Коротков Анатолий Васильевич

СКАЛЯРНЫЕ ПРОИЗВЕДЕНИЯ2К ВЕКТОРОВ

В статье показано, что в обычной геометрии на плоскости в трехмерном пространстве существеннейшую роль играют метрические понятия, связанные с измерением. К ним относятся: длина вектора и угол между векторами. Длина вектора не является линейной функцией от вектора, и угол между векторами не является линейной функцией одного из векторов при фиксированном втором. Несмотря на это, из длин двух векторов и угла между ними при помощи действий, далеких от линейности, строят так называемое скалярное произведение двух векторов, являющееся билинейной функцией от векторов, т.е. линейной по каждому из векторов при фиксированном втором.

Адрес статьи: www.gramota.net/materials/1/2012/9/33.html

Источник

Альманах современной науки и образования

Тамбов: Грамота, 2012. № 9 (64). C. 121-123. ISSN 1993-5552.

Адрес журнала: www.gramota.net/editions/1.html

Содержание данного номера журнала: www.gramota.net/materials/1/2012/9/

УДК 512.7
Физико-математические науки

В статье показано, что в обычной геометрии на плоскости в трехмерном пространстве существеннейшую роль играют метрические понятия, связанные с измерением. К ним относятся: длина вектора и угол между векторами. Длина вектора не является линейной функцией от вектора, и угол между векторами не является линейной функцией одного из векторов при фиксированном втором. Несмотря на это, из длин двух векторов и угла между ними при помощи действий, далеких от линейности, строят так называемое скалярное произведение двух векторов, являющееся билинейной функцией от векторов, т.е. линейной по каждому из векторов при фиксированном втором.

Ключевые слова и фразы: скаляр; вектор; скалярные произведения; векторные произведения; многомерные вещественные пространства; *n*-мерные векторные пространства.

Анатолий Васильевич Коротков, к.т.н., д.ф.-м.н., доцент
Международный центр теоретической физики, г. Новочеркасск
avkorotkov1945@yandex.ru

СКАЛЯРНЫЕ ПРОИЗВЕДЕНИЯ *2K* ВЕКТОРОВ©

В обычной геометрии на плоскости в трехмерном пространстве существеннейшую роль играют метрические понятия, связанные с измерением. К ним относятся: длина вектора и угол между векторами. Длина вектора не является линейной функцией от вектора, и угол между векторами не является линейной функцией одного из векторов при фиксированном втором. Несмотря на это, из длин двух векторов и угла между ними при помощи действий, далеких от линейности, строят так называемое скалярное произведение двух векторов, являющееся билинейной функцией от векторов, т.е. линейной по каждому из векторов при фиксированном втором. Именно скалярным произведением двух векторов называется произведение их длин и косинуса угла между ними. Все сказанное дает основание при введении метрических понятий в теорию многомерных вещественных пространств исходить из понятия скалярного произведения двух векторов.

Скалярным произведением $(\mathbf{AB})$ двух векторов вещественного *n*-мерного векторного пространства называют функцию от векторов $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ с вещественными значениями, удовлетворяющую требованиям:

1) линейности по одному из аргументов

$(\mathbf{A}, \alpha\mathbf{B}+\beta\mathbf{C}) = \alpha(\mathbf{AB})+ \beta(\mathbf{AC})$;

2) симметрии по паре векторов

$(\mathbf{AB})=(\mathbf{BA})$;

3) положительной определенности

$(\mathbf{AA}) >0$ при $\mathbf{A}\neq 0$.

Из линейности по одному из аргументов и симметрии следует линейность по другому аргументу:

$(\alpha\mathbf{A}+ \beta\mathbf{B}, \mathbf{C}) = \alpha(\mathbf{AC})+\beta(\mathbf{BC})$.

