Обухов Павел Серафимович, Иванов Станислав Валерьевич, Гвинджилия Валерия Енвериевна, Саныгин Илья Александрович

СПОСОБ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ДИНАМИКИ С МИНИМИЗАЦИЕЙ ФУНКЦИОНАЛА НЕВЯЗКИ НАБЛЮДЕНИЙ КРАСОВСКОГО

В статье рассматривается способ решения обратной задачи динамики с минимизацией функционала невязки наблюдений Красовского. На основе подхода решения обратных задач восстановления состояния динамической системы по косвенным наблюдениям получили алгоритм оценивания параметров движения летательного аппарата по траекторным измерениям. Имитационное моделирование подтвердило возможность получения удовлетворительных оценок параметров движения для летательных аппаратов, представленных нелинейными моделями и нелинейными наблюдениями.

Источник
Альманах современной науки и образования
Тамбов: Грамота, 2016. № 1 (103). C. 87-90. ISSN 1993-5552.
Адрес журнала: www.gramota.net/editions/1.html
Содержание данного номера журнала: www.gramota.net/materials/1/2016/1/

УДК 621.396.965:517.977.57
Технические науки

В статье рассматривается способ решения обратной задачи динамики с минимизацией функционала невязки наблюдений Красовского. На основе подхода решения обратных задач восстановления состояния динамической системы по косвенным наблюдениям получили алгоритм оценивания параметров движения летательного аппарата по траекторным измерениям. Имитационное моделирование подтвердило возможность получения удовлетворительных оценок параметров движения для летательных аппаратов, представленных нелинейными моделями и нелинейными наблюдениями.

Ключевые слова и фразы: параметры движения летательного аппарата; имитационное моделирование; нелинейные модели; оценка состояния; функционал Красовского; состояния динамической системы.

Обухов Павел Серафимович, к.т.н., доцент
Иванов Станислав Валерьевич, к.т.н., доцент
Гвинджилия Валерия Енвериевна
Саныгин Илья Александрович
Донской государственный технический университет
pobuhov@spark-mail.ru; sta399@yandex.ru; sinedden@yandex.ru; ilyasanygin@mail.ru

СПОСОБ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ДИНАМИКИ С МИНИМИЗАЦИЕЙ ФУНКЦИОНАЛА НЕВЯЗКИ НАБЛЮДЕНИЙ КРАСОВСКОГО

Для решения задачи обработки данных летных испытаний летательных аппаратов (ЛА) статистические подходы не всегда применимы из-за трудности обеспечения статистической устойчивости данных о возмущающих воздействиях. Это связано с малым количеством испытаний, нестационарностью возмущающих воздействий, неадекватностью модели ЛА, а также неоднородностью условий проведения испытаний. Оценки таких динамических объектов должны быть «хорошими» по одной реализации, а не только в среднем по множеству. Поэтому для оценки состояния по наблюдениям в одной реализации используются подходы решения обратных задач с минимизацией функционала невязки наблюдений и оценок наблюдений [3].

В общем виде динамика ЛА определяется дифференциальным уравнением

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x},t) + \phi(\mathbf{x},t)\cdot\mathbf{v}(t), \quad \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0, \quad t \in [t_0, t_1], \tag{1}$$

где $\mathbf{x}(t) \in \mathbf{R}^n$ – вектор состояния системы из n-мерного векторного пространства; $\mathbf{v}(t) \in \mathbf{U} \subset \mathbf{R}^p$ — вектор неизвестных воздействий из ограниченного множества $\mathbf{U}$ p-мерного векторного пространства; $f(\mathbf{x},t) \in \mathbf{R}^n$ – в общем случае нелинейная дифференцируемая вектор-функция своих аргументов; $\phi(\mathbf{x},t) \in \mathbf{R}^n \times \mathbf{R}^p$ – матричная дифференцируемая функция, характеризующая эффективность управления.

