

Очинский Виктор Всеволодович, Мишина Нина Фёдоровна

ВЕКТОРНО-МАТРИЧНОЕ ОПИСАНИЕ ТРУБЧАТЫХ КОСТЕЙ КИСТИ ЧЕЛОВЕКА

В статье предпринята попытка функционального обобщения формирования и развития системы костей кисти человека. При этом, на основе известных численных сравнений элементов кисти человека, используя алгебраические и геометрические основания, создан некоторый общий аналитический базис: в векторно-матричном варианте выделена переменная функция времени, определяющая линейные размеры кисти, и построена матрица инвариантных, не зависящих от времени параметров, описывающих кисть в целом.

Адрес статьи: www.gramota.net/materials/1/2014/3/36.html

Статья опубликована в авторской редакции и отражает точку зрения автора(ов) по рассматриваемому вопросу.

Источник

Альманах современной науки и образования

Тамбов: Грамота, 2014. № 3 (82). С. 129-132. ISSN 1993-5552.

Адрес журнала: www.gramota.net/editions/1.html

Содержание данного номера журнала: www.gramota.net/materials/1/2014/3/

© Издательство "Грамота"

Информация о возможности публикации статей в журнале размещена на Интернет сайте издательства: www.gramota.net

Вопросы, связанные с публикациями научных материалов, редакция просит направлять на адрес: almanac@gramota.net

УДК 57; 28.01.14

Биологические науки

В статье предпринята попытка функционального обобщения формирования и развития системы костей кисти человека. При этом, на основе известных численных сравнений элементов кисти человека, используя алгебраические и геометрические основания, создан некоторый общий аналитический базис: в векторно-матричном варианте выделена переменная функция времени, определяющая линейные размеры кисти, и построена матрица инвариантных, не зависящих от времени параметров, описывающих кисть в целом.

Ключевые слова и фразы: остеология; остеометрия; кисть; формирование; матрица инвариантных параметров.

Очинский Виктор Всеволодович

Ставропольский государственный аграрный университет
sspi.@yandex.ru

Мишина Нина Фёдоровна, к. мед. н., доцент

Ставропольский государственный педагогический институт
nina.mishina.51@mail.ru

ВЕКТОРНО-МАТРИЧНОЕ ОПИСАНИЕ ТРУБЧАТЫХ КОСТЕЙ КИСТИ ЧЕЛОВЕКА[©]

Геометрии трубчатых костей кисти человека посвящены работы Д. Г. Рохлина и Э. Е. Левенталь [9], В. В. Бунака [4], М. С. Архангельской [3], А. Л. Пурунджана [8], В. П. Алексеева [2] и др. Основным фиксируемым параметром этих антропологических исследований является линейный – длина трубчатой кости. Этот параметр определяется наиболее просто, являясь, вместе с тем, устойчивой и показательной характеристикой. Общим в перечисленных выше и не названных здесь работах являются регистрация фактических размеров костей, статистическая обработка и сравнение результатов по различным признакам – половым, возрастным, расовым или в связи с родом деятельности и др. Этим обычно такие исследования и завершаются.

Особенностью настоящей работы является использование накопленной статистики в более общих целях. Здесь предприняты попытки определённого функционального обобщения. В векторно-матричном варианте выделена переменная функция времени, определяющая линейные размеры кисти, и построена матрица инвариантных, не зависящих от времени параметров, описывающих кисть в целом. В проекционном варианте исследуются изменения некоей обобщённой скалярной характеристики, именуемой вурфом.