Для скалярного произведения двух векторов выполняется неравенство Коши

$(\mathbf{AB})=|\mathbf{A}||\mathbf{B}|\mathrm{Cos}\varphi_{AB}$,

т.е. $(\mathbf{AB})^2 \leq |\mathbf{A}|^2|\mathbf{B}|^2$.

Это неравенство делает осмысленным определение угла φ_{AB}, образованного двумя векторами $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$, посредством формулы

$\mathrm{Cos}\varphi_{AB}= (\mathbf{AB})/|\mathbf{A}||\mathbf{B}|$

как тригонометрической функции угла между парой векторов. Условием перпендикулярности двухгранного угла является $\mathrm{Cos}\varphi_{AB}=0$, что имеет место при перпендикулярности одного из векторов другому вектору.

Определение 1. Скалярным произведением $(\mathbf{ABCD})$ четырех векторов вещественного *n*-мерного векторного пространства назовем функцию от векторов $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ и $\mathbf{D}$ с вещественными значениями, удовлетворяющую требованиям:

1) линейности по одному из аргументов

$(\mathbf{ABC}, \alpha\mathbf{D}+\beta\mathbf{E}) = \alpha(\mathbf{ABCD})+\beta(\mathbf{ABCE})$;

2) симметрии по любой паре векторов

$(\mathbf{ABCD})=(\mathbf{BACD})=...=(\mathbf{ABDC})$;

3) положительной определенности

$(\mathbf{AAAA}) >0$ при $\mathbf{A}\neq 0$.

Из линейности по одному из аргументов и симметрии следует линейность по любому аргументу. Перечисленным условиям удовлетворяет скалярное произведение четырех векторов вида:

$(\mathbf{ABCD}) = 1/3\ ((\mathbf{AB})(\mathbf{CD}) + (\mathbf{BC})(\mathbf{AD}) + (\mathbf{CA})(\mathbf{BD}))$.

Действительно:

1) $(\mathbf{ABC},\alpha\mathbf{D}+\beta\mathbf{E})=1/3((\mathbf{AB})(\mathbf{C},\alpha\mathbf{D}+\beta\mathbf{E})+(\mathbf{CA})(\mathbf{B},\alpha\mathbf{D}+\beta\mathbf{E})+(\mathbf{AB})(\mathbf{C},\alpha\mathbf{D}+\beta\mathbf{E}))=$

$=\alpha/3(\mathbf{(AB)(CD)+(BC)(AD)+(CA)(BD)})+\beta/3(\mathbf{(AB)(CE)+(BC)(AE)+(CA)(BE)})=\alpha\mathbf{(ABCD)}+\beta\mathbf{(ABCE)}$;

2) $\mathbf{(ABCD)}$ - не изменяется при перестановке любой пары векторов;

3) $\mathbf{(AAAA)}=\mathbf{(AA)(AA)}>0$ при $\mathbf{A}\neq 0$.

Для скалярного произведения четырех векторов выполняется неравенство (Коши)

$\mathbf{(ABCD)}=|\mathbf{A}||\mathbf{B}||\mathbf{C}||\mathbf{D}|(1/3)(\mathrm{Cos}\varphi_{AB}\mathrm{Cos}\varphi_{CD}+\mathrm{Cos}\varphi_{BC}\mathrm{Cos}\varphi_{AD}+\mathrm{Cos}\varphi_{CA}\mathrm{Cos}\varphi_{BD})$

т.е. $\mathbf{(ABCD)}^2\le|\mathbf{A}|^2|\mathbf{B}|^2|\mathbf{C}|^2|\mathbf{D}|^2$.

