водного объекта, а также улучшить математические модели, строящиеся на основе данных ADCP-зондов.

Преобразование данных об эхо-сигнале, записанных ADCP зондом в данные о концентрации взвешенных частиц (SSC) требует коррекции данных об изменениях мощности излучателя, длины передачи и разме-