

Мачулис Владислав Владимирович

РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ ДЛЯ ГОМОКЛИНИЧЕСКОЙ ПЕТЛИ

Адрес статьи: www.gramota.net/materials/1/2009/12-1/22.html

Статья опубликована в авторской редакции и отражает точку зрения автора(ов) по рассматриваемому вопросу.

Источник

Альманах современной науки и образования

Тамбов: Грамота, 2009. № 12 (31): в 2-х ч. Ч. I. С. 72-75. ISSN 1993-5552.

Адрес журнала: www.gramota.net/editions/1.html

Содержание данного номера журнала: www.gramota.net/materials/1/2009/12-1/

© Издательство "Грамота"

Информация о возможности публикации статей в журнале размещена на Интернет сайте издательства: www.gramota.net

Вопросы, связанные с публикациями научных материалов, редакция просит направлять на адрес: almanac@gramota.net

Кроме того, практическая работа:

- стимулирует самостоятельно-творческий поиск;
- дает возможность выбору эффективных инструментов и оценки качества собственной работы.

Среди недостатков практической работы следует отметить следующие два:

- 1) сложность выполнения практической работы, если плохо усвоен теоретический материал;
- 2) трудность понимания текста заданий из-за малого словарного запаса.

Источником любых знаний являются наблюдения, сравнения, эксперимент. На занятиях геометрии необходимо проводить практические работы, которые можно использовать как средство открытия свойств геометрических фигур. Практические работы можно проводить в виде демонстрации, фронтально или микро-группами.

В результате практические работы активизируют учебный процесс, облегчают восприятие геометрических понятий, обеспечивают доступность геометрических фактов, которые в дальнейшем постоянно применяются при решении задач.

Геометрическое воображение, как и навыки счета, логику, язык, необходимо развивать постоянно и непрерывно. Главным условием развития геометрического воображения является работа с реальным материалом.

Освоение объектов материального мира и действий в материальном мире, с постепенным переносом этих объектов и этих действий в мир воображения - вот, видимо, единственно возможный путь формирования геометрического мышления. И наиболее удачно реализовать его можно именно на геометрических практических работах.

Применение практических работ на занятиях по геометрии считается необходимым условием повышения качества образования в специальных (коррекционных) образовательных учреждениях для студентов с нарушениями слуха.

Список литературы

1. **Бордовская Н. В., Реан А. А.** Педагогика: учебник. СПб.: Издательский дом «Питер», 2001. 304 с.
2. **Коджаспирова Г. М.** Педагогика: учебник. М.: Гуманитарный издательский центр «Владос», 2003. 352 с.
3. **Назарова М. Н.** Специальная педагогика: учебное пособие. М.: Издательский центр «Академия», 2000. 400 с.

РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ ДЛЯ ГОМОКЛИНИЧЕСКОЙ ПЕТЛИ

*Мачулис Владислав Владимирович
Тюменский государственный университет*

Рассматривается автономная система дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} x' = y \\ y' = x + \mu y - x^2 + \alpha xy \end{cases}, \quad (1)$$

где $x = x(t)$, $y = y(t)$ – непрерывные функции, $\mu, \alpha \in R$ – параметры. Система имеет две неподвижные точки $(0; 0)$ и $(1; 0)$, не зависящие от значений параметров. Исследуя линеаризацию системы в окрестностях неподвижных точек, получаем следующие результаты:

1. Точка $(0; 0)$ при всех значениях параметров является седлом.
2. В точке $(1; 0)$ матрица Якоби имеет вид

$$Ja = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & \mu + \alpha \end{pmatrix},$$

поэтому характер неподвижной точки зависит от параметров. Корни характеристического уравнения

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{2} \left((\mu + \alpha) \pm \sqrt{(\mu + \alpha)^2 - 4} \right), \text{ следовательно:}$$

(а) если $|\mu + \alpha| > 2$, то неподвижная точка – узел, причем устойчивый при $\mu + \alpha < 0$ и неустойчивый при $\mu + \alpha > 0$;

(б) если $|\mu + \alpha| = 2$, то неподвижная точка – вырожденный узел (устойчивый, или неустойчивый);

(в) если $\mu + \alpha = 0$, то возможен центр, но определенно сказать нельзя, поскольку теорема о линеаризации (Хартмана-Гробмана) не дает однозначного ответа;

(д) если $|\mu + \alpha| < 2$ и $\mu \neq -\alpha$, то неподвижная точка – фокус, причем, при $\mu + \alpha > 0$ он неустойчивый, а при $\mu + \alpha < 0$ – устойчивый.

