

Пеньков Николай Васильевич, Трошин Олег Викторович
УСЛОВИЯ РОСТА И ВЫМЫВАНИЯ ПОПУЛЯЦИЙ КЛЕТОК

Адрес статьи: www.gramota.net/materials/1/2010/3-1/21.html

Статья опубликована в авторской редакции и отражает точку зрения автора(ов) по рассматриваемому вопросу.

Источник

Альманах современной науки и образования

Тамбов: Грамота, 2010. № 3 (34): в 2-х ч. Ч. I. С. 77-80. ISSN 1993-5552.

Адрес журнала: www.gramota.net/editions/1.html

Содержание данного номера журнала: www.gramota.net/materials/1/2010/3-1/

© Издательство "Грамота"

Информация о возможности публикации статей в журнале размещена на Интернет сайте издательства: www.gramota.net

Вопросы, связанные с публикациями научных материалов, редакция просит направлять на адрес: almanac@gramota.net

3. **Внеселитебная (внешняя) зона.** Содержит разные инженерно-коммунальные функциональные элементы, либо вынесенные за пределы ландшафтных границ поселения, либо заключенные в них. Делится на следующие территории: 1) санитарно-техническую (очистные сооружения, мусоросвалки, скотомогильники), 2) санитарно-защитную (отводы дорог, водоемы, лесополосы), 3) коммунальную (водонапорные башни с коммуникациями, электро- и газоподстанции, котельные), 4) культово-погребальную (действующие и закрытые кладбища, древние погребения) и 5) резервную, в т. ч. немногочисленные места отдыха селян, отводы под огороды и земли, непригодные под хозяйственное использование (овраги, болота и т. д.).

Отдельной парцеллярной структурой выступают своего рода каналы связи – это улицы, дороги, мосты, линии электропередач, линии телефонной сети, трубопроводы и др. Мы не стали выделять их в отдельную зону, т.к. они имеют разорванный ареал распространения и функционально присутствуют в каждой из трёх зон.

Функциональная специализация поселений в определенной степени зависит от особенностей ландшафтной структуры района. Разные отрасли специализации неодинаково связаны с условиями и ресурсами ПТК - ресурсной составляющей потенциала ПТК. На необходимость изучения влияния пространственных «различий в природной среде, на различия в производственном направлении хозяйства от места к месту в рамках определенной общественной формации», - указывал Н. Н. Баранский [2, с. 36].

Список литературы

1. Алаев Э. Б. Экономико-географическая терминология. М., 1977. 100 с.
2. Баранский Н. Н. Экономическая география. Экономическая картография. М.: Географгиз, 1956. 366 с.
3. Ковалев С. А. Типология пригородных зон // Расселение в пригородных зонах. М., 1971. С. 44-51.
4. Мерфи Р. Американский город. М., 1972. 320 с.
5. Раман К. Г. Типология географических ландшафтов Средней Латвии // Учёные записки Латвийского государственного университета. 1960. Вып. 4. Т. 37. Географические науки. С. 247-256.
6. Тюнен И. Г. Изолированное государство. М., 1926. 336 с.
7. Штейнс В. В. Проблема взаимоотношения социогенных и природных ландшафтных структур поселений: автореф. ... дис. канд. геогр. наук. Рига, 1983. 18 с.

УДК 579.2

Николай Васильевич Пеньков, Олег Викторович Трошин

Уральский государственный университет путей сообщения, г. Екатеринбург

УСЛОВИЯ РОСТА И ВЫМЫВАНИЯ ПОПУЛЯЦИЙ КЛЕТОК®

Статистический подход к процессам развития микроорганизмов, предложенный и развитый Пеньковым Николаем Васильевичем [1, с. 156], учитывает как микроскопические, так и макроскопические закономерности роста, размножения и гибели клеток. В уравнениях для плотностей функций распределения клеток одного или нескольких видов разнообразны причины, влияющие на процессы, происходящие с отдельными клетками, на взаимодействие клеток между собой, а также на действие окружающей среды на эти процессы, описываются соответствующими выражениями. Параметры в этих выражениях определяются микроскопическими свойствами клеток и макроскопическими условиями среды.