Связь между измерениями $\mathbf{y}(t) \in \mathbf{R}^m$ и состоянием системы $\mathbf{x}(t)$ посредством известной сигнальной функции $h(\mathbf{x}) \in \mathbf{R}^m$ описывается уравнением наблюдения

$$\mathbf{y}(t) = h(\mathbf{x}(t)) + \xi(t), \tag{2}$$

где $m \le n$; $\xi(t) \in \mathbf{R}^m$ – вектор белых гауссовских шумов со статистическими характеристиками:

$$M[\xi(t)] = 0, \qquad M[\xi(t)\cdot\xi^T(t-\tau)] = N_\xi \cdot \delta(\tau), \tag{3}$$

$N_\xi \in \mathbf{R}^m \times \mathbf{R}^m$ – невырожденная симметричная положительно определенная матрица интенсивностей шумов; $\mathbf{R}^m$ – m-мерное векторное пространство.

Требуется определить оценку состояния $\hat{\mathbf{x}}(t)$ динамической системы (1), минимизирующей функционал невязки

$$J[\hat{\mathbf{x}}] = \int_{\mathbf{t_0}}^{\mathbf{t_1}} \Psi(\hat{\mathbf{x}})dt, \ \Psi(\hat{\mathbf{x}}) = \left(\mathbf{y} - h(\hat{\mathbf{x}})\right)^{\mathbf{T}} \mathbf{Q} \left(\mathbf{y} - h(\hat{\mathbf{x}})\right), \tag{4}$$

где $\mathbf{Q}$ – положительно определенная матрица весовых коэффициентов.

Задача в такой постановке является некорректной по Адамару.

Регуляризация задачи по Тихонову может быть выполнена неклассическим функционалом – полуопределенным функционалом Красовского [3; 7], который, применительно к задаче (1)-(4), имеет вид

$$J[\hat{x}] = \int_{t_0}^{t_1} \psi(\hat{x})dt + \frac{1}{2}\int_{t0}^{t1} \mathbf{u}^T(t)\mathbf{K}^{-1}\mathbf{u}(t)dt - \frac{1}{2}\int_{t0}^{t1} \mathbf{u}_0{}^T(t)\mathbf{K}^{-1}\mathbf{u}_0(t)dt, \tag{5}$$

где $\mathbf{u}_о$ – неизвестное оптимальное управление, которое определяется в процессе синтеза; третье слагаемое функционала (5) является дополнительным интегральным ограничением

$$\int_{t_0}^{t_1} \mathbf{u}_o^T(t)\mathbf{K}^{-1}\mathbf{u}_o(t)dt = const\ , \tag{6}$$

которое можно трактовать как заданные обобщенные затраты на управление в некоторой оптимальной системе.

Использование функционала Красовского в задачах оптимального управления позволяет уйти от решения нелинейного уравнения Беллмана в частных производных и заменить его решением линейного уравнения Ляпунова-Беллмана [1].

В общем случае для задачи (1)-(4) необходимо синтезировать оптимальное управление $\mathbf{u}_o$ модели оцениваемого процесса

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = f(\hat{\mathbf{x}},t) + \phi(\hat{\mathbf{x}},t)\cdot\mathbf{u}(t),\ \ \hat{\mathbf{x}}(t_0) = \hat{\mathbf{x}}_0,\ \ t \in [t_0,t_1], \tag{7}$$

минимизирующее регуляризирующий полуопределенный функционал обобщенной работы (5).

