2. **Игнатьев Е. П., Ильюшкин П. В.** Конструирование технических кривых на основе нецентральных квадратичных преобразований плоскости // Сборник трудов X Научно-практической конференции студентов и учащейся молодежи «Прогрессивные технологии и экономика в машиностроении». - Юрга: Изд-во ТПУ, 2006. - С. 54-55.

КОМБИНИРОВАННЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ АЛГЕБРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ

Ващенко Г. В.
Сибирский государственный технологический университет, г. Красноярск

Рассматривается комбинированная вычислительная схема на основе метода Хойна и метода Ньютона численного решения задачи Коши для алгебро-дифференциальных систем уравнений. Приводятся сведения об условиях проведения вычислительных экспериментов и результатах.

Введение

Рассматривается автономная задача Коши для системы алгебро-дифференциальных уравнений

$$\left.\begin{aligned} &y'(t) = F(y(t),\, x(t)),\\ &x(t) = G(y(t),\, x(t)),\\ &y(0) = y^0, x(0) = x^0, \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

где $y(t) \in R^m$, $x(t) \in R^{n-m}$, $t\in[0, \mathrm{T}]$ и $x^0 = G(y^0, x^0)$.

Подобные задачи возникают при моделировании явлений с различными характерными временами в предположении, что быстрые переменные изменяются мгновенно [Хайрер 1999: 3], [Бояринцев 1989: 1] и другие.

Замена непрерывной задачи на дискретную, получаемую с помощью какого-либо конечно-разностного метода решения, приводит к системе алгебраических уравнений, решение которой не может быть найдено точно, исключение, линейные системы. В силу чего, применяются различные итерационные методы решения систем алгебраических уравнений, которые отличаются как сложностью реализации на вычислительных системах, так и условиями и скоростью сходимости. Для построения наиболее эффективных численных методов решения алгебро-дифференциальных уравнений появляется необходимость исследования различных комбинированных методов решения.

В работе рассматривается метод Хойна в комбинации с методом Ньютона.

Описание метода

Для численного решения задачи (1) выпишем дискретный аналог задачи с помощью метода Хойна [Вержбицкий 2005: 2] вводя на отрезке $[0, T]$ равномерную сетку с шагом h, $\Omega_h = \{t_k = kh,\ k = 0, 1, \dots, N\}$, получим

$$\left.\begin{aligned} &w_i^{(k)} = f_i(y_1^{(k)}, y_2^{(k)},..., y_m^{(k)}, x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, \dots, x_{n-m}^{(k)},),\\ &z_i^{(k)} = f_i(y_1^{(k)} + hw_1^{(k)}, y_2^{(k)} + hw_2^{(k)},...,\ y_n^{(k)} + hw_n^{(k)}),\\ &y_i^{(k+1)} = y_i^{(k)} + \frac{h}{2}\left[w_i^{(k)} + z_i^{(k)}\right],\\ &y_i(x_0) = y_i^{(0)}, i = 1,2,...,m,\\ &x_j^{(k+1)} = g_j(y_1^{(k+1)}, y_2^{(k+1)},..., y_m^{(k+1)}, x_1^{(k+1)}, x_2^{(k+1)}, \dots, x_{n-m}^{(k+1)},),\\ &x_j(0) = x_j^{(0)}, j = 1,2,...,n-m,\ k = 1,\ 2,\ ...,\ N-1. \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

Введем обозначения

$\tilde{�}^{(k+1)} = (\tilde{y}^{(k+1)},\, \tilde{x}^{(k+1)})^T$ - значение точного решения задачи (2),

$\tilde{F}_k^h\ (y^{(k+1)},\, x^{(k+1)}) = \tilde{y}^{(k)} + (h/2)\left[F\ (\tilde{y}^{(k)},\, \tilde{x}^{(k)}) + F\ (y^{(k+1)},\, x^{(k+1)})\right]$,

$\tilde{\Phi}_k^h = (\tilde{F}_k^h, \tilde{G}_k)^T$, тогда система (2) запишется в виде

$$\tilde{�}^{(k+1)} = \tilde{\Phi}_k^h\ \tilde{�}^{(k+1)},\ \tilde{�}^{(0)} = �(0),\ k = 0,1,\dots,N-1. \tag{3}$$

