

Кальмова Мария Александровна

ВЛИЯНИЕ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ ДЕФОРМАЦИЙ ТЕЛА КЕЛЬВИНА НА ХАРАКТЕР ДВИЖЕНИЯ ДИСКА

Работа посвящена анализу влияния материала реологической балки на динамику движущегося диска. Составлена гибридная система дифференциальных уравнений, описывающих движение системы "диск, реологическая балка" и состоящих из интегродифференциального уравнения продольных колебаний балки и уравнений Лагранжа первого рода, определяющих движение диска. Рассмотрены режимы равномерного и равноускоренного движения диска.

Адрес статьи: www.gramota.net/materials/1/2014/7/19.html

Статья опубликована в авторской редакции и отражает точку зрения автора(ов) по рассматриваемому вопросу.

Источник

Альманах современной науки и образования

Тамбов: Грамота, 2014. № 7 (85). С. 71-76. ISSN 1993-5552.

Адрес журнала: www.gramota.net/editions/1.html

Содержание данного номера журнала: www.gramota.net/materials/1/2014/7/

© Издательство "Грамота"

Информация о возможности публикации статей в журнале размещена на Интернет сайте издательства: www.gramota.net

Вопросы, связанные с публикациями научных материалов, редакция просит направлять на адрес: almanac@gramota.net

**MATHEMATICAL MODEL OF COMPONENTS GASIFICATION
PROCESS IN FUEL TANKS OF SPACE ROCKETS**

Zharikov Konstantin Igorevich
Omsk State Technical University
freeorchids@mail.ru

The article is devoted to the currently topical problem of the technogenic impact of rocket-cosmic equipment on the near-Earth space. The author describes the mathematical model of fuel liquid components gasification process in the fuel tanks of the stages of the space rockets that have completed their mission. On the basis of the proposed mathematical model a program for gasification process calculation is worked out. The article presents the results of tanks thermodynamic parameters calculation during fuel components gasification process by the example of the turnoff of the first stage of the carrier rocket "Soyuz-2.1V".

Key words and phrases: mathematical model; liquid gasification; fuel tanks; heat and mass exchange.

УДК 531

Физико-математические науки

Работа посвящена анализу влияния материала реологической балки на динамику движущегося диска. Составлена гибридная система дифференциальных уравнений, описывающих движение системы «диск, реологическая балка» и состоящих из интегродифференциального уравнения продольных колебаний балки и уравнений Лагранжа первого рода, определяющих движение диска. Рассмотрены режимы равномерного и равноускоренного движения диска.

Ключевые слова и фразы: неголономная связь; функция Дирака; ядро релаксации; преобразование Лапласа; метод Фурье; реологическая балка.

Кальмова Мария Александровна

Самарский государственный архитектурно-строительный университет
kalmova@inbox.ru

**ВЛИЯНИЕ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ ДЕФОРМАЦИЙ ТЕЛА
КЕЛЬВИНА НА ХАРАКТЕР ДВИЖЕНИЯ ДИСКА[©]**

Как известно [1-5], при движении тела вращения по стержню, связанному с абсолютно жестким основанием, исключаяющим поперечные колебания, в стержне возникают продольные деформации, величина которых зависит от податливости материала стержня. В работе [1] была, в частности, поставлена задача о плоском движении диска по стержню на жестком основании с учетом продольных деформаций стержня.

Задача об устойчивости движения диска на релаксирующем основании тела Кельвина также решалась в работах авторов [3; 5], где моделями основания были деформируемое вязкоупругое полупространство, работающее на растяжение – сжатие [3], или балка с распределенной массой, совершающая продольные колебания, вызываемые движением диска [5]. Но, материал которого моделируется релаксационным телом Кельвина, на динамику диска (Рис. 1).

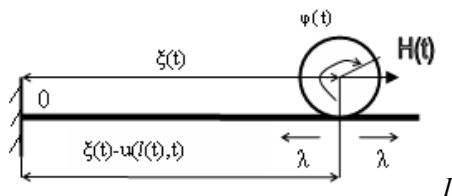


Рис. 1

Положение диска определим Лагранжевыми координатами $\xi(t)$ и $\varphi(t)$, $u(x,t)$ – абсолютная деформация определенной части стержня. Лагранжеву координату точки касания диска обозначим через $l(t)$, определенную геометрическим соотношением

$$\xi(t) = l(t) + u(l(t), t). \quad (1)$$

Из (1) и равенства $\dot{\xi}(t) = R\dot{\varphi}$ вытекает соотношение

$$R\dot{\phi} = \dot{l}(t)\left(1 + \frac{\partial u(x,t)}{\partial x}\right)_{x=l(t)}, \quad (2)$$

представляющее неголономную связь.