Оценим коротко способы получения сведений о линейных размерах трубчатых костей кисти человека – объекта наших исследований. Это непосредственное измерение кости, измерение рентгенографических отпечатков кости и измерение кости по оссеограммам кисти человека. Точность рентгеноостеологических данных, по-видимому, имеет промежуточный характер и связана, во-первых, с уровнем соответствия между объектом и его отпечатком и, во-вторых, с качеством «прочтения» результата. При этом используемое далее понятие – длина трубчатой кости кисти – сегодня не является однозначным. Остеология различает две длины: наибольшую и суставную. Наибольшая длина относится непосредственно к кисти, суставная включает в размер и хрящи суставных площадок – наименее детерминированные характеристики длины. Каждая из этих длин соотносится с соответствующими реперными точками на кисти [Там же, с. 110]. Чаще всего в исследованиях приводятся суставные длины трубчатых костей, определение которых оказывается наиболее простым и доступным, хотя и сопровождается неизбежными потерями в точности определения длины собственно кости.

Основным источником численных значений в нашей работе будут суставные длины костей, опубликованные в книге [9, с. 129]. Представим вкратце суть этой работы. Приводятся статистически обработанные данные о размерах всех фаланг и пястных костей для возрастов от четырёх до двадцати одного года, определённые по рентгеновским снимкам раздельно для особой мужского и женского пола. Достоинства этой работы, её информативность и полнота представленных в ней данных общеизвестны. Не подвергая сомнению сказанное, остановимся, тем не менее, на имеющихся здесь, на наш взгляд, недостатках, могущих привести к искажению результатов, что в настоящем исследовании может иметь (или не иметь!) решающее значение.

Прежде всего, отметим, что в работе довольно часто встречается «рост в обратную сторону». Так, например, средняя длина проксимальной фаланги первого пальца для мужчин в 15 лет составляет 20,5 мм, а в 16 лет – 19 мм. Или другой подобный пример – длина средней фаланги четвёртого пальца у женщин в 15 лет равна 25,3 мм, а в 16 лет – 23,6 мм, что явно противоречит здравому смыслу. Число примеров такого рода можно было бы продолжить, так что об опечатках говорить уже не приходится. Это – ошибки, причём системные, и, по нашему мнению, тому имеется несколько причин. К подобному результату могли привести недостаточность исходного массива данных и неопределённость, в известной мере, понятия «возраст», исчисляемого остеологией (многомесячный интервал). В общем случае, когда выборка ограничена, во избежание подобных несоответствий следовало бы кроме уточнения возраста обследуемого использовать хотя бы

ещё один показатель, коррелирующий с размерами кисти, например, длину руки или рост. Впрочем, аномалии возможны и здесь.

Очевидно, что степень идентичности отпечатков костей и самих костей ещё зависит от взаиморасположения кисти, экрана и источника излучения. Так, например, можно сказать заранее, что длины пястных костей при просвечивании с дорсальной стороны будут несколько отличаться от длин этих же костей при просвечивании с волярной, противоположной стороны, ибо будет отличен угол наклона осей костей к плоскости, перпендикулярной направлению луча. В какой-то мере это относится и к фалангам. То есть, искажения действительных размеров в рентгенограммах не могут исключаться из результатов.

В общем случае абсолютные погрешности измерений на рентгенограммах длинных и коротких костей будут одного порядка с погрешностями измерений на чертеже – $0,1 \div 0,3$ мм – и, по-видимому, примерно одинаковыми. Это означает, что относительная погрешность измерений наименьших, дистальных, фаланг будет наибольшей среди всех элементов кисти, и это может позволить оценить степень исходной погрешности в целом. Наконец, неизбежна составляющая погрешности результатов, привносимая в измерения отпечатков, связанная с процессом окостенения, существенная для костей небольшой длины, особенно в раннем возрасте.

Таким образом, ещё не начав что-либо делать, мы заранее убеждены в наличии погрешностей исходных данных из [Там же]. И всё же, хотя массив исходных значений и должен оказаться смещённым относительно истинных величин, он, в силу однотипной методики измерений, остаётся вполне пригодным для анализа. При том что оценочные характеристики возможных погрешностей можно считать известными.

Целью нашего исследования является выявление общего в формировании и развитии системы костей кисти человека. Для чего необходимо осуществлять не только численное сравнение элементов кисти любых размеров в любой момент времени, но и создать для этого некоторый общий аналитический базис. Реализацию поставленной задачи можно решать двумя различными путями, первый из которых имеет алгебраические основания, второй – геометрические. Представим вкратце оба этих направления, но прежде введём удобные обозначения элементов кисти, представленные ниже в табличной форме (Таблица 1).

