

Ноговицина Олеся Валерьевна

ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

Адрес статьи: www.gramota.net/materials/1/2010/5/23.html

Статья опубликована в авторской редакции и отражает точку зрения автора(ов) по рассматриваемому вопросу.

Источник

Альманах современной науки и образования

Тамбов: Грамота, 2010. № 5 (36). С. 64-66. ISSN 1993-5552.

Адрес журнала: www.gramota.net/editions/1.html

Содержание данного номера журнала: www.gramota.net/materials/1/2010/5/

© Издательство "Грамота"

Информация о возможности публикации статей в журнале размещена на Интернет сайте издательства: www.gramota.net

Вопросы, связанные с публикациями научных материалов, редакция просит направлять на адрес: almanac@gramota.net

Из анализа графиков 4 видно, что:

- 1) вероятности посещения частиц средних узлов цепочки равны;
- 2) вероятности посещения частиц крайних узлов цепочки, в 2 раза меньше, чем в средних узлах;
- 3) вероятности посещения узлов частиц уменьшается с ростом длины цепочки.

Анализируя закономерности вероятности посещения частиц узлов незамкнутой цепочки, можно сделать вывод, что в незамкнутой цепочке возникают краевые эффекты, проявляющиеся в уменьшении вероятности посещения частиц крайних узлов цепочки.

Приведенная выше программа, реализованная в среде *MathCad*, позволяет моделировать блуждание частиц в низкоммерных системах и выявлять особенности появления частиц в незамкнутых цепочках.

Список литературы

1. Ландау Л. Д. Статистическая физика. М.: Наука, 1976. Ч. 1. 567 с.
2. Макаров Е. Г. Инженерные расчеты в *Mathcad 14*. СПб.: Питер, 2007. 592 с.
3. Эйнштейн А., Смолуховский М. Броуновское движение / пер. с нем. Л., 1936. 608 с.

УДК 517.3

Олеся Валерьевна Ноговицина

Магнитогорский государственный технический университет им. Г. И. Носова

ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ[©]

В наши дни, когда математика естественно и неотразимо проникает не только в научные исследования, но и непосредственно в практическую деятельность, вопросы математического образования вызывают интерес, выходящий далеко за пределы узкого круга специалистов в области собственно математики. Для научно-исследовательского прогресса особое значение представляют различные аспекты математического образования будущего инженера, всестороннее обсуждение укоренившихся представлений о содержании и характере обучения студентов [2, с. 180].

Важное значение в математической подготовке студентов технического университета играет раздел «Интегральное исчисление». Изучение данного раздела рекомендуется начинать с исторических замечаний, подчеркивая при этом международный характер развития науки, в том числе отмечая и вклад отечественных ученых [Там же, с. 112].

Понятие интеграла и интегральное исчисление возникли из потребности вычислять площади любых фигур и поверхностей, объемы произвольных тел. Задачи на вычисление площадей математики Древней Греции и Рима называли задачами о квадратуре. Латинское слово «квадратура» переводится как «придание квадратной формы». Необходимость в специальном термине объясняется тем, что в античное время еще не были достаточно развиты привычные для нас представления о действительных числах. Математики оперировали с их геометрическими аналогами или скалярными величинами, которые нельзя перемножать. Поэтому и задачи на нахождение площадей приходилось формулировать так: «Построить квадрат, равновеликий данному кругу» (эта задача «о квадратуре круга не может быть решена с помощью циркули и линейки»).

Символ $\int$ был введен Лейбницем в 1686 году. В нем знак J представляет как бы удлинненную букву S (первая в латинском слове Summa). Само слово интеграл придумал Я. Бернулли в 1609 году. Вероятно, оно происходит от латинского «интегро», которое переводится как «приводить в прежнее состояние, восстанавливать». Возможно, происхождение термина интеграл иное: слово integer означает целый. В ходе переписки И. Бернулли и Г. Лейбниц согласились с предложением Я. Бернулли. Г. Лейбниц этот термин одобрил, но неохотно, он до этого пользовался выражением «сумма все $y dx$ ». Это произошло в 1696 году. Тогда же появилось и название новой ветви математики - интегральное исчисление, которое ввел И. Бернулли. Употребляющееся сейчас название «первообразная функция» заменило более раннее «примитивная функция», которое ввел Лагранж в 1797 году. Латинское слово «примитиус» переводится как «начальный»:

$F(x) = \int f(x)dx$ - начальная (первоначальная, первообразная) для $f(x)$, которая получается из $F(x)$ дифференцированием. В современной литературе множество всех первообразных для функции $f(x)$ называется также неопределенным интегралом. Это понятие выделил Лейбниц, заметивший, что все первообразные функции отличаются на произвольную постоянную. Интеграл от a до b от функции $f(x)$ называют определенным интегралом. Обозначение ввел Фурье, но пределы интегрирования указывал уже Эйлер. В общей форме определение интеграла было сформулировано немецким математиком Б. Риманом примерно в середине девятнадцатого века. Вследствие этого интегральную сумму часто называют римановой суммой [1].

