Евсеева Светлана Сергеевна, Савков Сергей Анатольевич

РЕШЕНИЕ КИНЕТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ В ЗАДАЧЕ О ВРАЩЕНИИ СФЕРЫ В ОДНОРОДНОМ ПО ТЕМПЕРАТУРЕ ГАЗЕ

Адрес статьи: www.gramota.net/materials/1/2010/8/18.html

Статья опубликована в авторской редакции и отражает точку зрения автора(ов) по рассматриваемому вопросу.

Источник

Альманах современной науки и образования

Тамбов: Грамота, 2010. № 8 (39). С. 49-52. ISSN 1993-5552.

Адрес журнала: www.gramota.net/editions/1.html

Содержание данного номера журнала: www.gramota.net/materials/1/2010/8/

© Издательство "Грамота"

Информация о возможности публикации статей в журнале размещена на Интернет сайте издательства: www.gramota.net

Вопросы, связанные с публикациями научных материалов, редакция просит направлять на адрес: almanac@gramota.net

Таблица 1.

*Результаты расчета прочности склеивания **R**, даН/см*

Артикул клеевого материала	Время воздействия на материал τ, сек	Температура подошвы утюга *t*, °С		
		90	120	150
86040	10	0,29	0,57	1,63
	30	0,54	0,81	2,7
	50	0,76	1,2	3,9
80003	10	0,33	0,59	1,72
	30	0,6	0,85	2,8
	50	0,81	1,25	4,2
95312	10	0,05	0,23	0,75
	30	0,15	0,3	0,9
	50	0,23	0,41	1,1
62300	10	0,16	0,29	оплавление
	30	0,22	оплавление	оплавление
	50	оплавление	оплавление	оплавление
С1-200-300	10	0,09	0,26	0,69
	30	0,18	0,34	0,87
	50	0,25	0,4	1,05

Клеевой прокладочный материал на нетканой основе арт. 62300 (40 г/м^2) при высокой температуре оплавляется и не поддается расслаиванию, внешний вид образца подвергается короблению, при низкой температуре – образует соединение с основным материалом низкой прочности.

Таким образом, при формировании материалов для женского летнего пальто, где в качестве основного использована легкая полиэфирная ткань (PRINCE, ПЭ-100%, 155 г/м^2), принято решение о возможности применения в качестве клеевых прокладочных материалов артикулов 95312 (70 г/м^2) и С1-200-300 (44 г/м^2), которые обладают рациональным сочетанием прочности клеевого соединения и поверхностной плотности, что положительным образом отразится на качестве готового изделия.

Список литературы

1. **ГОСТ 28832-90 «Материалы прокладочные с термоклеевым покрытием. Метод определения прочности склеивания»**. 1991.
2. **ГОСТ 17317-88 «Кожа искусственная. Метод определения прочности связи между слоями»**. 1989.
3. **Стельмашенко В. И.** Материалы для одежды и конфекционирование: учебник для студентов высш. учеб. заведений / В. И. Стельмашенко, Т. В. Розаренова. М.: Издательский центр «Академия», 2008. 320 с.

УДК 533.7

Светлана Сергеевна Евсеева, Сергей Анатольевич Савков
Орловский государственный университет

РЕШЕНИЕ КИНЕТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ В ЗАДАЧЕ О ВРАЩЕНИИ СФЕРЫ В ОДНОРОДНОМ ПО ТЕМПЕРАТУРЕ ГАЗЕ©

Изучение процесса увлечения газа вращающейся в нем частицей представляет теоретический и практический интерес. В первую очередь это необходимо для расчёта силы трения, действующей на частицу. Кроме того, обработка данных эксперимента позволяет определять характер взаимодействия газа с поверхностью твёрдого тела. В настоящее время при теоретическом анализе подобного класса явлений используется метод Лиза [3; 5]. Основным преимуществом этого подхода является возможность удовлетворить всем законам сохранения при минимальном количестве моментов функции распределения, что позволяет получить результат в аналитическом виде.