Таблица 1

Луч	Фаланги			Пястная кость
	Дистальная	Средняя	Проксимальная	
1	f_{11}	f_{12}	$f_{13}=0$	f_{14}
2	f_{21}	f_{22}	f_{23}	f_{24}
3	f_{31}	f_{32}	f_{33}	f_{34}
4	f_{41}	f_{42}	f_{43}	f_{44}
5	f_{51}	f_{52}	f_{53}	f_{54}

Длина произвольного элемента (кости) кисти обозначается символом f с двумя индексами i и j – f_{ij} . Первый индекс отвечает номеру луча, а второй – номеру элемента, его составляющего, причём нумерация j начинается от дистальных фаланг. Например, обозначению f_{23} отвечает второй луч и проксимальная фаланга, а обозначению f_{34} – пястная кость третьего луча.

Идея нормированных векторных пространств конечномерного евклидова пространства [5, с. 164] вполне может составить теоретический базис для исследования элементов кисти. Векторное представление позволяет внести численную общность в изменяющийся во времени многокомпонентный объект – кисть и отдельные группы её элементов. Представление совокупности различных n элементов кисти в виде координат вектора единичной длины в n -мерном векторном пространстве позволит, как это и задумывалось, определить линейные характеристики костей независимо от размеров и в любой момент времени.

Обозначим k -й палец символом f_k и представим его в виде вектора трёхмерного векторного пространства с элементами f_{k1} , f_{k2} и f_{k3} (дистальная, средняя и проксимальная фаланги) при $k = 1, 2, 3, 4, 5$, причём для первого пальца $f_{12}=0$. А для обозначения k -го луча введём символ F_k как вектор уже четырёхмерного пространства при $k = 1, 2, 3, 4, 5$.

Совокупность элементов всей кисти можно представить в виде квазивектора R , состоящего из всех лучей кисти: $R = (F_1, F_2, F_3, F_4, F_5)^T$, где индекс «т» означает операцию транспонирования. Такое представление, при включении дополнительного нулевого элемента в вектор F_1 , эквивалентно прямоугольной матрице с числом столбцов, равным четырём – числу элементов в луче, и числом строк, равном пяти – числу лучей в кисти. Представим эту матрицу в развёрнутом виде:

$$R = \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} & f_{14} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} & f_{24} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} & f_{34} \\ f_{41} & f_{42} & f_{43} & f_{44} \\ f_{51} & f_{52} & f_{53} & f_{54} \end{pmatrix}. \quad (1)$$

В первой строчке (первый луч) один из элементов равен нулю. Вторая строчка этой матрицы отвечает трубчатым костям и пястной второго луча и т.д.

Евклидовы нормы векторов f_i и F_j в одноимённых пространствах и аналогичная по форме евклидова норма прямоугольной матрицы R определяются, соответственно, следующим образом:

$$|f_i| = \left(\sum_{j=1}^3 f_{kj}^2 \right)^{0,5}, \quad k=1, 2, 3, 4, 5; \quad (2)$$

$$|F_i| = \left(\sum_{j=1}^3 f_{kj}^2 \right)^{0,5}, \quad k=1, 2, 3, 4, 5; \quad (3)$$

$$|R| = \left(\sum_{k=1}^4 \sum_{j=1}^3 f_{kj}^2 \right)^{0,5}. \quad (4)$$

Несколько слов о нормировании. Нормированным является вектор (матрица), норма которого равна единице. Для того чтобы нормировать, например, вектор $|f_i|$, необходимо каждый его элемент разделить на норму исходного вектора. Вводим обозначение нормированного элемента в виде $|f_{ij}| = f_{ij} / |f_i|$, тогда этот вектор представляется как произведение нормы исходного вектора и элементов нормированного вектора единичной длины: $f_i = |f_i| \cdot (|f_{i1}|, |f_{i2}|, |f_{i3}|)$.