Оптимальное управление $\mathbf{u}_o$ определяется по методу прогнозирующей модели из выражения

$$\hat{\mathbf{u}}_o(t) = -K \cdot \phi^T(\hat{x}) \cdot \int_t^{t1} G^T(s,t) \cdot \frac{\partial[\psi(\hat{x}_m(s))]}{\partial \hat{x}_m(s)} ds\ , \tag{8}$$

где $\hat{x}_m(s)$ – прогнозируемое (свободное) в ускоренном времени s движение модели, определяемое уравнением

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}_m = f\left(\hat{\mathbf{x}}_m, s\right), \qquad \hat{\mathbf{x}}_m(s)\big|_{s=t} = \hat{\mathbf{x}}(t); \tag{9}$$

$\mathbf{G}(s,t)$ – фундаментальная матрица системы, определяемая решением матричного уравнения

$$\frac{\partial \mathbf{G}(s,t)}{\partial s} = \mathbf{F}_{\hat{\mathbf{x}}} \cdot \mathbf{G}(s,t), \qquad \mathbf{G}(s,t)\big|_{s=t} = \mathbf{I}\ , \tag{10}$$

в котором $\mathbf{F}_{\hat{\mathbf{x}}} = \dfrac{\partial f}{\partial \hat{\mathbf{x}}}$ – матрица Якоби уравнения (9).

Пусть движение ЛА описывается уравнением

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}) + \varphi(\mathbf{x})\cdot\mathbf{u},\ \mathbf{x} \in \mathbf{X} \subset \mathbf{R}^6 \times [t_0,\ t_1],\ \ \mathbf{u} \in \mathbf{U} \subset \mathbf{R}^3 \times [t_0,\ t_1]\ , \tag{11}$$

где $[x_1,\ x_2,\ x_3,\ x_4,\ x_5,\ x_6]^T$ – вектор положения ЛА, в котором $x_1,\ x_3,\ x_5$ – координаты, а $x_2,\ x_4,\ x_6$ – скорости в инерциальной, связанной с местной, системе координат; $f(\mathbf{x}) = [x_2,\ 0,\ x_4,\ 0,\ x_6,\ g]^T$ – образующая вектор-функция ЛА; матрица эффективности уравнения $\varphi(\mathbf{x})$

$$\varphi(\mathbf{x}) = 0.5 \cdot \rho \cdot v \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -x_2 & \dfrac{x_4 v}{v_p} & \dfrac{x_2 x_6}{v_p} \\ 0 & 0 & 0 \\ -x_4 & \dfrac{x_2 v}{v_p} & \dfrac{x_4 x_6}{v_p} \\ 0 & 0 & 0 \\ -x_6 & 0 & -v_p \end{bmatrix}; \tag{12}$$

$\rho = \rho_0 \cdot exp\left(-x_5/k_p\right)$ – зависимость плотности от высоты, в которой k_p – логарифмический градиент плотности по высоте; $v = \sqrt{x_2^2 + x_4^2 + x_6^2}$ и $v_p = \sqrt{x_2^2 + x_4^2}$ определяются как модуль вектора скорости и модуль проекции вектора скорости на горизонтальную плоскость.

Таким образом, динамическая модель (12) учитывает основные силы, действующие на летательный аппарат при полете в атмосфере Земли. Она позволяет моделировать управляемый полет за счет изменения по заданному закону нормированных аэродинамических сил $u_1,\ u_2,\ u_3$, оставаясь при этом достаточно простой для моделирования.

Конкретизируем вектор наблюдений (2) $\mathbf{y} = [y_1, y_2, y_3, y_4]^T$ с компонентами y_1, y_2, y_3, y_4 (дальность, азимут, угол места и радиальная скорость, соответственно):

$$\begin{aligned} y_1 &= \sqrt{x_1^2 + x_3^2 + x_5^2} + \xi_1, \\ y_2 &= \mathrm{arctg}\left(x_1/x_3\right) + \xi_2, \\ y_3 &= \mathrm{arctg}\left(x_5 \Big/ \sqrt{x_1^2 + x_3^2}\right) + \xi_3, \\ y_4 &= \frac{x_1 x_2 + x_3 x_4 + x_5 x_6}{\sqrt{x_1^2 + x_3^2 + x_5^2}} + \xi_4. \end{aligned} \tag{13}$$

Параметры движения определяются из уравнения оценки, в котором $\mathbf{u}_o = (u_{o1}, u_{o2}, u_{o3})^T$ – вектор аэродинамической силы – находится в соответствии с методом прогнозирующей модели из уравнения.