Для построения уравнения продольных колебаний реологического стержня запишем равенство, определяющее напряженно-деформированное состояние стержня в интегральной, релаксационной форме [2].

Принимая во внимание известные равенства

$$N = \sigma(x,t) \cdot A, \quad \frac{\partial N}{\partial x} = \rho A \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2},$$

$$\sigma(x,t) = E \left[\varepsilon_x(x,t) - \int_0^t \mathfrak{R}(t-\tau) \varepsilon_x(x,\tau) d\tau \right], \quad (3)$$

$$\mathfrak{R}(t-\tau) = \frac{E - \bar{E}}{nE} e^{-\frac{t-\tau}{n}},$$

где N, A и ρ – продольная сила, площадь поперечного сечения стержня и плотность материала стержня, соответственно; $\sigma(x,t)$ – нормальное напряжение в поперечном сечении стержня на удалении x от левого края стержня; $\varepsilon_x(x,t)$ – относительное удлинение стержня; $\mathfrak{R}(t-\tau)$ – ядро релаксации материала; n – время релаксации; \bar{E} и E – соответственно, длительный и мгновенный модули упругости стержня на растяжение, построим уравнение движения реологического стержня постоянного сечения в проекции на ось x :

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} - \int_0^t \mathfrak{R}(t-\tau) \frac{\partial^2 u(x,\tau)}{\partial x^2} d\tau - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = \frac{1}{EA} \delta(x-l(t)) \cdot \lambda(t). \quad (4)$$

Здесь $\delta(x-l)$ – дельта-функция Дирака; $\lambda(t)$ – реологическая сила реакции в точке касания, $c^2 = \frac{E}{\rho}$.

Уравнения движения диска представим в форме уравнений Лагранжа 1-го рода

$$m\ddot{z}(t) = H(t) - \lambda(t), \quad I\dot{\phi}(t) = \lambda(t) \cdot R, \quad (5)$$

где $H(t)$ – активная движущая сила; R – радиус диска; I – аксиальный момент инерции диска.

Без уравнений связи (1) и (2) постановка задачи будет неполной. Упрощая задачу, рассмотрим режим движения диска, когда точка касания диска с основанием движется с постоянной малой скоростью $l = \mu vt$.

Здесь v – скорость точки касания; μ – малый положительный параметр.

Движение центра масс диска с постоянной скоростью не может быть реализовано, так как при этом $\ddot{\phi} = 0$ и, следовательно, $\lambda(t) = 0$.

$$\text{В соответствии с (5) полагаем } \lambda(t) = H - m \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} \Big|_{x=l(t)}. \quad (6)$$

Принимая во внимание равенства (1), (5), (6), запишем уравнение

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} - \int_0^t \mathfrak{R}(t-\tau) \frac{\partial^2 u(x,\tau)}{\partial x^2} d\tau - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} =$$

$$= \frac{1}{EA} \delta(x - \mu vt) \left(H - m \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} \Big|_{x=l(t)} \right). \quad (7)$$

Решение уравнения, описывающее свободные колебания реологической балки

$$\frac{\partial^2 u_0(x,t)}{\partial x^2} - \int_0^t \mathfrak{R}(t-\tau) \frac{\partial^2 u_0(x,\tau)}{\partial x^2} d\tau - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u_0(x,t)}{\partial t^2} = 0 \quad (8)$$

при граничных

$$u_0(x,t) \Big|_{x=0} = 0, \quad \frac{\partial u_0(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=L} = 0 \quad (9)$$

$$\text{и начальных условиях } u_0(x,t) \Big|_{t=0} = f_1(x), \quad \frac{\partial u_0(x,t)}{\partial t} \Big|_{t=0} = f_2(x), \quad (10)$$