Интегрирование уравнений для плотностей функций распределения клеток позволяет получить теоретически обоснованные уравнения для интегральных (макроскопических) характеристик популяций клеток. Дополнение к этим уравнениям соотношений, описывающих изменения состояния внешней питательной среды, а также начальных и граничных условий создает замкнутую систему уравнений.

При некоторых упрощающих предположениях, учитывающих особенности микропроцессов с помощью феноменологически избранных зависимостей, в получающейся системе уравнений может выделиться замкнутая подсистема, содержащая только макрокинетические уравнения. Эта подсистема связывает только макрокинетические характеристики, такие как полные массы живых клеток разных популяций, полные массы мертвых клеток, концентрацию питательных веществ в окружающей среде и, возможно, температуру среды. Решение этой подсистемы не требует знания явного вида плотностей функций распределения, зависящих от конкретных механизмов микрокинетики клеток. Важным является то, что получаемая замкнутая подсистема решающих уравнений вытекает из статистических микрокинетических уравнений для плотностей функций распределения клеток, а не опирается на феноменологически подобранные зависимости макроскопических величин.

В данной статье рассмотрена для примера популяция клеток в биореакторе идеального смешения, размножающихся делением при удвоении массы и погибающих естественной смертью. Процессы внутривидовой борьбы не рассматриваются. Анализируются условия выживания, прироста массы и условия вымывания клеток.

Дифференциальные уравнения для плотности функции распределения клеток по массам в этом случае имеют вид

$$\frac{\partial}{\partial t} f(x, t) + \Gamma(x, t)f(x, t) + \frac{\partial}{\partial x} \left[U - \frac{\partial}{\partial x} D_c \right] f(x, t) = \Gamma N [2\Delta(x-x_0) - \Delta(x-2x_0)], \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} f_p(x, t) = \Gamma(x, t)f(x, t), \quad (2)$$

$$\frac{dC}{dt} + \frac{1}{Y} \frac{\langle U \rangle}{\langle x \rangle} M = 0, \quad (3)$$

где $f(x, t)$ – плотность функции распределения числа живых клеток в момент времени t по массам x в единице объема дисперсной системы; $f_p(x, t)$ – плотность функции распределения числа мертвых клеток по массам x в единице объема системы в момент времени t ; $\Gamma(x, t)$ – доля клеток массой x , гибнущих в единицу времени в единице объема системы в момент времени t естественной смертью; $U = U(x, C, t)$ – скорость роста клеток массой x в момент времени t ; $D_c = D_c(x, C, t)$ – коэффициент диффузии в пространстве масс; Γ – удельная скорость поступления в систему клеток массой x_0 , образовавшихся при делении клеток массой $2x_0$; N – число живых клеток в единице объема среды, $\Delta(z)$ – дельта-функция Дирака от z ; $\langle \dots \rangle$

$= \int_{x_0}^{2x_0} \dots f(x, t) dx / \int_{x_0}^{2x_0} f(x, t) dx$ – знак среднего значения от указанной величины; Y – экономический ко-

эффициент, равный доле питательных веществ, идущих на увеличение массы живых клеток;

$$M = \int_{x_0}^{2x_0} x f(x, t) dx \text{ и } M_p = \int_{x_0}^{2x_0} x f_p(x, t) dx \text{ – соответственно масса живых и масса мертвых клеток в единице}$$

объема системы в момент времени t . Правая часть уравнения (1) описывает процесс деления одной клетки при достижении ею массы $2x_0$ на две клетки массой x_0 .

В качестве упрощающих предположений используем следующие приближения. Вероятность естественной смерти в единицу времени $\Gamma(x, t) = \Gamma_0$ постоянна и не зависит от массы клетки, скорость роста клетки $U(x, C, t) = x\psi(C)$ зависит только от концентрации C питательных веществ в среде и пропорциональна массе клетки. При этом система (1)-(3) принимает вид

$$\frac{\partial}{\partial t} f(x, t) + \Gamma_0 f(x, t) - \psi(C) f(x, t) = \Gamma N [2\Delta(x-x_0) - \Delta(x-2x_0)], \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} f_p(x, t) = \Gamma_0 f(x, t), \quad (5)$$