© Евсеева С. С., Савков С. А., 2010

К недостаткам необходимо отнести тот факт, что используемая при стандартном подходе функция распределения не даёт адекватного описания состояния газа на достаточно больших расстояниях от частицы и приводит к завышенному значению коэффициента изотермического скольжения. Попытка устранения этого недостатка предпринята в работе [1], где были учтены моменты, входящие в функцию Чепмена – Энского, это позволило получить значение коэффициента изотермического скольжения отличающегося от точного 1,1466 [2] менее чем на 3%. При этом авторам удалось получить решение в аналитическом виде, что оказалось возможным в силу специального подбора полиномов для составления системы моментных уравнений, однако в свободномолекулярном режиме указанный подход даёт завышенное значение момента сил трения.

В данной статье применяется метод, аналогичный развитому в работе [4], где при составлении моментных уравнений используется тот же набор полиномов что и в функции распределения, это позволяет получить корректное решение как в свободномолекулярном, так и в газодинамическом пределах.

Рассмотрим сферическую частицу радиуса R вращающуюся с постоянной угловой скоростью ω в покоящемся на бесконечности однородном по температуре газе. Полагается, что скорость вращения частицы достаточно мала, для линеаризации задачи.

Состояние газа определяется кинетическим уравнением [2]

$$\mathbf{V}\nabla f = J_{st}[f] \tag{1}$$

Здесь **V** – собственная скорость теплового движения молекул газа, f – функция распределения, J_{st} – интеграл столкновений.

В силу принятого условия линейности решение (1) может быть представлено в виде:

$$f = f_0(1+h), \tag{2}$$

где $f_0 = n(m/2\ \ kT)^{3/2}\exp(-C^2)$ - равновесная (максвелловская) функция распределения, $\mathbf{C} = \sqrt{m/2\ \ kT}\,\mathbf{V}$ - обезразмеренное значение скорости, m и n – масса и концентрация молекул газа, T – температура, k – постоянная Больцмана.

Подставляя (2) в (1) получим:

$$\mathbf{C}\frac{\partial h}{\partial \mathbf{r}} = I_{st}[h], \tag{3}$$

$I_{st}[h]$ - соответствующий $J_{st}[f]$ линеаризованный оператор столкновения.

Для конкретных расчётов воспользуемся БГК – моделью [4]:

$$I_{st}[h] = \mathbf{C}\,\mathbf{G} - h \tag{4}$$

Здесь $\mathbf{G} = \frac{1}{3/2}\int \mathbf{C}\cdot h\cdot e^{-c^2} d^3C,$ в качестве единицы длины принята величина $l = \frac{2}{\sqrt{\ }}$, $= -\frac{}{n}\sqrt{\frac{}{2mkT}}$ – средняя длина свободного пробега, – коэффициент динамической вязкости.

Введём сферическую систему координат с началом в центре частицы. Полярную ось направим вдоль вектора $\boldsymbol{\omega}$ (Рис. 1).

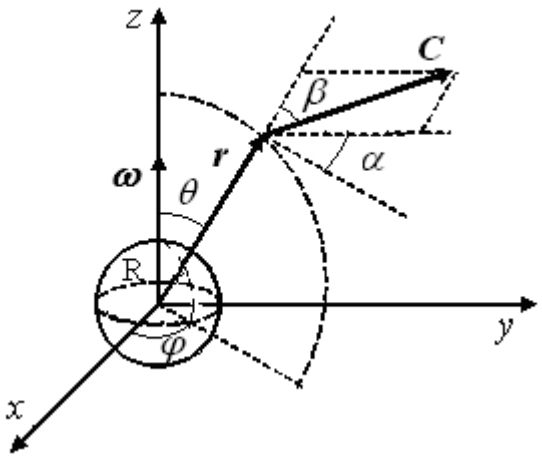

Рис. 1

С учётом симметрии задачи уравнение (3) может быть представлено в виде:

$$C\cdot\cos\ \ \frac{\partial h}{\partial r} + C\frac{\sin}{r}\left(\cos\ \ \frac{\partial h}{\partial} + \frac{\sin}{\sin}\frac{\partial h}{\partial} - \frac{\partial h}{\partial} - \sin\ \ \cdot ctg\ \ \frac{\partial h}{\partial}\right) = 2C\cos\ \ G\ - h \tag{5}$$