высчитываем в виде ряда

$$u_0(x,t) = \sum_{m=1}^{\infty} X_m(x) T_m(t), \quad (11)$$

подставляя который в уравнение (8) и разделяя переменные, приходим к уравнениям

$$\frac{d^2 X_m(x)}{dx^2} + \lambda_m^2 X_m(x) = 0, \quad (12)$$

$$\frac{d^2 T_m(t)}{dt^2} + p_m^2 T_m(t) = p_m^2 \int_0^t \Re(t-\tau) T_m(\tau) d\tau \quad (13)$$

$$(m = 0, 1, 2, \dots), \text{ с краевыми } X_m(x)|_{x=0} = 0, \frac{dX_m}{dx}|_{x=L} = 0, (m = 0, 1, 2, \dots) \quad (14)$$

$$\text{и начальными условиями } T_m(t)|_{t=0} = f_1(x), \frac{dT_m(t)}{dt}|_{t=0} = f_2(x). \quad (15)$$

Из (12) находим собственные числа $\lambda_m = \frac{(2m+1)\pi}{2L}$ ($m = 0, 1, 2, \dots$). Решение уравнения (13) найдем, применяя преобразования Лапласа. В работе [Там же] при анализе свободных колебаний балки эта задача была решена, но, к сожалению, решение проведено при предельных значениях времени релаксации ($n = 0, n = \infty$), что практически исключает возможность учёта реологических свойств наследственного материала стержня, а именно в решение не вошли сомножители, придающие колебаниям затухающий характер. Обозначим $c_m = A_m C_m$ зн $L\{T(t)\} = t(s)$ ачая оператор Лапласа, после применения Лапласовых преобразований уравнения (13) запишем Лапласову трансформанту в виде:

$$t(s) = \frac{[sT(0) + \dot{T}(0)](ns+1)}{s^3 + \frac{1}{n}s^2 + p_m^2 s - \frac{(E-\tilde{E})p^2}{En}}, \text{ где } T(0) = f_1(0), \dot{T}(0) = f_2(0). \quad (16)$$

Найдем корни знаменателя $s_1 = -\delta_1$, $s_{2,3} = -\delta_2 \pm ip_m$. В этом случае оригинал $T_m(t)$ решения уравнения (13) имеет вид

$$T_m(t) = B_m e^{-\delta_1 t} + C_m e^{-\delta_2 t} (\cos p_m t + \sin p_m t).$$

В результате решение начально-краевой задачи (8), (9), (10) представим в виде:

$$u_0(x, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \left(b_m e^{-\delta_1 t} + c_m e^{-\delta_2 t} (\cos p_m t + \sin p_m t) \right) \sin \frac{(2m+1)\pi}{2L} x, (m = 0, 1, 2, \dots), \quad (17)$$

где $b_m = A_m B_m$, $c_m = A_m C_m$.

Значения коэффициентов b_m, c_m определим из начальных условий (10), используя свойство ортогональности собственных функций. Видим, что вязкоупругая балка совершает затухающие колебания, которые накладываются на медленное экспоненциальное движение.

Исследуя вынужденные колебания, будем искать решение в виде ряда по собственным функциям однородной задачи

$$u_H(x, t) = \sum_{k=0}^{\infty} \gamma_k(t) \sin \lambda_k x \quad (18)$$

и подчиним его нулевым начальным и граничным условиям

$$u_H(x, t)|_{t=0} = 0, \frac{\partial u_H(x, t)}{\partial t}|_{t=0} = 0, u_H(x, t)|_{x=0} = 0, \frac{\partial u_H(x, t)}{\partial x}|_{x=L} = 0. \quad (19)$$

После подстановки ряда (18) в уравнение (7) получим систему

$$\sum_{k=1}^{\infty} \left[\frac{d^2 \gamma_k(t)}{dt^2} - \omega_k^2 \int_0^t \Re(t-\tau) \gamma_k(\tau) d\tau + \omega_k^2 \gamma_k(t) \right] \sin \lambda_k x = G(x, t) \quad (20)$$

с нулевыми начальными условиями

$$\gamma_k(t)|_{t=0} = 0, \frac{d\gamma_k(t)}{dt}|_{t=0} = 0. \quad (21)$$

$$\text{Здесь } G(x, t) = U \delta(x - \mu vt) (H + m \frac{d^2 \gamma_k(t)}{dt^2} \sin \lambda_k x), \quad (22)$$

где $U = -\frac{c^2}{EA}$.