Изучение раздела «Интегральное исчисление» в курсе математики технического университета возможно посредством использования методов активного обучения: проблемные лекции (лекция-провокация, лекция-визуализация, лекция с применением средств обратной связи, лекция-пресс-конференция), эвристические беседы, студенческие конференции, метод «круглого стола» и т.д.

Рассмотрим в качестве примера лекцию с применением техники обратной связи по теме «Неопределенный интеграл». Такую лекцию рекомендуется проводить в компьютерном классе. Лекционный материал разбивается на три части: первообразная, неопределенный интеграл и его свойства, непосредственное интегрирование. Преподаватель задает вопросы в начале и в конце изложения каждого раздела лекции. В первом случае вопросы задаются для того, чтобы узнать насколько студенты ориентируются в данном разделе. При рассмотрении первого раздела студенты обычно правильно отвечают на вводные вопросы, в связи с этим можно ограничить изложение лишь кратким тезисом. Переход ко второй части материала может выявить, что число правильных ответов относительно вопроса «Какие свойства неопределенного интеграла Вы знаете?» ниже желаемого уровня, поэтому преподавателю необходимо прочитать соответствующий раздел лекции, после чего следуют вопросы, предназначенные для того, чтобы выяснить степень освоенности только что изложенного материала. Третий раздел «непосредственное интегрирование» обычно не вызывает особых затруднений у студентов, поэтому преподаватель может ограничиться записью таблицы интегралов элементарных функций. В конце лекции студентам должны быть предложены вопросы, предназначенные для выяснения освоения всего материала в целом. Такой тип лекции способствует формированию познавательного интереса, активизации математических знаний и умений [5, с. 144].

Изучение темы «Определенный интеграл» можно начать на лекции - пресс - конференция. Данный тип лекции проводится с целью выявления потребностей студентов, их интересов, установок, возможностей. Перед лекцией студентам предлагается самостоятельно ознакомиться с материалом по учебникам. Во вступительной части лекции, после объявления темы, преподаватель просит студентов письменно задать вопросы по изучаемой проблеме. Далее в течение двух - трех минут студенты формулируют наиболее интересные вопросы и передают преподавателю. В течение трех-пяти минут, преподаватель сортирует вопросы по их содержанию и начинает читать лекцию как связный текст. На данной лекции у студентов формируется познавательный интерес посредством диалогичности, вынужденного активного поведения студентов; развиваются математические умения [Там же, с. 145].

На практических занятиях по математике при изучении заявленного раздела рекомендуется использовать различные виды задач: тренировочные и нестандартные. Тренировочные задачи включают в себя задачи, направленные на формирование навыков в стандартных условиях и позволяющие студентам уяснить логику традиционных схем решения, оценить и проанализировать альтернативные способы решения. Нестандартные задачи включают в себя задачи, содержащие не вполне определенные факторы (исходные данные, метод решения, результат) [Там же, с. 67]. Ниже приведены примеры тренировочных и нестандартных задач по интегральному исчислению.

1. Изучите предложенный алгоритм вычисления неопределенного интеграла с помощью программы MathCAD: щелкните по свободному месту в рабочем документе; щелкните в панели Calculus по кнопке $\int$; введите с клавиатуры в помеченных позициях выражение функции и имя переменной интегрирования; заключите все выражение в выделяющую рамку и щелкните по кнопке $\rightarrow$ панели Evaluation.

2. Используя предложенный алгоритм, вычислите интеграл предложенный преподавателем.

3. Найдите ошибку в цепи рассуждений. В интеграле $\int \frac{dx}{x}$, интегрируя по частям ($u = \frac{1}{x^2}$, $dv = xdx$), получим $\int \frac{dx}{x} = \frac{1}{x^2} \cdot \frac{x^2}{2} + \int \frac{x^2}{2} \cdot \frac{2}{x^3} dx = \frac{1}{2} + \int \frac{dx}{x}$, откуда $0 = \frac{1}{2}$.