Таким образом, используя векторно-матричное описание трубчатых костей кисти, мы переходим от сравнения абсолютных размеров каждого её элемента к сравнению групп элементов, их норм и нормированных координат. Понятно, что норма исходного вектора имеет размерность длины, тогда как нормированные координаты единичного вектора – величины безразмерные. К чему это приводит, увидим далее, а пока отметим, что все численные операции над интересующими нас данными, приведёнными в книге Р. Д. Рохлина и Э. Е. Левенталёва [9, с. 183], будут сводиться к вычислению норм и нормированию компонент соответствующих векторов.

Теперь обратимся к понятию проективной геометрии «вурф», обозначаемому символом W . Это – интегральная характеристика трёхэлементных систем. Более подробно узнать, что такое вурф, можно в специальной литературе, например, в монографии [1, с. 36]. К оценке трёхэлементных биосистем впервые применил вурф профессор С. В. Петухов [7, с. 188], мы продолжим, но уже применительно к задачам временного анализа. Для принятых выше обозначений длин фаланг, например, второго пальца – $f_2 = (f_{21}, f_{22}, f_{23})$ представим соответствующее выражение вурфа:

$$W = (f_{21} + f_{22}) \cdot (f_{22} + f_{23}) / f_{22} \cdot (f_{21} + f_{22} + f_{23}). \quad (5)$$

Осуществить исчерпывающий анализ изменений трубчатых костей не позволяет формат статьи, которую авторы считают вводной. Поэтому приведём здесь численный пример для одного пальца представителя мужского пола двух крайних возрастов, представленных в [9, с. 129].

Таблица 2

Возраст, годы	Фаланги, мм		
	f_{21}	f_{22}	f_{23}
4	8±0,2	11,5±0,2	21,2±0,3
21	16,5±0,2	22,8±0,4	39,3±0,9

Таблица 3

Возраст, годы	Норма, $ f_2 $ мм	Нормированные фаланги			$\sum_{i=1}^3 f_{2i} $	Вурф, W
		$10 \cdot f_{21} $	$10 \cdot f_{22} $	$10 \cdot f_{23} $		
4	25,41	3,148	4,526	8,343	1,602	1,313
21	48,34	3,413	4,716	8,130	1,626	1,362

Исходные данные представлены в Таблице 2, а результаты их обработки – в Таблице 3.

Какие-либо выводы сейчас преждевременны, но всё же... Как и предполагалось, размерная величина нормы суть переменная функция времени и выросла за 17 лет почти вдвое. Остальные, безразмерные, характеристики тоже обнаруживают некоторые общие тенденции. Нормированные значения соответствующих фаланг оказались величинами достаточно близкими между собой, а представленные в таблице обобщённые результаты в виде арифметических сумм и отношений вурфа (столбцы 6 и 7) конкретизируются с позиций

проблемы золотой пропорции, в тонкости которой мы сейчас вдаваться не будем. Скажем лишь, что отношение золотой пропорции составляет иррациональную величину $d=1,61804498\dots$, а приближение к этой величине может осуществляться отношениями чисел Фибоначчи $\{\Phi(n)\}$: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ..., обозначаемыми символами $\Phi(n)$, где n – порядковый номер элемента этого числового ряда. Более подробное ознакомление с этой темой можно получить в книге [6, с. 236]. Сейчас же представим интерпретацию результатов столбцов 6 и 7 Таблицы 3, связанных с этой областью.

Приближение к золотой пропорции $d(n)$ по числам Фибоначчи в пятом приближении составляет значение $d(5)=\Phi(6)/\Phi(5)=8/5=1,6$, а в четвёртом приближении – $d(6)=\Phi(7)/\Phi(6)=13/8=1,625$.