Это неравенство делает осмысленным определение угла φ_{ABCD}, образованного четырьмя векторами **A**, **B**, **C** и **D** посредством формулы

$\mathrm{Cos}\varphi_{ABCD}=\mathbf{(ABCD)}/|\mathbf{A}||\mathbf{B}||\mathbf{C}||\mathbf{D}|=(1/3)(\mathrm{Cos}\varphi_{AB}\mathrm{Cos}\varphi_{CD}+\mathrm{Cos}\varphi_{BC}\mathrm{Cos}\varphi_{AD}+\mathrm{Cos}\varphi_{CA}\mathrm{Cos}\varphi_{BD})$

как тригонометрической функции шести углов между парами векторов. Условием перпендикулярности четырехгранного угла является $\mathrm{Cos}\varphi_{ABCD}=0$, что имеет место, например, при перпендикулярности одного из векторов трем другим векторам.

Примерами ортогональности в семимерной алгебре, например, являются:

$\mathbf{(ABC[ABC])}=0$ и $\mathbf{([AB][BC][CA][ABC])}=0$.

Определение 2. Скалярным произведением **(ABCDEF)** шести векторов вещественного n-мерного векторного пространства назовем функцию от векторов **A, B, C, D, E** и **F** с вещественными значениями, удовлетворяющую требованиям:

1) линейности по одному из аргументов

$\mathbf{(ABCDE,}\ \alpha\mathbf{F}+\beta\mathbf{G)}=\alpha\mathbf{(ABCDEF)}+\beta\mathbf{(ABCDEG)}$;

2) симметрии по любой паре векторов

$\mathbf{(ABCDEF)=(BACDEF)=...=(ABCDFE)}$;

3) положительной определенности

$\mathbf{(AAAAAA)}>0$ при $\mathbf{A}\neq 0$.

Из линейности по одному из аргументов и симметрии следует линейность по любому аргументу. Перечисленным условиям удовлетворяет скалярное произведение шести векторов вида:

$\mathbf{(ABCDEF)}=1/15(\mathbf{(AB)(CD)(EF)+(BC)(DE)(AF)+(CD)(EA)(BF)+(DE)(AB)(CF)+(EA)(BC)(DF)}+$
$\mathbf{(BC)(AD)(EF)+(CD)(BE)(AF)+(DE)(CA)(BF)+(EA)(DB)(CF)+(AB)(EC)(DF)}+$
$+\mathbf{(CA)(BD)(EF)+(DB)(CE)(AF)+(EC)(DA)(BF)+(AD)(EB)(CF)+(BE)(AC)(DF)})$.

Действительно:

1) $\mathbf{(ABCDE,}\alpha\mathbf{F}+\beta\mathbf{G)}=1/15\ast\ast(\mathbf{(AB)(CD)(E,}\alpha\mathbf{F}+\beta\mathbf{G)+(BC)(DE)(A,}\alpha\mathbf{F}+\beta\mathbf{G)}+$
$+\mathbf{(CD)(EA)(B,}\alpha\mathbf{F}+\beta\mathbf{G)+(DE)(AB)(C,}\alpha\mathbf{F}+\beta\mathbf{G)+(EA)(BC)(D,}\alpha\mathbf{F}+\beta\mathbf{G)}+$
$+\mathbf{(BC)(AD)(E,}\alpha\mathbf{F}+\beta\mathbf{G)+(CD)(BE)(A,}\alpha\mathbf{F}+\beta\mathbf{G)+(DE)(CA)(B,}\alpha\mathbf{F}+\beta\mathbf{G)}+$
$+\mathbf{(EA)(DB)(C,}\alpha\mathbf{F}+\beta\mathbf{G)+(AB)(EC)(D,}\alpha\mathbf{F}+\beta\mathbf{G)+(CA)(BD)(E,}\alpha\mathbf{F}+\beta\mathbf{G)}+$
$+\mathbf{(DB)(CE)(A,}\alpha\mathbf{F}+\beta\mathbf{G)+(EC)(DA)(B,}\alpha\mathbf{F}+\beta\mathbf{G)+(AD)(EB)(C,}\alpha\mathbf{F}+\beta\mathbf{G)}+$
$+\mathbf{(BE)(AC)(D,}\alpha\mathbf{F}+\beta\mathbf{G)})=\alpha/15(\mathbf{(AB)(CD)(EF)+(BC)(DE)(AF)+(CD)(EA)(BF)}+$
$+\mathbf{(DE)(AB)(CF)+(EA)(BC)(DF)+(BC)(AD)(EF)+(CD)(BE)(AF)+(DE)(CA)(BF)}+$
$+\mathbf{(EA)(DB)(CF)+(AB)(EC)(DF)+(CA)(BD)(EF)+(DB)(CE)(AF)+(EC)(DA)(BF)}+$
$+\mathbf{(AD)(EB)(CF)+(BE)(AC)(DF)})+\beta/15(\mathbf{(AB)(CD)(EG)+(BC)(DE)(AG)}+$
$+\mathbf{(CD)(EA)(BG)+(DE)(AB)(CG)+(EA)(BC)(DG)+(BC)(AD)(EG)}+$
$+\mathbf{(CD)(BE)(AG)+(DE)(CA)(BG)+(EA)(DB)(CG)+(AB)(EC)(DG)}+$
$+\mathbf{(CA)(BD)(EG)+(DB)(CE)(AG)+(EC)(DA)(BG)+(AD)(EB)(CG)}+$
$+\mathbf{(BE)(AC)(DG)})=\alpha\mathbf{(ABCDEF)}+\beta\mathbf{(ABCDEG)}$;