Ниже представлены результаты моделирования для плоского (в вертикальной плоскости) движения. Статистические характеристики получены на основе многократной реализации процедуры оценивания.

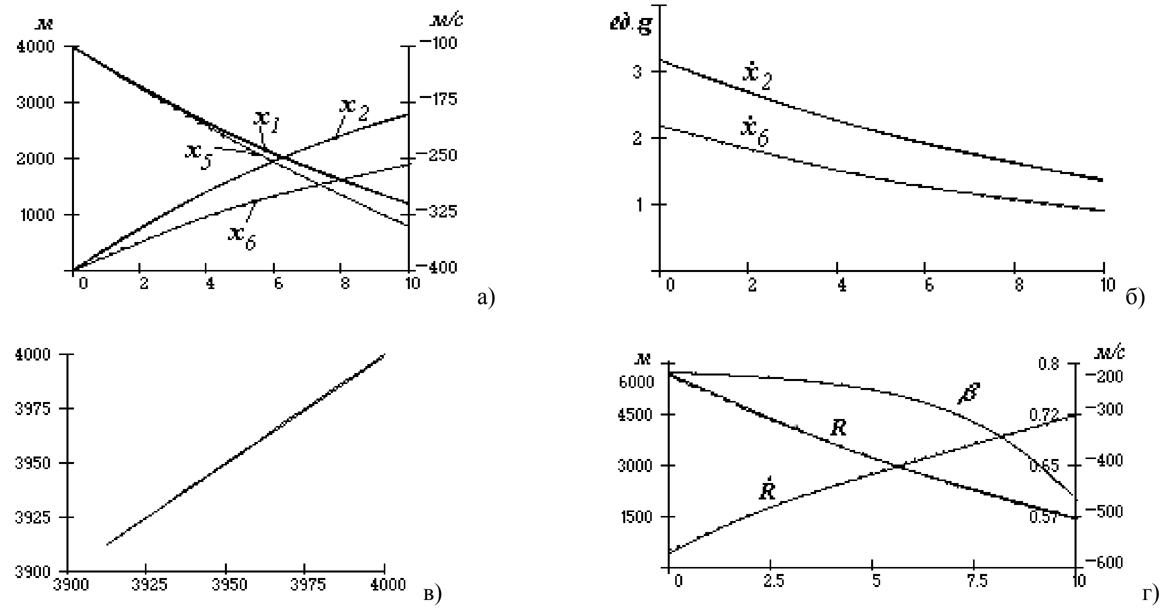

Рис. 1. *Траектория полета: а)-б) – изменение координат, проекций скорости и ускорения; в) вид траектории; г) угол места, радиальные дальность и скорость*