После разложения функции $G(x, t)$ в ряд Тейлора по малому параметру и разложения в интервале $(0, L)$ в ряд по синусам по аргументу x получим

$$G(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} q_k(t) \sin \lambda_k x;$$

$$\text{здесь } q_k(t) = \frac{2}{L} \int_0^L G(x, t) \sin \lambda_k x dx - \mu H (2k+1) \pi U_1 vt, \quad (23)$$

$$\text{где } U_1 = \frac{2c^2}{EAL}.$$

Применяя преобразования Лапласа к уравнению (20), полагая

$$G[\gamma(t)] = \Gamma(s), \quad G[q(t)] = Q(s), \quad (24)$$

запишем для (20) изображающее уравнение

$$\Gamma_k(s) \left(s^3 + \frac{s^2}{n} + \omega_k^2 s + \frac{\omega_k^2 \tilde{E}}{nE} \right) = - \frac{\mu H (2k+1) \pi U_1 v}{2Ls^2} \left(\frac{1}{n} + s \right). \quad (25)$$

Находя отсюда функцию $\Gamma_k(s)$

$$\Gamma_k(s) = -\mu \frac{EH(2k+1)\pi U_1 v}{2Ls^2 (Es^2 + Ens^3 + E\omega^2 ns + \tilde{E}\omega^2)}, \quad (26)$$

определяем корни знаменателя $s_1 = -\alpha_1$, $s_{2,3} = -\alpha_2 \pm i\beta_1$, $s_4 = 0$, $s_5 = 0$.

Здесь $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1$ – действительные числа. Из-за громоздкости корней знаменателя в развернутом виде они не выписаны. Заключаем, что, ввиду наличия двух кратных нулевых корней, частное решение уравнения (20) неустойчиво. График зависимости функции $u(x, t)$ при $x = const$ и эксплуатационных данных

$$H = 1 \text{ кН}, \quad m = 1 \text{ кг}, \quad A = 0,2 \text{ м}^2, \quad L = 10 \text{ м}, \quad \rho = 3 \cdot 10^{-4} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}, \quad E = 1 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}, \quad \tilde{E} = 0,7E, \quad n = 1, \quad v = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}}, \quad \mu = 0,01 \quad (27)$$

изображен на Рис. 2.

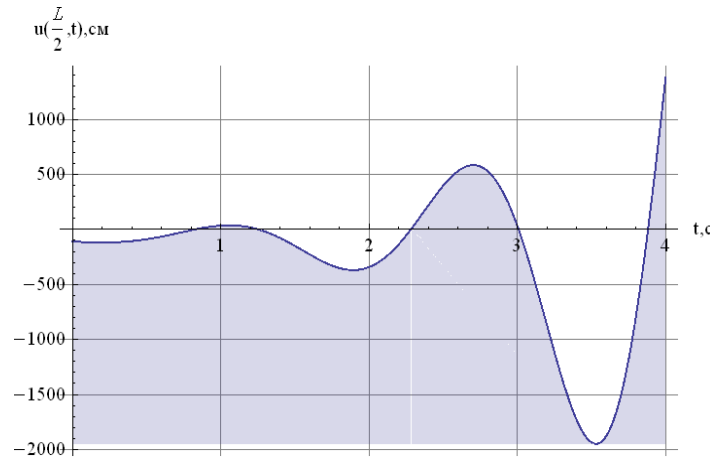


Рис. 2

Из графика вытекает, что стержень совершает низкочастотные колебания, период которых соизмерим со временем релаксации. В результате этого балка получает значительные деформации, и кривая ползучести уходит в бесконечность. Это можно рассматривать как потерю целостности балки. Напряженно-деформированное состояние балки с наследственными свойствами, вызванное движением диска, может проявляться в форме продольно-изгибных колебаний, источником которых являются статическая неуравновешенность диска и движущая сила. Если сила постоянна, а материал балки упругопластичен, что присуще модели Кельвина, то можно наблюдать стационарный режим автоколебаний. Если сила носит периодический характер, то возникают вынужденные колебания, которые могут происходить на фоне автоколебаний. Источником возникновения поперечных колебаний является малая вертикальная периодическая сила, вызванная статической неуравновешенностью диска.

Найдем частные значения временной функции $\gamma_k(t)$ уравнения (20), соответствующие предельным значениям времени релаксации n при малой скорости центра масс диска. Так, при $n = 0$

$$\Gamma_k(s) = \frac{(2E(2k+1)\pi LUv)}{((4L^2 s^2 + \pi^2 v^2 (1+4k+4k^2))(Es^2 + \tilde{E}\omega_k^2))}, \quad \text{знаменатель имеет два сопряженных мнимых корня}$$

$$s_{1,2} = \pm i \frac{\pi c}{2L} \sqrt{\frac{\tilde{E}}{E}} \quad \text{и два нулевых. Временная функция будет неустойчива.}$$

При $n = \infty$ знаменатель выражения (26) имеет три кратных нулевых корня, и временная функция неограниченно растет.