2) $\mathbf{(ABCDEF)}$ - не изменяется при перестановке любой пары векторов;

3) $\mathbf{(AAAAAA)=(AA)(AA)(AA)}>0$ при $\mathbf{A}\neq 0$.

Для скалярного произведения шести векторов выполняется неравенство (Коши)

$\mathbf{(ABCDEF)}=|\mathbf{A}||\mathbf{B}||\mathbf{C}||\mathbf{D}||\mathbf{E}||\mathbf{F}|(1/15)\ast(\mathrm{Cos}\varphi_{AB}\mathrm{Cos}\varphi_{CD}\mathrm{Cos}\varphi_{EF}+\mathrm{Cos}\varphi_{BC}\mathrm{Cos}\varphi_{DE}\mathrm{Cos}\varphi_{AF}+$
$+\mathrm{Cos}\varphi_{CD}\mathrm{Cos}\varphi_{EA}\mathrm{Cos}\varphi_{BF}+\mathrm{Cos}\varphi_{DE}\mathrm{Cos}\varphi_{AB}\mathrm{Cos}\varphi_{CF}+\mathrm{Cos}\varphi_{EA}\mathrm{Cos}\varphi_{BC}\mathrm{Cos}\varphi_{DF}+$
$+\mathrm{Cos}\varphi_{BC}\mathrm{Cos}\varphi_{AD}\mathrm{Cos}\varphi_{EF}+\mathrm{Cos}\varphi_{CD}\mathrm{Cos}\varphi_{BE}\mathrm{Cos}\varphi_{AF}+\mathrm{Cos}\varphi_{DE}\mathrm{Cos}\varphi_{CA}\mathrm{Cos}\varphi_{BF}+$
$+\mathrm{Cos}\varphi_{EA}\mathrm{Cos}\varphi_{DB}\mathrm{Cos}\varphi_{CF}+\mathrm{Cos}\varphi_{AB}\mathrm{Cos}\varphi_{EC}\mathrm{Cos}\varphi_{DF}+\mathrm{Cos}\varphi_{CA}\mathrm{Cos}\varphi_{BD}\mathrm{Cos}\varphi_{EF}+$
$+\mathrm{Cos}\varphi_{DB}\mathrm{Cos}\varphi_{CE}\mathrm{Cos}\varphi_{AF}+\mathrm{Cos}\varphi_{EC}\mathrm{Cos}\varphi_{DA}\mathrm{Cos}\varphi_{BF}+\mathrm{Cos}\varphi_{AD}\mathrm{Cos}\varphi_{EB}\mathrm{Cos}\varphi_{CF}+$
$+\mathrm{Cos}\varphi_{BE}\mathrm{Cos}\varphi_{AC}\mathrm{Cos}\varphi_{DF})$,

т.е. $\mathbf{(ABCDEF)}^2\le|\mathbf{A}|^2|\mathbf{B}|^2|\mathbf{C}|^2|\mathbf{D}|^2|\mathbf{E}|^2|\mathbf{F}|^2$.