$$Y \frac{dC}{dt} = -\psi(C) M, \quad (6)$$

Для получения уравнений для функций $M(t)$ и $M_p(t)$ умножим уравнения (4) и (5) на x и проинтегрируем по x от $x = x_0$ до $x = 2x_0$:

$$\frac{dM}{dt} = (\psi(C) - \Gamma_0) M, \quad (7)$$

$$\frac{dM_p}{dt} = \Gamma_0 M. \quad (8)$$

Заметим, что подсистема уравнений (6)-(8) является замкнутой и не требует знания явного вида плотностей функций распределения $f(x, t)$ и $f_p(x, t)$. Кроме того она удовлетворяет закону сохранения вещества. Действительно, складывая уравнения (6), (7) и (8), получаем закон сохранения вещества в дифференциальной форме

$$\frac{d}{dt} [M(t) + M_p(t) + YC(t)] = 0, \quad (9)$$

из которого следует

$$M(t) + M_p(t) + YC(t) = M_0 + YC_0. \quad (10)$$

Здесь использованы начальные условия

$$M(0) = M_0, \quad M_p(0) = 0, \quad C(0) = C_0, \quad (11)$$

где M_0 и C_0 – заданные величины.

Из уравнений (6) и (8) получаем уравнение для массы мертвых клеток

$$\frac{dM_p(C)}{dC} = -\frac{\Gamma_0 Y}{\psi(C)}, \text{ и решение } M_p(C) = Y \int_C^{C_0} \frac{\Gamma_0 dz}{\psi(z)}, \quad (12)$$

Из закона сохранения (9) находим решение для массы живых клеток

$$M(C) = M_0 + Y(C_0 - C) - M_p(C), \quad C \geq C^* \quad (13)$$

Функцию $\psi(C)$ выбираем в форме Моно

$$\psi(C) = \mu_m C / (K_c + C) \quad (14)$$

Тогда из (12) для массы мертвых клеток имеем выражение

$$M_p(C) = \Gamma_0 Y [C_0 - C + K_c \ln(C_0/C)] / \mu_m. \quad (15)$$

Выражение для концентрации C_λ питательных веществ, при которой масса $M(C_\lambda)$ живых клеток в едини-

це объема среды достигает максимума, получаем из условия $\frac{dM(C(t))}{dt} = 0$ и уравнения (7):

$$\psi(C_\lambda) - \Gamma_0 = 0. \text{ Отсюда } C_\lambda = K_c \Gamma_0 / (\mu_m - \Gamma_0) \quad (16)$$

Зная зависимость функции M от C , согласно уравнению (6), можно найти зависимость концентрации от времени $C(t)$:

$$Y \int_{C(t)}^{C_0} \frac{dC}{(C)M(C)} = t \quad (17)$$

Применим данный подход к популяциям микроорганизмов в биореакторе идеального смешения, находящихся в одинаковых условиях, имеющих одинаковую скорость роста живых клеток $\psi(C)$ и различающихся только скоростью Γ_0 убывания массы живых клеток за счет естественной смерти.

Результаты расчетов представлены на рисунках, в которых использованы относительные единицы: начальная масса живых клеток в единице объема $M_0 = 0.2C_0$, где C_0 - начальная концентрация питательного раствора. Скорость $\psi(C)t_0$ роста живых клеток и скорость $\Gamma_0 t_0$ убывания массы живых клеток за счет естественной смерти определяются в расчете на промежуток времени, равный t_0 и принятый за условную единицу. Скорость роста живых клеток $\psi(C)t_0 = \mu_m t_0 C / (K_c + C)$, где $\mu_m t_0 = 0.6$, $K_c = 0.5C_0$. Скорости $\Gamma_0 t_0$ за счет естественной смерти клеток принимают значения 0.1, 0.263 и 0.4, соответственно, на Рис. 1, 2, 3.

На Рис. 1, как следует из уравнения (7) «при $\psi(C) \geq \Gamma_0$ функция $M(C)$ возрастает от M_0 до $M_\lambda = M_{max}$, а при $\psi(C) < \Gamma_0$ - убывает» [1, с. 158; 2, р. 146], для удобства использованы обозначения этих статей). В данном случае при достижении концентрации $C^* = 0$ в момент времени $t^* = 6.4t_0$ масса живых клеток M^* остается отличной от нуля.