Теперь исследуем динамику диска в режиме равноускоренного движения, полагая, что ускорение центра масс мало. Тогда, в соответствии с равенством (5), найдем

$$\lambda = H - ma = const, \quad J \frac{a}{R} = \lambda R, \quad \text{где } a - \text{ускорение центра масс диска.} \quad (28)$$

Учитывая равенство (8), разлагаем правую часть уравнения (20) в ряд Тейлора по малому параметру μ :

$$q_k(t) = U \int_0^L [\delta(x - \mu at^2 + \gamma_k(t) \sin \frac{(2k+1)\pi \mu at^2}{2L}] dx =$$

$$= \delta(x) + \mu \frac{at^2}{2L} (\pi \gamma_k(t) + 2k\pi \gamma_k(t) - 2L) \delta'(x) + \mu_{...}^2,$$
(29)

где $U = \frac{2\lambda_k c^2}{EAL}$.

Разлагаем теперь функцию (29) в интервале $(0, L)$ в ряд по синусам по аргументу x .

$$q_k(t) = \frac{2U}{L} \int_0^L [\delta(x) + \mu \frac{at^2}{2L} (\pi \gamma_k(t) + 2k\pi \gamma_k(t) - 2L) \delta'(x) + \mu_{...}^2] \cdot$$

$$\cdot \sin \frac{(2k+1)\pi \mu at^2}{2L} dx = \frac{2U}{L} [\sin \frac{(2k+1)\pi \mu at^2}{2L} + \mu at^2 \sin \frac{(2k+1)\pi \mu at^2 \pi}{2L} \cdot$$

$$\cdot (\frac{\pi}{2L} \delta(L) \gamma_k(t) - \delta(L) + k\pi \delta(L) \gamma_k(t))] = \frac{2U}{L} \sin \frac{(2k+1)\pi \mu at^2}{2L},$$

так как $\delta(L) = 0$.

Изображающим уравнением для (20) в этом случае будет

$$\Gamma_k(s)(s^3 + \frac{s^2}{n} + \omega^2 s + \frac{\omega^2 \tilde{E}}{n E}) = Q_1(s),$$

где после разложения косинус- и синус-интегралов Френеля в ряды

получим

$$Q_1(s) = [(1 + ns)U(6a^2(1 + 2k)^2 \pi^2 \mu (\frac{a^2(2k+1)^2 \mu}{L^2})^{\frac{1}{4}} - 2s) +$$

$$+ L^2(3\pi^2 s^2 (\frac{a^2(2k+1)^2 \mu}{L^2})^{\frac{3}{4}} - s^5)] / (6a^3(2k+1)^3 n \pi^3 \mu).$$

Частное решение $\gamma_k(t)$ уравнения (20) при нулевых начальных условиях (21) представим интегралом [4]:

$$\gamma_k(t) = \sum_{j=1}^3 \frac{1}{A'(s_j)} \int_0^t Q_1(s_j) e^{s_j(t-\tau)} d\tau,$$
(30)

$$A(s) = 6a^3(2k+1)^3 \pi^3 \mu (\tilde{E}\omega^2 + Es(s + ns^2 + n\omega^2)),$$

где $A'(s_j) = \frac{dA}{ds} \Big|_{s=s_j}$, $s_1 = -\delta_1$, $s_{2,3} = -\delta_2 \pm i\omega_k$; δ_1, δ_2 – положительные действительные числа.

Общее решение уравнения (7) в режиме равноускоренного движения диска найдем, суммируя решения (17) и (30).

График зависимости амплитуды колебаний от времени в соответствии с данными (24) представлен на Рис. 3, из которого следует асимптотическая устойчивость движения диска.

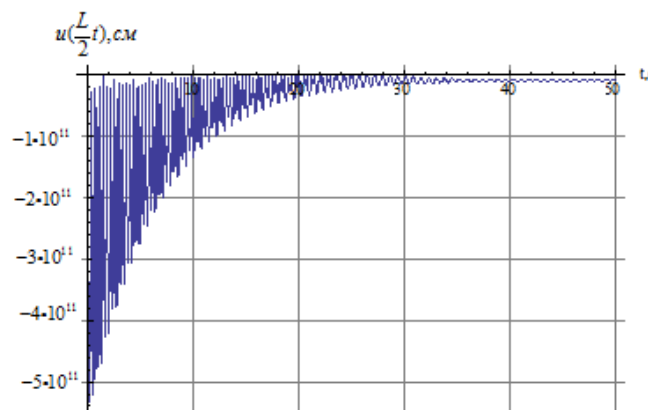


Рис. 3

Достоверность полученных результатов – наличие физически неприемлемых деформаций балки при малой скорости диска – подтверждается совпадением их с результатами численного интегрирования интегродифференциальных уравнений (13), (20) как с ядром релаксации стандартного наследственного тела, так и с ядром слабосингулярной модели, предложенным А. Р. Ржаницыным [5].