Это неравенство делает осмысленным определение угла φ_{ABCDEF}, образованного шестью векторами **A**,**B**,**C**,**D**,**E** и **F** посредством формулы

$\mathrm{Cos}\varphi_{ABCDEF}=\mathbf{(ABCDEF)}/|\mathbf{A}||\mathbf{B}||\mathbf{C}||\mathbf{D}||\mathbf{E}||\mathbf{F}|=(1/15)\ast(\mathrm{Cos}\varphi_{AB}\mathrm{Cos}\varphi_{CD}\mathrm{Cos}\varphi_{EF}+$
$+\mathrm{Cos}\varphi_{BC}\mathrm{Cos}\varphi_{DE}\mathrm{Cos}\varphi_{AF}+\mathrm{Cos}\varphi_{CD}\mathrm{Cos}\varphi_{EA}\mathrm{Cos}\varphi_{BF}+\mathrm{Cos}\varphi_{DE}\mathrm{Cos}\varphi_{AB}\mathrm{Cos}\varphi_{CF}+$
$+\mathrm{Cos}\varphi_{EA}\mathrm{Cos}\varphi_{BC}\mathrm{Cos}\varphi_{DF}+\mathrm{Cos}\varphi_{BC}\mathrm{Cos}\varphi_{AD}\mathrm{Cos}\varphi_{EF}+\mathrm{Cos}\varphi_{CD}\mathrm{Cos}\varphi_{BE}\mathrm{Cos}\varphi_{AF}+$
$+\mathrm{Cos}\varphi_{DE}\mathrm{Cos}\varphi_{CA}\mathrm{Cos}\varphi_{BF}\mathrm{Cos}\varphi_{EA}\mathrm{Cos}\varphi_{DB}\mathrm{Cos}\varphi_{CF}+\mathrm{Cos}\varphi_{AB}\mathrm{Cos}\varphi_{EC}\mathrm{Cos}\varphi_{DF}+$
$+\mathrm{Cos}\varphi_{CA}\mathrm{Cos}\varphi_{BD}\mathrm{Cos}\varphi_{EF}+\mathrm{Cos}\varphi_{DB}\mathrm{Cos}\varphi_{CE}\mathrm{Cos}\varphi_{AF}+\mathrm{Cos}\varphi_{EC}\mathrm{Cos}\varphi_{DA}\mathrm{Cos}\varphi_{BF}+$
$+\mathrm{Cos}\varphi_{AD}\mathrm{Cos}\varphi_{EB}\mathrm{Cos}\varphi_{CF}+\mathrm{Cos}\varphi_{BE}\mathrm{Cos}\varphi_{AC}\mathrm{Cos}\varphi_{DF})$

как тригонометрической функции пятнадцати углов между парами векторов. Условием перпендикулярности шестигранного угла является $\mathrm{Cos}\varphi_{ABCDEF}=0$, что имеет место, например, при перпендикулярности одного из векторов пяти другим векторам.

С помощью билинейных скалярных функций можно задать скалярное произведение четного числа *2к* векторов (2к≤n). Определить симметрические по перестановке любой пары векторов скалярные функции нечетного числа векторов без сопоставления векторам линейных скалярных функций невозможно.

Список литературы

1. **Фаддеев Д. К.** Лекции по алгебре. М.: Наука (Главная редакция физико-математической литературы), 1984. 416 с.