На Рис. 2, при увеличенном значении Γ_0 после достижения при $t_\lambda = 2.45t_0$ максимума $M = M_\lambda$ функция $M(C)$ при $\psi(C) \leq \Gamma_0$ убывает и принимает нулевое значение $M^* = 0$ при $t^* = 19.5t_0$ одновременно с концентрацией $C^* = 0$.

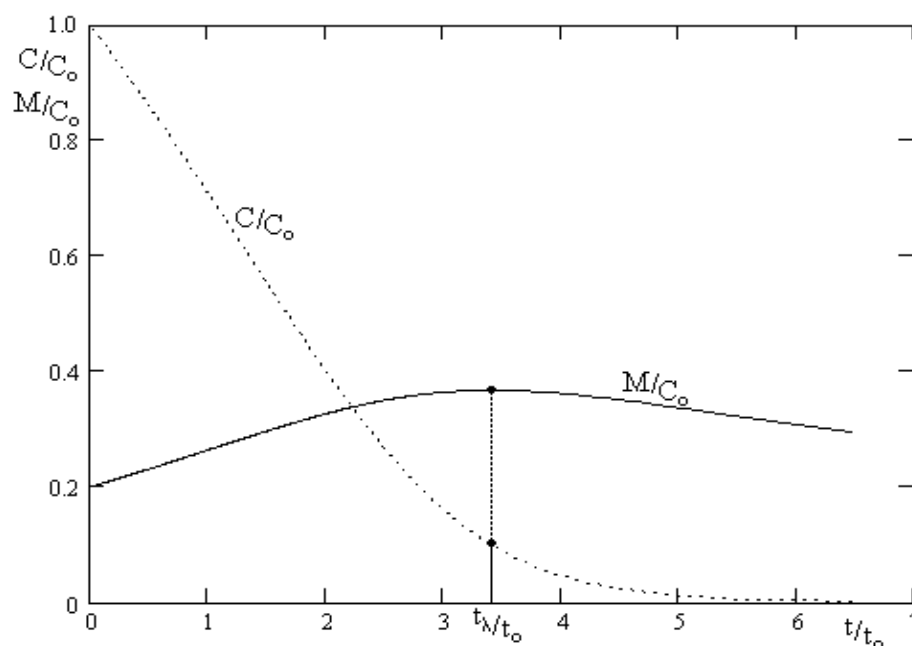


Рис. 1. Прирост массы живых клеток с достижением максимума M_λ при $t_\lambda = 3.35t_0$ ($\Gamma_0 t_0 = 0.1$)