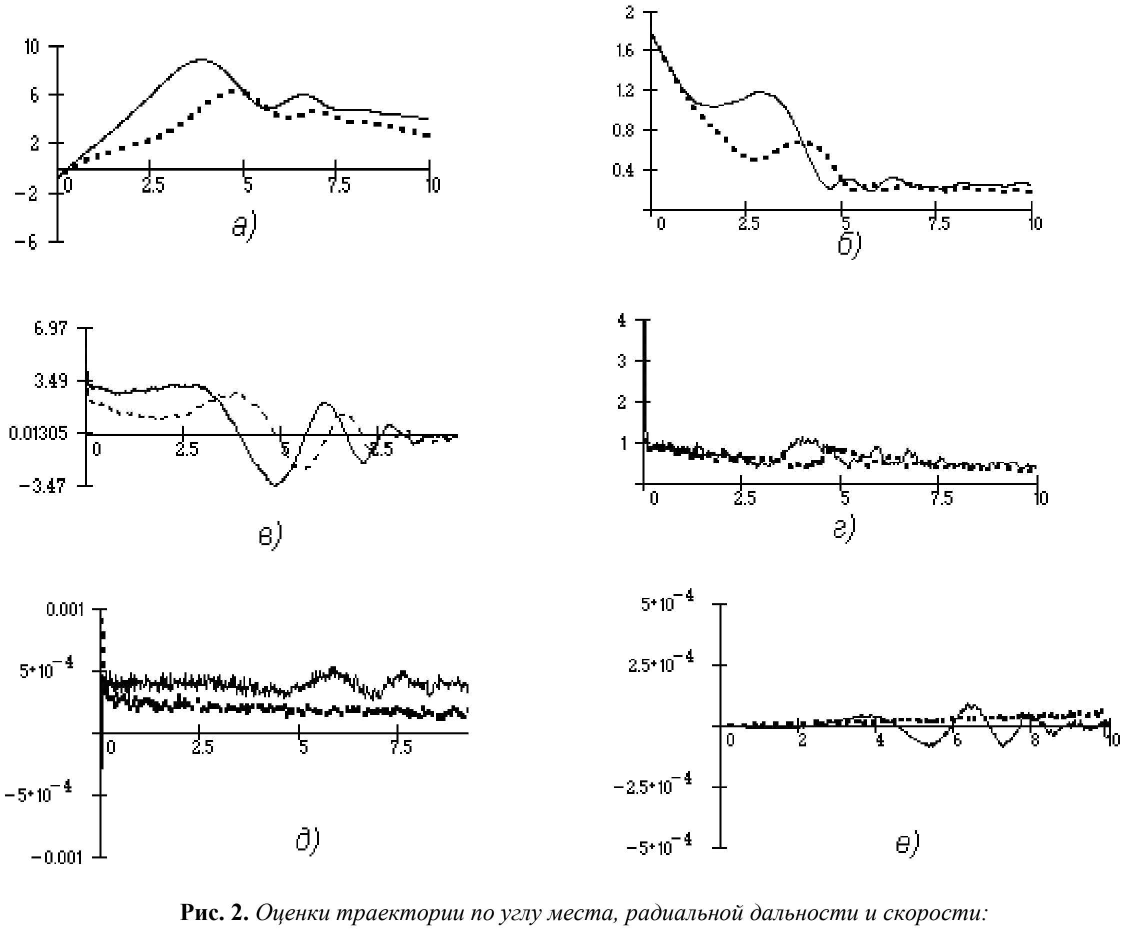

Рис. 2. *Оценки траектории по углу места, радиальной дальности и скорости: а) средние погрешности оценок координат (м); б) среднеквадратическое отклонение (СКО) погрешностей оценок координат (м); в) средние погрешности оценок проекций скорости (м/с); г) СКО погрешностей оценок проекций скорости (м/с); д) среднее значение оценки (__) и СКО (- - -) нормированной силы лобового сопротивления; е) среднее значение оценки (__) и СКО (- - -) нормированной подъемной силы*

Таким образом, на основе подхода решения обратных задач восстановления состояния динамической системы по косвенным наблюдениям получен алгоритм оценивания параметров движения летательного аппарата по траекторным измерениям. Имитационное моделирование подтвердило возможность получения удовлетворительных оценок параметров движения для ЛА, представленных нелинейными моделями и нелинейными наблюдениями.