За приближенное значение решение $\bar{�}^{(k)}$ задачи (2) в точке t_k принимаем M -ю итерацию метода Ньютона, $\bar{�}^{(k)} = \bar{�}^{(k)}(M)$, имеем

$$
\begin{aligned}
&\bar{\varphi}_{i+1}^{(k+1)} = \bar{\varphi}_{i}^{(k+1)} - \left[\partial\bar{\Psi}_k^h(\bar{\varphi}_i^{(k+1)})\right]^{-1} \bar{\Psi}_k^h \bar{\varphi}_i^{(k+1)} \text{ , или}\\
&\left[\partial\bar{\Psi}_k^h(\bar{\varphi}_i^{(k+1)})\right](\bar{\varphi}_{i+1}^{(k+1)} - \bar{\varphi}_{i}^{(k+1)}) = -\bar{\Psi}_k^h \bar{\varphi}_i^{(k+1)},\\
&\bar{\varphi}^{(k)} = \varphi_M^{(k)}, k=0,1,\ldots,N-1,\ i=1,2,\ldots,M.
\end{aligned}
\tag{4}
$$

Здесь

$\bar{\Psi}_k^h = E_n - \bar{\Phi}_k^h$, $\left[\partial\bar{\Psi}_k^h(\bar{\varphi}_i^{(k+1)})\right]^{-1}$ - матрица обратная к матрице Якоби.

Заключение

Вычислительные эксперименты проводились на конкретных примерах и по тестовым системам [Хайрер 1999: 3], [Бояринцев 1989: 1] с целью изучения поведения локальной, глобальной погрешностей и сходимости численного решения к точному. В качестве показателя точности использовалось значение числа правильных значащих цифр численного решения, вычисляемого для каждой i-й компоненте в конечной точке отрезка интегрирования по формуле

$$scd = -\lg\left(\max_i \frac{|\varphi_i - \tilde{\varphi}_i|}{|\tilde{\varphi}_i|}\right),$$

где φ_i - точное, а $\tilde{\varphi}_i$ - численное решение по i-й компоненте. Таким образом, *scd* (*significant correct digits*) - число правильных значащих цифр численного решения. Предварительные результаты показывают хорошую сходимость численных решений к точным.

Список использованной литературы

1. Бояринцев, Ю. Е. Численные методы решения сингулярных систем / Ю. Е. Бояринцев, В. А. Данилов, А. А. Логинов, В. Ф. Чистяков. – Новосибирск, 1989. - 223 с.

2. Вержбицкий, В. М. Численные методы. Математический анализ и обыкновенные дифференциальные уравнения / В. М. Вержбицкий. - М.: ООО "Издательский дом "ОНИКС 21 век", 2005. - 840 с.

3. Измаилов, А. Ф. Численные методы оптимизации / А. Ф. Измаилов, М. В. Солодов. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. - 304 с.

4. Новиков, Е. А. Явные методы для жестких систем / Е. А. Новиков. - Новосибирск: Наука, Сиб. предприятие РАН, 1997. - 195 с.

5.Ортега, Дж. Введение в численные методы решения дифференциальных уравнений / Дж. Ортега. - М.: Наука, 1986. - 567 с.

6. Хайрер, Э. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений: жесткие и дифференциально-алгебраические задачи / Э. Хайрер, Г. Ваннер. - М.: Мир, 1999. - Ч. 2. - 685 с.

РАЗДЕЛ «КОМБИНАТОРИКИ» В СОВРЕМЕННОМ ИЗЛОЖЕНИИ

Воронов М. В., Захаров В. К.
Московский государственный университет

Комбинаторика (комбинаторный анализ) - раздел математики, посвященный решению задач выбора элементов некоторого (обычно конечного) множества в соответствии с заданными правилами. Каждое такое правило определяет способ построения некоторой конструкции из элементов исходного множества, называемой **комбинацией.** Поэтому целью комбинаторики является изучение комбинаций, их существования, алгоритмов построения, оптимизация таких алгоритмов, а также решение задач перечисления и определения числа комбинаций данного класса.

Методы комбинаторики часто используются при решении задач теории вероятностей, теории кодирования и классификации и др. Кроме того, именно способность комбинировать варианты является существенным компонентом при решении большинства задач человеческой практики. В этой связи этот раздел в том или ином объеме присутствует во всех образовательных программах вузов.

Вместе с тем в вузовских курсах на комбинаторику отводится крайне мало времени, изложение ведется исключительно утилитарно и фрагментарно, в нем не просматривается единой методологической базы.

Ниже приводится оригинальное, базирующееся только на теории множеств, изложение одного раздела комбинаторики, которое может быть рекомендовано для включения в самые различные курсы математики. В первую очередь в раздел «теория вероятностей и математическая статистика.

Этот раздел основан на понятии *выборки из данного множества* и включает в себя такие классические понятия комбинаторики, как *размещения, перестановки* и *сочетания*. Отметим, что понятие выборки является строго определяемым в отличие от интуитивного общего понятия комбинации.

Авторы предлагают свое видение этого материала.