УДК 629.11
Технические науки

В статье описаны результаты разработки оптимизированных шумоизолирующих деталей кузова, обеспечивающих улучшение акустического комфорта в пассажирских помещениях легковых автомобилей. Представлены результаты стендовых акустических исследований структур шумоизолирующих деталей и дорожных испытаний легковых автомобилей категории М1.

Ключевые слова и фразы: шумоизолирующие детали; легковые автомобили; способность к звукоизоляции; нормальный коэффициент звукопоглощения; снижение воздушной передачи звуковой энергии; уровень шума.

Александр Валентинович Краснов, к.т.н.
Илья Владимирович Малкин
Алексей Геннадьевич Назаров
Кафедра «Управление промышленной и экологической безопасностью»
Тольяттинский государственный университет
kaw@ya.ru

ПОВЫШЕНИЕ ЗВУКОИЗОЛИРУЮЩЕЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ ТОНКОЛИСТОВЫХ ПАНЕЛЕЙ КУЗОВА ЛЕГКОВЫХ АВТОМОБИЛЕЙ©

Работа выполнена при поддержке гранта Президента Российской Федерации МК-2336.2011.8.

Как известно, звуковая энергия, передающаяся воздушным путем в пространства пассажирских помещений и/или кабин водителей автотранспортных средств (АТС) из многочисленных зашумленных пространств (моторного отсека, багажного отделения, подднищевой зоны, ограниченной полом кузова и поверхностью дорожного покрытия, из зоны расположения открытых концевых срезов системы выпуска отработавших газов и воздухозаборного патрубка воздухоочистителя системы впуска двигателя), оказывает весьма существенное влияние на формирование в них акустического комфорта [3]. Воздушные пути передачи звуковой энергии в пространства пассажирских помещений (кабин водителя) связаны как с ее переизлучением элементами кузова (обладающими слабой звукоизолирующей способностью), так и ее распространением непосредственно через открытые отверстия (шумопередающие каналы и щелевые окна).

Для повышения звукоизолирующей способности панелей кузова АТС весьма эффективно используются шумоизолирующие прокладки и/или обивки, изготовленные из многослойных материалов, образующих в сочетании с тонколистовой металлической панелью кузова структуру с чередующимися упруго-податливыми пористыми звукопоглощающими слоями и плотными весовыми воздухонепроницаемыми звукоотражающими слоями. Все более широкое распространение находят легковесные (с низкими значениями удельного поверхностного веса) звукоизолирующие материалы, получившие название «ультралайт», в структурном составе которых отсутствует плотный звукоотражающий слой, а сама звукоизолирующая структура материала представляет чередующиеся пористые звукопоглощающие слои различной плотности (пористости). Проведенные на первом этапе исследования [2] по анализу вклада отдельных панелей кузова в воздушную передачу звуковой энергии позволили сделать вывод о наличии потенциальных возможностей улучшения акустического комфорта в пассажирских помещениях АТС за счет оптимизации структур шумоизолирующих деталей их кузова.

В результате проведенной на втором этапе работы был разработан оптимизированный (по достигаемому шумопонижающему эффекту, технологичности монтажа на панелях кузова, массе и цене) состав шумоизолирующих деталей пассажирского помещения и багажного отделения кузова, который включает (см. Рис. 1):

- формованную шумоизоляционную обивку щитка передка (поз. 1), содержащую нетканое бесфенольное полотно (толщиной 22 мм, плотностью 82 кг/м^3) и вязкоэластичный звукоотражающий слой на основе битума (толщиной 3,5 мм, плотностью 2000 кг/м^3);

- интегральную шумоизоляционную обивку пола пассажирского помещения (поз. 2), содержащую ворсовое ковровое покрытие на воздухопродуваемой латексной основе (толщиной 7 мм) и формованные панели из нетканого волокнистого материала (толщиной 25 мм, плотностью 65 кг/м^3);