Список литературы

1. **Александров А. Г., Красовский А. А. и др.** Справочник по теории автоматического управления / под ред. А. А. Красовского. М.: Наука (Гл. ред. физ.-мат. лит.), 1987. 712 с.
2. **Брандин В. Н., Разоренов Г. Н.** Определение траекторий космических аппаратов. М.: Машиностроение, 1978. 216 с.
3. **Красовский А. А.** Неклассические целевые функционалы и проблемы теории оптимального управления // Техническая кибернетика. 1992. № 1. С. 3-41.
4. **Половинчук Н. Я., Иванов С. В., Руденко Н. В.** Алгоритм терминального управления для автопилота летательного аппарата // Технические и технологические системы: сборник материалов Шестой международной научной конференции «Технические и технологические системы 2014». Краснодар: ФВУНЦ ВВС ВВА, 2014. С. 261-269.
5. **Половинчук Н. Я., Трофименко В. Н., Руденко Н. В., Иванов С. В.** Оптимальное терминальное управление структурно неопределенной динамической системой // Двойные технологии. 2013. № 4. С. 40-43.
6. **Таран В. Н., Трофименко И. В., Трофименко В. Н.** Функционал обобщенной работы в регуляризации задачи оценивания состояния динамической системы // Автоматика и вычислительная техника. 1999. № 4. С. 35-45.
7. **Тихонов А. Н., Арсенин В. Я.** Методы решения некорректных задач. М.: Наука (Гл. ред. физ.-мат. лит.), 1986. 288 с.
8. **Фарина А., Студер Ф.** Цифровая обработка радиолокационной информации. Сопровождение целей / пер. с англ. М.: Радио и связь, 1993. 320 с.

METHOD OF SOLVING THE INVERSE DYNAMICS PROBLEM WITH THE MINIMIZATION OF KRASOVSKII'S OBSERVATIONS RESIDUAL FUNCTIONAL

Obukhov Pavel Serafimovich, Ph. D. in Technical Sciences, Associate Professor
Ivanov Stanislav Valer'evich, Ph. D. in Technical Sciences, Associate Professor
Gvindzhiliya Valeriya Enverievna
Sanygin Il'ya Aleksandrovich
Don State Technical University
pobuhov@spark-mail.ru; sta399@yandex.ru; sinedden@yandex.ru; ilyasanygin@mail.ru

The article discusses a way to solve the inverse dynamics problem with the minimization of Krasovskii's observations residual functional. On the basis of the approach of solving the inverse problems of the recovery of the dynamic system state through indirect observations the authors disclosed an algorithm for estimating the parameters of the movement of an aircraft according to the trajectory measurements. Simulation proved a possibility of obtaining the satisfactory estimations of the parameters of motion for aircrafts presented by nonlinear models and nonlinear observations.

Key words and phrases: motion parameters of aircraft; simulation; nonlinear models; state assessment; Krasovskii's functional; states of dynamic system.

УДК 908
Культурология

В статье на основе анализа ряда литературных художественных произведений на краеведческом материале впервые доказывается, что такие работы являются, по сути, научно-исследовательскими, хотя и с допустимым в соответствии с жанром некоторым вымыслом. Авторы, утверждая, что писатель вправе изложить в художественной форме результаты своих изысканий, считают возможным использование художественной литературы на краеведческой основе как ценного с научной точки зрения (с учетом исторической критики) и яркого по эмоциональности источника в исследовательских проектах.

Ключевые слова и фразы: родино(крае)ведение; история и культура Отчего края; художественное произведение; литература на местном материале; романы тамбовского писателя А. М. Акулинина (1938-2010).

Пирожков Геннадий Петрович, к.и.н., д. культурологии, профессор
Пирожкова Ирина Геннадьевна, к.и.н., к.ю.н., доцент
Тамбовский государственный технический университет
gpptmb48@rambler.ru; 0_1_23456789@list.ru

ХУДОЖЕСТВЕННОЕ ПРОИЗВЕДЕНИЕ НА МЕСТНОМ МАТЕРИАЛЕ КАК РОДИНО(КРАЕ)ВЕДЧЕСКОЕ НАУЧНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ

В последнее время публикуются рассказы, повести, романы, созданные на основе местных, родино(крае)ведческих, материалов. В процессе их создания писатели изучают архивные документы и другие