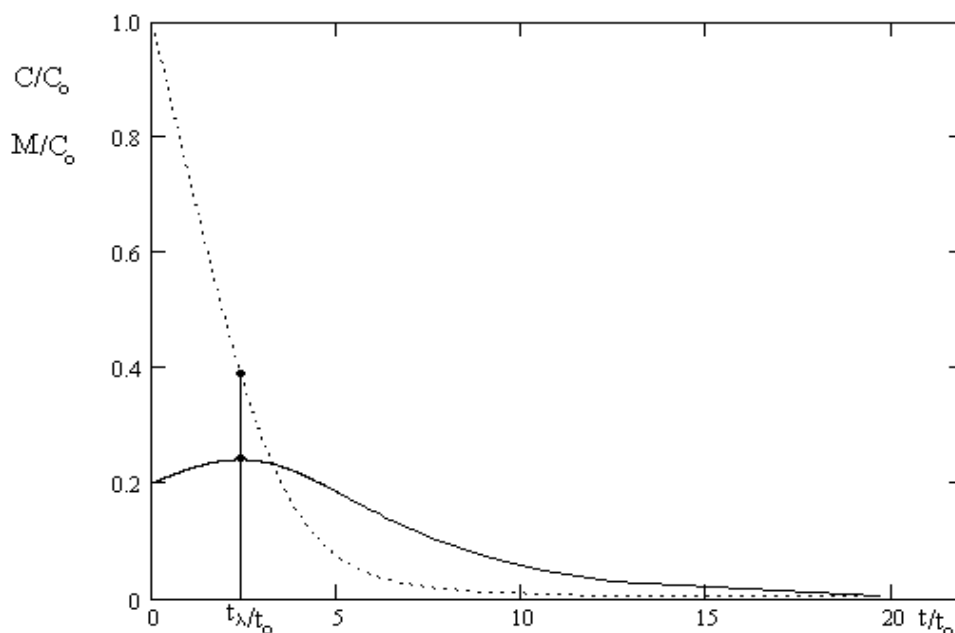


Рис. 2. Вымывание клеток ($M^*=0$) с истощением питательных веществ $C^*=0$ ($\Gamma_0 t_0=0.263$)

На Рис. 3 для менее жизнеспособной популяции (с соотношением скоростей $\Gamma_0 \geq \psi(C)$ при любой концентрации C) наблюдается «пороговая минимальная концентрация субстрата C^* » (см. там же), при которой популяция вымывается: масса живых клеток $M = M^* = 0$ и пороговая концентрация $C^* > 0$ в момент времени $t^* = 16.3t_0$.

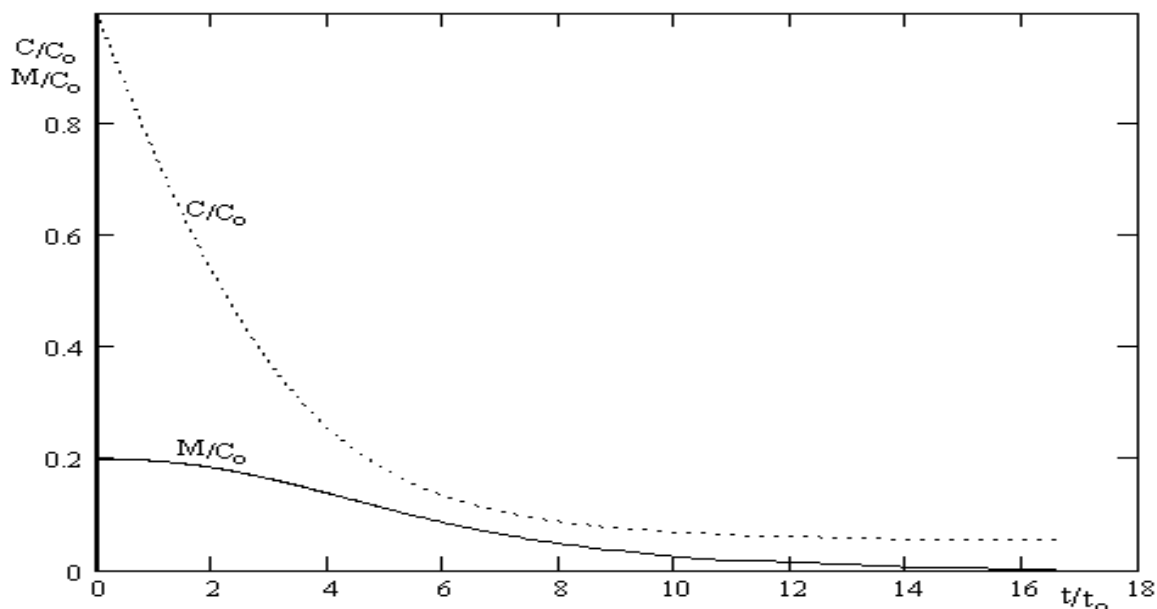


Рис. 3. Вымывание живых клеток ($M^*=0$) при ненулевой концентрации питательных веществ $C^*>0$ ($\Gamma_0 t_0=0.4$)

Список литературы

1. Пеньков Н. В. К кинетике роста, размножения и гибели микроорганизмов // Альманах современной науки и образования. Тамбов: Грамота, 2009. № 11 (30). Ч. 1.
2. Penkov N. V. To kinetics of growth, duplication and destruction of microorganisms // Альманах современной науки и образования. Тамбов: Грамота, 2009. № 12 (31). Ч. 1.