Нас интересуют бифуркации системы (1). Для их нахождения необходимо в области изменения параметров отыскать границы между различными областями структурной устойчивости, на которых система (1)

становится негрубой. Согласно теореме Андронова-Понтрягина [Шильников, 2009, с. 29], негрубая система, в частности, может иметь петлю сепаратрисы к седлу (гомоклиническую траекторию). Система (1) является обобщением однопараметрической системы

$$\begin{cases} x' = y \\ y' = \mu y + x - x^2 + xy \end{cases} \quad (2)$$

которая рассматривалась, например, в книге [Strogatz, 2000, р. 263]. Там же показано, что в (2) имеется гомоклиническая траектория при определенном (критическом) значении параметра μ . Поэтому естественно предполагать, что такая траектория возможна и в системе (1).

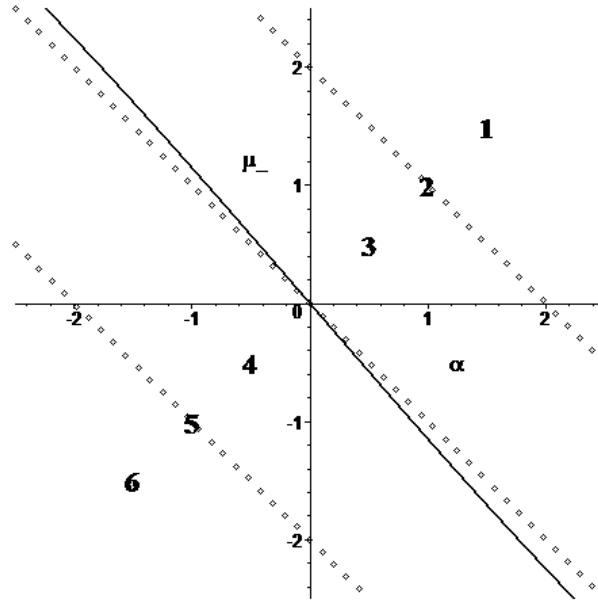


Рис. 1

Здесь мы остановимся только на численных экспериментах, теоретического обоснования существования гомоклинических траекторий не приводим. Численные расчеты (метод Рунге-Кутты порядка 4-5) подтверждают наличие петли сепаратрисы к седлу $(0;0)$ в системе (1). Расчеты проводились для $\mu \in [-3; 3]$ с шагом $h = 0,05$. Для каждого μ_k находилось соответствующее значение α_k , при которых система (1) имеет гомоклиническую петлю. Полученные данные использовались для построения аппроксимирующей функции $\mu = \mu(\alpha)$, определяющей на плоскости $\alpha O \mu$ кривую, задающую посредством системы (1) петлю сепаратрисы. Функция имеет следующий вид

$$\mu(\alpha) = -1,155694\alpha + 0,00813264\alpha^3. \quad (3)$$

Рис. 1 представляет типы неподвижной точки $(1;0)$ в зависимости от параметров системы. Неустойчивый узел (область 1), вырожденный неустойчивый узел (линия 2), неустойчивый фокус (область 3), устойчивый фокус (область 4), устойчивый вырожденный узел (линия 5) и устойчивый узел (область 6). Также показана прямая $\mu = -\alpha$ (пунктир), где линеаризация дает центр, и кривая (3). Мы предполагаем, что именно на этой кривой происходит бифуркация (замена устойчивого фокуса на неустойчивый) с образованием гомоклинической траектории. Это соответствует численным расчетам.