4. Построить фигуру, ограниченную линиями: $x = 0$, $y = \sqrt{1-x^2}$, $y = x - x^2$, $x = 5$.

5. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (x^2 + y^2) dx dy dz$, где V - тело, ограниченное поверхностями $z = 4 - y^2$, $x^2 + y^2 = 4$.

6. Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми $y^2 = px$, $y^2 = qx$, $y = ax$ ($0 < p < q$).

7. Применяя различные способы, вычислите интегралы: $\int \left(\frac{x-1}{x+2}\right)^2 dx$, $\int x^3 e^{x^2} dx$

В заключение отметим, что особое внимание в процессе решения математических задач должно быть направлено на развитие умений анализировать задачи, тексты, собственную деятельность, концентрировать свою волю для достижения поставленных целей, оптимально подбирать необходимые методы решения, взаимодействовать с окружающими, владеть методами самоконтроля и самооценки.

Список литературы

1. Глейзер Г. И. История математики в школе IX-X классы. М.: Просвещение, 1983.
2. Гнеденко Б. В. О математике. М.: Эдиториал УРСС, 2002. 208 с.
3. Задачи и упражнения по математическому анализу для втузов / под ред. Б. П. Демидовича. М.: Астрель, 2002. 495 с.

4. Линьков В. М., Яремко Н. Н. Высшая математика в примерах и задачах: компьютерный практикум. М.: Финансы и статистика, 2006. 320 с.
5. Ноговицина О. В. Формирование готовности студентов университета к самообучению в процессе математической подготовки: дисс. ... канд. пед. наук. Челябинск, 2008. 202 с.
6. Ноговицина О. В., Сиденко О. А. Система микроконтрольных работ в процессе непрерывного математического образования. Магнитогорск, 2010. 202 с.

УДК 532.1

Ольга Анатольевна Пыркова

Московский физико-технический институт (государственный университет)

СВЕДЕНИЕ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ ОБТЕКАНИЯ ЦИЛИНДРА К УРАВНЕНИЮ ДЛЯ ВЕРТИКАЛЬНОЙ КОМПОНЕНТЫ СКОРОСТИ В ПРОСТРАНСТВЕННОМ СЛУЧАЕ®

*Работа поддержана АВЦП «Развитие научного потенциала высшей школы»,
проект 2.1.1/500 и ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры
инновационной России» на 2009 - 2013 годы.*

В настоящей работе рассматривается получение одного уравнения для вертикальной компоненты скорости из системы уравнений обтекания цилиндра в пространственном случае.

Непрерывную стратификацию в среде можно представить, как наложение друг на друга большого числа тонких слоев, плотность которых различна.

Тогда на каждой границе между этими слоями при возникновении возмущения поверхности раздела будет создаваться и распространяться гравитационная поверхностная волна (как на поверхности раздела между водой и атмосферой).

При стремлении числа слоев к бесконечности (их толщины, соответственно, к нулю) и стремлении разрыва плотности жидкости между слоями к нулю получим непрерывное распределение плотности по высоте, а совокупность возникающих возмущений и будет представлять собой **внутреннюю волну**.

В стратифицированной, но не вращающейся жидкости возвращающая сила существует только благодаря плавучести. Колебания относительно устойчивого состояния называются **внутренними гравитационными волнами**, что отражает как их динамическое происхождение, так и тот факт, что они возникают внутри жидкости, а не на верхней свободной поверхности разрыва плотности в отличие от более известных поверхностных гравитационных волн.

Заметим, что внутренние волны возникают при обтекании препятствий [4] и при движении тела в стратифицированной среде [2; 5; 6; 7; 11].

Как и в предыдущих работах [8; 9; 10] рассматриваем стационарный случай.

Выпишем линеаризованные уравнения гидродинамики несжимаемой стратифицированной жидкости в приближении Буссинеска

$$U_0 \frac{\partial u'}{\partial x} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial x} + f_x \quad (1.1)$$

$$U_0 \frac{\partial v'}{\partial x} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial y} + f_y \quad (1.2)$$

$$U_0 \frac{\partial w'}{\partial x} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial z} - g \frac{\rho'}{\rho_0} + f_z \quad (1.3)$$

$$\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{\partial w'}{\partial z} = 0 \quad (1.4)$$

$$U_0 \frac{\partial \rho'}{\partial x} = \rho_0 \frac{w'}{g} N^2 \quad (1.5)$$