Иррациональное значение золотого вурфа равно $W=d^2/2=1,30901\dots$ [7, с. 183]. Для приближений вурфа $W(n)$, вычисленных по числам Фибоначчи, наблюдается аналогичная картина. Для элементов ряда $\Phi(4)=3$; $\Phi(5)=5$ и $\Phi(6)=8$ величина вурфа составила значение $W(4)=(\Phi(4)+\Phi(5) \cdot (\Phi(5)+\Phi(6)/\Phi(5)))/(\Phi(4)+\Phi(5)+\Phi(6))==(3+5)(5+8)/5/(3+5+8)=1,3$, а для элементов ряда Фибоначчи $\Phi(5)=5$; $\Phi(6)=8$ и $\Phi(7)=13$ величина вурфа составила значение $W(5)=(\Phi(5)+\Phi(6) \cdot (\Phi(6)+\Phi(7)/\Phi(6)))/(\Phi(5)+\Phi(6)+\Phi(7))=(5+8)(8+13)/8/(5+8+13)=1,374$. Для большей наглядности представим Таблицу 4 сравнения эмпирических данных столбцов 6 и 7 Таблицы 3 с вычисленными выше значениями приближений по числам Фибоначчи с указаниями, что есть что.

Таблица 4

$\sum_{i=1}^3 f_{2i} $, эмпирика	$d(n)$, Фибоначчи	W , эмпирика	$W(n)$, Фибоначчи
1,602	$d(5)=1,6$	1,313	$W(4)=1,4$
1,626	$d(6)=1,625$	1,362	$W(5)=1,374$

Оставим эти совпадения пока что без комментариев, но авторов, по меньшей мере, они впечатлили. Можно считать, что пробный анализ удался. Объективные выводы окажутся возможными только после более подробного и глубокого численного изучения всего, что относится к костному каркасу кисти человека, и полученные результаты побуждают к дальнейшим действиям. Авторы предполагают продолжить свои исследования в этом направлении и публиковать их по мере накопления результатов.

Список литературы

1. Александров П. С. Лекции по аналитической геометрии. М.: Наука, 1968. 911 с.
2. Алексеев В. П. Остеометрия (методика антропологических исследований). М.: Наука, 1967. 249 с.
3. Архангельская М. С. Возрастная динамика размеров трубчатых костей у абхазских детей и подростков // Вопросы антропологии. М.: МГУ, 1989. Вып. 83. С. 61-68.
4. Бунак В. В. Изменение относительной длины сегментов скелета конечностей человека в период роста // Известия Академии педагогических наук РСФСР. 1996. Вып. 84. С. 13-31.
5. Вулих Б. З. Введение в функциональный анализ. М.: Наука, 1967. 416 с.
6. Очинский В. В. Золотая пропорция: суждения и опыт. Ставрополь: Юрсит, 2003. 246 с.
7. Петухов С. В. Биомеханика, бионика, симметрия. М.: Наука, 1981. 239 с.
8. Пурунджан А. Л. Некоторые проблемы возрастной трансформации размеров кисти // Вопросы антропологии. М.: МГУ, 1991. Вып. 85. С. 22-36.
9. Рохлин Д. Г., Левенталь Э. Е. Размеры фаланг и пястных костей в возрасте от 4 до 21 года // Рохлин Д. Г. Рентгено-остеология и рентгеноантропология. Л. – М.: Биомедгиз, 1936. Т. 1. 236 с.

VECTOR-MATRIX DESCRIPTION OF HUMAN HAND CORTICAL BONES

Ochinskii Viktor Vsevolodovich
 Stavropol State Agrarian University
 sspi.@yandex.ru

Mishina Nina Fedorovna, Ph. D. in Medicine, Associate Professor
 Stavropol State Pedagogical Institute
 nina.mishina.51@mail.ru

The article attempts to functionally generalize the formation and development of human hand bones system. At the same time, on the basis of the known numerical comparisons of human hand elements, using algebraic and geometric foundations, some common analytical basis was created: in vector-matrix version the variable function of time was allocated, which determines hand linear dimensions, and the matrix of invariant, time independent parameters describing hand as a whole was constructed.

Key words and phrases: osteology; osteometry; hand; formation; invariant parameters matrix.