Зафиксируем значение параметра, например, $\mu = -1,4$. Соответствующее значение α , согласно (3), равно 1,59819322. Система (1) при этом имеет петлю сепаратрисы (Рис. 2). Если уменьшить значение параметра α , скажем, до 1,39819322, то точка $(\alpha; \mu)$ окажется в области 4 (Рис. 1), что соответствует устойчивому фокусу в $(1;0)$. При этом неустойчивая сепаратриса седла будет закручиваться в фокус $(1;0)$ (Рис. 3). Если увеличить значение α , например, до 1,69819322, то точка $(\alpha; \mu)$ окажется в области 3 (Рис. 1), что соответствует неустойчивому фокусу. При этом неустойчивая сепаратриса седла будет «уходить» от фокуса $(1;0)$. В то же время, устойчивая сепаратриса седла «входит» в седло из неустойчивого фокуса.

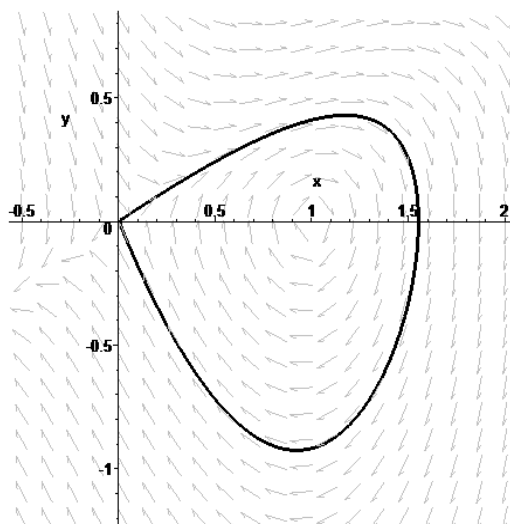


Рис. 2

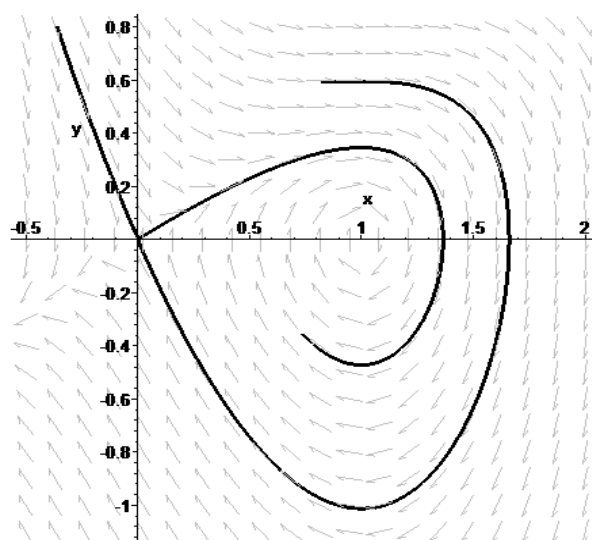


Рис. 3

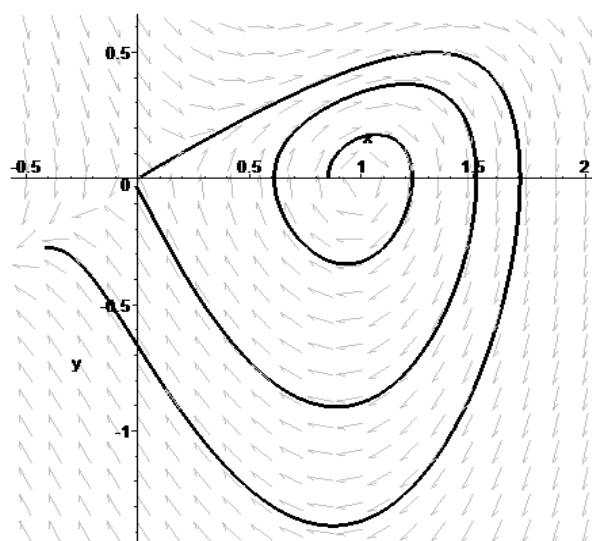


Рис. 4

На следующем рисунке (Рис. 5) демонстрируется поведение функции $x(t)$, когда точка $(x(t); y(t))$ проходит по петле сепаратрисы. Видно, что $x(t)$ вначале возрастает с увеличивающейся скоростью, затем резко убывает до 0.