В качестве граничных условий, примем закон диффузного отражения молекул газа от поверхности частицы [Там же], что эквивалентно:

$$h\big|_{r=R} = 2C \quad R\sin \quad , \tag{6}$$

а также требование конечности функции распределения

$$h\big|_{r\to\infty} = 0 \tag{7}$$

Момент силы трения, действующий на частицу, определяется соотношением:

$M_z = 2 \quad R^3 \int_0 \quad _r \big|_{r=R} \sin^2 \quad d \quad , \quad _r = -2 \quad ^{-3/2} \int \exp(-C^2) C_r C \quad h d^3 C$ - тензор вязких напряжений.

Удовлетворяющее условиям (6) и (7) решение уравнения (5) может быть представлено в виде:

$$h = \tilde{h} C \ \sin \tag{8}$$

Подстановка (8) в (5) даёт:

$$C\left(\cos \quad \frac{\partial \tilde{h}}{\partial r} - \frac{\sin}{r}\frac{\partial \tilde{h}}{\partial}\right) = 2C \sin \quad \tilde{G} - \tilde{h}, \tag{9}$$

где $\tilde{G} = \ ^{-3/2} \int C \sin \ \cdot (\sin \ )^2 \tilde{h} \cdot e^{-c^2} d^3 C$.

Следуя [5], решение уравнения (9) будем искать в виде:

$$\tilde{h} = \sum_{i=1}^{4} (a_1^i + a_2^i C^2) H_i \tag{10}$$

Здесь $H_1 = H(C_r - \ C), \ H_2 = H(C_r) - H_1, \ H_4 = H(-C_r - \ C), \ H_3 = H(-C_r) - H_4,$

$= \sqrt{1 - \frac{R^2}{r^2}}$, $H(x) = \frac{|x| + x}{2x}$ – стандартная функция Хевисайда.

Коэффициенты a_j^i определяются из системы моментных уравнений, для составления которой уравнение (9) с функцией распределения (10), последовательно умножаем на H_i, $C^2 H_i$ (i =1,..4) интегрируем с весом $C^2 e^{-C^2}$ по пространству скоростей. Полученная система уравнений решалась методом ортогональной прогонки. Результаты расчётов могут быть представлены в виде:

$$M_z = -\frac{8 \quad R^4 \omega}{R+} \tag{11}$$

Параметр β изменяется от 3,05 в свободномолекулярном до 5,3 газодинамическом режиме. Зависимость значений β от радиуса частицы представлена на Рис. 2.

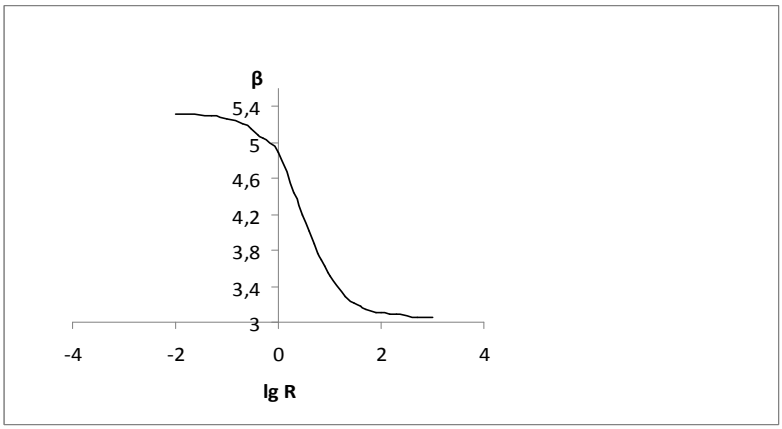

Рис. 2

В режиме близком к газодинамическому выражение (11) может быть представлено в виде:

$$M_z = -8 \quad R^3 \quad /(1 + 3C_m \mathrm{Kn}) \tag{12}$$

где $\mathrm{Kn} = \frac{}{R}$ – число Кнудсена, C_m =1,1380 – коэффициент изотермического скольжения, менее чем на 1% отличающейся от точного.