Список литературы

1. **Горошко О. А.** Неголономные системы с деформируемыми телами // Вестник Киевского университета. Киев, 1983. № 25. С 51-55.
2. **Горошко О. А., Катица С. Х.** Аналитическая динамика дискретных наследственных систем / на сербском языке. Киев, 2000. 429 с.
3. **Павлов Г. В., Кальмова М. А.** Моделирование силового взаимодействия движущегося диска-грунтоуплотнителя по реологической балке с распределенной массой // Вестник Московского государственного строительного университета. 2012. № 7. С. 60-65.
4. **Павлов Г. В., Кальмова М. А.** Специфика движения диска на реологическом основании // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2012. № 3 (19). С. 68-78.
5. **Ржаницын А. Р.** Некоторые вопросы механики систем, деформирующихся во времени. М.: ГИТТЛ, 1949. 248 с.
6. **Филиппов А. П.** Колебания механических систем. Киев: Наукова думка, 1965. 716 с.

INFLUENCE OF KELVIN BODY HORIZONTAL DEFORMATIONS ON CHARACTER OF DISC MOTION

Kal'mova Mariya Aleksandrovna*Samara State University of Architecture and Civil Engineering**kalmova@inbox.ru*

This paper analyzes the influence of rheological beam material on the dynamics of the moving disk. The hybrid system of differential equations describing the motion of the “disc, rheological beam” system and consisting of the integrodifferential equation of the beam longitudinal oscillations and Lagrange equations of the first kind determining the disc motion is composed. The regimes of uniform and uniformly accelerated disc motion are considered.

Key words and phrases: nonholonomic constraint; Dirac delta function; relaxation kernel; Laplace transform; Fourier method; rheological beam.

УДК 338.2

Экономические науки

В статье идет речь о мотивации трудовой деятельности персонала. Рассматриваются задачи и функции мотивации, факторы, влияющие на мотивацию труда. Дается определение понятиям «потребность», «мотив», «стимул», «вознаграждение». Значительное внимание уделяется взаимосвязи мотива и стимула в мотивационном механизме. Излагаются концепции изучения потребностей. Проводится сравнение данных теорий с иерархической теорией потребностей А. Маслоу. Прослеживается связь между усилиями работника и результатом труда.

Ключевые слова и фразы: мотивация; механизм мотивации; потребность; мотив; стимул; вознаграждение; теории мотивации.

Коноплева Галина Ивановна, к.э.н., доцент*Комсомольский-на-Амуре государственный технический университет**kmopp@knastu.ru***ПОНЯТИЕ МОТИВАЦИИ ТРУДОВОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ[©]**

Мотивация (от лат. *movere*) – побуждение к действию; динамический процесс психофизиологического плана, управляющий поведением человека, определяющий его направленность, организованность, активность и устойчивость; способность человека деятельно удовлетворять свои потребности [5].

В процессе трудовой деятельности мотивация дает возможность решить следующие задачи: удовлетворить потребности работников в определенных благах посредством труда, оценить результаты их деятельности, а также установить степень удовлетворенности вознаграждением работника за проделанную работу. Система мотивации выполняет следующие управленческие функции: 1) планирование мотивации (выявление потребностей, установление взаимосвязи между потребностями и стимулами); 2) осуществление мотивации (создание соответствующих условий для удовлетворения потребностей работников, вознаграждение их по результатам работы); 3) управление мотивационным процессом (контроль мотивации, корректировка стимулов мотивации). Мотивация должна учитывать и ряд факторов (побудительных сил), которые определяют поведение человека к выполнению определенного действия для достижения своей цели. К мотивирующим факторам следует отнести значимость и сложность выполненной работы, вознаграждение по результатам труда, стремление работника сделать карьеру. Данные факторы активно воздействуют на человека в том случае, если организация создает все условия для проявления и реализации способностей работников.