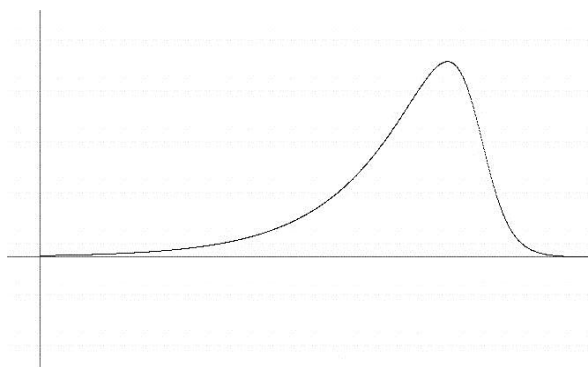


Рис. 5

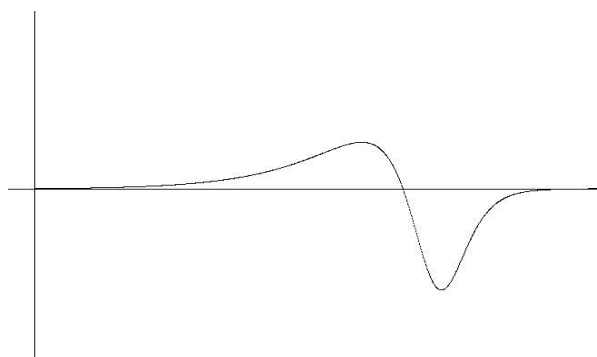


Рис. 6

На Рис. 6 показано соответствующее поведение функции $y(t)$.

Очевидно, что скорость прохождения петли фазовой точкой увеличивается и достигает максимума в нижней части орбиты, затем резко убывает (стремится к нулю).

В заключение отметим, что при $\mu = \alpha = 0$ точка $(1; 0)$ является нелинейным центром. Все траектории, заключенные внутри гомоклинической орбиты, замкнуты. Если $\mu = -\alpha$, $\mu \neq 0$, то неподвижная точка $(1; 0)$ центром не является.

Список литературы

1. Баутин Н. Н., Леонтович Е. А. Методы и приемы качественного исследования динамических систем на плоскости. М.: Наука, 1976. 496 с.
2. Халил Х. К. Нелинейные системы. М.-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика»; Институт компьютерных исследований, 2009. 832 с.
3. Шильников Л. П., Шильников А. Л., Тураев Д. В., Чуа Л. Методы качественной теории в нелинейной динамике. М.-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика»; Институт компьютерных исследований, 2009. Ч. 2. 548 с.
4. Strogatz S. H. Nonlinear dynamics and chaos. Westview Press, 2000. 498 с.

ВЛИЯНИЕ НЕОДНОРОДНОСТИ ПЛОТНОСТИ ТОЧЕЧНЫХ ДЕФЕКТОВ В СЕГНЕТОЭЛЕКТРИКЕ НА ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ И МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА

*Нестеров Владимир Николаевич, Нестеров Иван Владимирович, Поздняков Андрей Петрович
Волгоградский государственный архитектурно-строительный университет*

Известно, что диэлектрические и механические свойства сегнетоэлектриков (СЭ), в основном, определяются динамикой движения доменных границ (ДДГ). В свою очередь, ДДГ существенно зависит от характера взаимодействия ДГ с точечными дефектами (ТД). По характеру взаимодействия ТД могут быть разделены на «слабые», «средние» и «сильные» [1]. В настоящей работе рассмотрен случай отсутствия какого-либо упорядочения ТД по объему СЭ, при этом для описания неоднородности плотности точечных дефектов в сегнетоэлектрике использовалось распределение Гаусса. На основе этой модели рассмотрены следующие