Стандартный метод Лиза даёт

$$M_z = -8 \quad R^4 \quad /(R + 3\sqrt{\ }) \tag{13}$$

В свободномолекулярном режиме выражения (12) и (13) совпадают между собой. Формальное совпадение указанных соотношений имеет место и в газодинамическом пределе. При этом (13) соответствует значению коэффициента изотермического скольжения $C_m = 2$, что более чем на 7% выше точного.

Для сравнения на Рис. 3 представлена зависимость отношения: $M^* = -\frac{M_z}{M_\infty}$, от числа Кнудсена. Здесь $M_\infty = 8\ R^3$ – значение момента сил трения, рассчитанное в газодинамическом пределе.

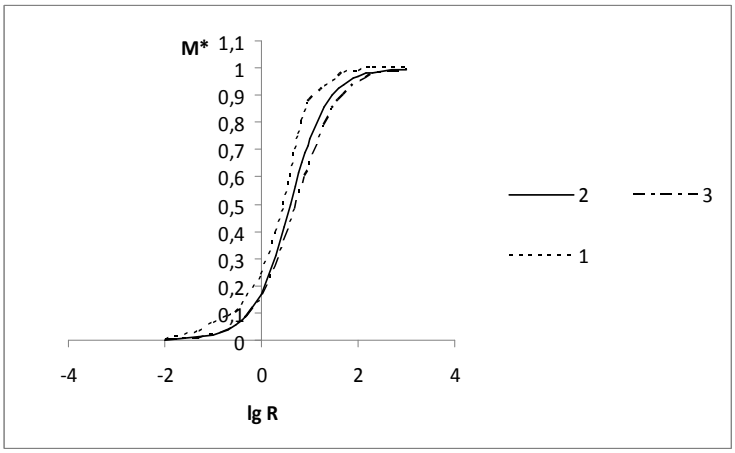

Рис. 3. *Зависимость момента сил трения от числа Кнудсена: 1 – данные [4], 2 – представленная теория, 3 – данные [1]*

Список литературы

1. Поддоскин А. Б., Юшканов М. С. Медленное вращение сферы в разреженном газе // МЖГ. 1997. № 1. С. 165-171.
2. Савков С. А., Тюлькина Е. Ю. О вычислении потока тепла от сферической частицы в молекулярном газе // Письма в ЖТФ. 2009. Т. 35. В. 1. С. 63-68.
3. Смирнов Л. П., Чекалов В. В. Медленное вращение сферы в ограниченном объеме разреженного газа // Изв. АН СССР. МЖГ. 1978. № 4. С. 117-124.
4. Черчиньяни К. Теория и приложения уравнения Больцмана. М.: Мир, 1978. 495 с.
5. Lees L. Kinetic theory description of rarefied gas flow // J. Soc. Indust. Appl. Math. 1965. V. 13. № 1. P. 278-311.

УДК 681.5

Юрий Валерьевич Ильюшин
Пятигорский государственный технологический университет

НАХОЖДЕНИЕ ФУНКЦИИ НАЧАЛЬНОГО НАГРЕВА ДВУХМЕРНОГО ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ©

Рассмотрим объект управления, имеющий две пространственные координаты. Для этого рассмотрим пластину с пространственными координатами *x* и *y*. Материал объекта имеет температуропроводность *a* (см. Рис. 1). На концах пластины поддерживается нулевая температура. В начальный момент времени температура во всех точках пластины имеет нулевые значения. При таких условиях математическая модель объекта управления примет вид [1, с. 19]:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a^2\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right);$$

$0 < x < L_x;\ 0 < y < L_y;\ 0 < z < L_z.$

Граничные и начальные условия объекта управления:

$$T(x, y, \ ) = U(x, y, \ );\ \frac{\partial T(x, y, 0, \ )}{\partial r} = 0;$$

$$T(x, 0, \ ) = T(x, L_y, \ ) = T(0, y, \ ) = T(L_x, y, \ ) = 0;$$

$$T(x, y, 0) = 0$$

© Ильюшин Ю. В., 2010