

Пыrkova O. A.

**ЛИНЕЙНЫЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ВОЛН В ЖИДКОСТИ**

Адрес статьи: [www.gramota.net/materials/1/2008/12/43.html](http://www.gramota.net/materials/1/2008/12/43.html)

Статья опубликована в авторской редакции и отражает точку зрения автора(ов) по данному вопросу.

Источник

**Альманах современной науки и образования**

Тамбов: Грамота, 2008. № 12 (19). С. 129-134. ISSN 1993-5552.

Адрес журнала: [www.gramota.net/editions/1.html](http://www.gramota.net/editions/1.html)

Содержание данного номера журнала: [www.gramota.net/materials/1/2008/12/](http://www.gramota.net/materials/1/2008/12/)

**© Издательство "Грамота"**

Информация о возможности публикации статей в журнале размещена на Интернет сайте издательства: [www.gramota.net](http://www.gramota.net)

Вопросы, связанные с публикациями научных материалов, редакция просит направлять на адрес: [almanac@gramota.net](mailto:almanac@gramota.net)

4) Осознание типов формируемых понятий (формально-логические, теоретические, эмпирические и т.д.) существенно усиливает понятийный потенциал данного подхода.

5) Поэтапное формирование понятия о «задаче», понятия о методе научного исследования и общем методе решения задач. Эта гносеологическая и методологическая задача, основной целью которой является вооружение студентов метазнаниями (знания о структуре и сущности научного знания). Кроме того, она позволяет студентам глубже проникать в суть и овладевать сложными интегративными понятиями, разбираться в структуре любой задачи и метода, в структуре ее решения, что является одними из главных оснований для формирования умения решать задачи, снимает страх перед задачей, так как студенты ясно видят всю структуру своей предстоящей деятельности.

6) Работа с таблицами, графами, графиками, схемами представленная в форме задач на усвоение объема физических понятий и связей между ними.

7) Вывод формул и законов в виде научных задач и задач с политехническим содержанием нацеливает на усиление самостоятельности, осознанности и систематичности деятельности и мышления студента.

8) Использование обобщенного алгоритма решения задач Н. Н. Тулькибаевой задач (с технологически инвариантными действиями и методически вариативными операциями) как задачи обобщенного характера [Тулькибаева 2000], направленной на закрепление в сознании студентов структуры деятельности по решению задач, позволяет повысить интерес к процессу решения физических задач, способствует активизации и стимулированию субъективной рефлексии.

9) Осуществление междисциплинарных связей между всеми естественнонаучными, а также и профессиональными дисциплинами, с использованием задач межпредметного характера и проблемных познавательных задач, направленных на интеграцию научных знаний и развитие интегративных умений. Такой подход позволяет наиболее эффективно осуществлять реализацию целей и задач курса физики.

10) Уровневая дифференциация вопросов лабораторной работы, направлена на совершенствование в рефлексивном управлении оперативной обратной связи и т.д.

Отметим, что, не изменяя содержания программного фактологического учебного материала, мы только вводим в его контексте в содержание обучения новые для студентов «метазнания» в виде обозначенных выше рефлексивных задач. Эти задачи направлены на повышение эффективности использования всей системы учебных задач как дидактического средства стимулирования, организации деятельности, контроля и самоконтроля познавательной деятельности. Они направлены на выделение различных связей и отношений между компонентами знаний, помогают обобщать и систематизировать знания, схематизировать изученные способы решения задач и приемы организации действий, вырабатывать различные критерии и правила, на основе которых можно регулировать и осуществлять собственную учебную деятельность (рефлексивное управление понятийно-деятельностного плана).

Совершенствуя приемы и методы активизации индивидуального рефлексивного управления процессом развития интегративных умений у студентов в решении любых задач, в частности рефлексивных, мы способствуем развитию у студентов профессионального понятийно-деятельностного рефлексирующего мышления, руководствуясь при этом идеями непрерывного развивающего образования.

#### *Список использованной литературы*

1. Гранатов Г. Г. Концепция дополнительности в философии образования и развития человека: Монография. - Магнитогорск: МаГУ, 2008. - 230 с.
2. Панова Л. П. Сущность рефлексивно-деятельностной методики формирования у студентов интегративного умения решать задачи: Методические рекомендации. - Магнитогорск: МаГУ, 2007. - 29 с.
3. Тулькибаева Н. Н. Теория и практика обучения учащихся решению задач: Монография. - Челябинск: Изд-во ЧПУ, 2000. - 239 с.
4. Усова А. В. Формирование у школьников научных понятий в процессе обучения. - М.: Педагогика, 1986. - 176 с.

## ЛИНЕЙНЫЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ВОЛН В ЖИДКОСТИ

*Пыrkova O. A.*

*ГОУ ВПО «Московский физико-технический институт (государственный университет)»*

Среда, в которой по вертикальному направлению действует сила тяжести, по этому же направлению изменяется величина плотности, называется **стратифицированной**. Окружающая нас атмосфера и океан - стратифицированные среды.

Будем рассматривать волны в стратифицированной жидкости, в так называемом **линейном приближении**, когда волны распространяются независимо друг от друга. Так как в линейной волновой модели большинство типов колебаний являются несвязанными, то их можно классифицировать и изучать отдельно.

Получим линейные уравнения для волн в жидкости и в дальнейшем рассмотрим волны, обусловленные действием силы тяжести, - **гравитационные** волны. Это, прежде всего гравитационные поверхностные волны, возникающие на свободной поверхности жидкости, например поверхности океана. К гравитационным также относятся и **внутренние** волны, возникающие на резких или размытых границах раздела в толще жидкости, которые мы и будем рассматривать в следующих работах.

Гравитационные волны возникают благодаря возвращающему действию силы тяжести на частицы воды, смещенные относительно равновесных уровней, какими могут быть свободная поверхность или внутренняя геопотенциальная поверхность в стратифицированной жидкости.

Кроме того, на любой поверхности контакта двух различных жидкостей (например, воды и воздуха) возвращающей силой является сила поверхностного натяжения, которая порождает высокочастотные короткие капиллярные волны. Со сжимаемостью связано существование звуковых волн. С вращением связана сила Кориолиса, действующая под прямым углом к вектору скорости и являющаяся причиной возникновения инерционных или гироскопических волн. Наконец, изменение равновесной потенциальной завихренности, связанные с изменением глубины или географической широты, порождают очень медленные крупномасштабные колебания, называемые планетарными волнами или волнами Россби.

Эти пять основных типов океанических волн (гравитационные, капиллярные, звуковые, инерционные и планетарные) обычно наблюдаются вместе, поскольку пять основных возвращающих сил, действующих одновременно, являются причиной более сложных смешанных типов колебаний. Относительный вклад каждой возвращающей силы в каком-либо частном случае зависит от свойств среды, геометрии бассейна, частоты и длины волны колебаний. Все эти волны являются не только теоретически возможными, но и существуют в океане реально, в чем легко убедиться, взглянув на результаты наблюдений.

Исчерпывающий обзор данных, касающихся волн, мог бы скорее затуманить, чем прояснить вопрос.

В спектре океанических волн наиболее известными и широко изученными являются довольно короткие ветровые гравитационные волны, которые в нашем представлении связаны с морской болезнью, эрозией берега и художественными морскими пейзажами. Непосвященный наблюдатель обычно не подозревает о существовании других типов волн, которые возможно менее заметны, но в равной мере важны в динамике океана. Внутренность океана не спокойнее, чем его поверхность.

Итак, полная замкнутая система уравнений

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{v}) = 0, \quad (1)$$

$$\frac{d \vec{v}}{dt} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \nabla) \vec{v} = -\frac{\nabla p}{\rho} + \vec{f}, \quad (2)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{p}{\rho^\gamma} \right) = 0 \quad (3)$$

называется системой уравнений гидродинамики идеальной жидкости.

ЗАМЕЧАНИЕ 1. Для решения конкретных задач к уравнениям гидродинамики нужно добавить соответствующие граничные условия.

ЗАМЕЧАНИЕ 2. Если жидкость вязкая, то происходит вязкая диссипация энергии (выделяется тепло). Условие адиабатичности нарушается, и жидкость нельзя считать баротропной.

Но величина диссипирующей в тепло энергии пропорциональна числу Маха  $\left( M = \frac{U}{c} \right)$  в квадрате, поэтому отклонением от условий адиабатичности (выделением тепла) можно пренебречь, так как число Маха мало:

скорость потока  $U = 10 \text{ м/сек}$  (в воде, в воздухе),

скорость звука  $c = 330 \text{ м/сек}$  (в воздухе)  $c = 1200 \text{ м/сек}$  (в воде),

$$\left. \begin{aligned} M_{\text{воздуха}} &= \frac{10}{330} = \frac{1}{33} \approx 0,03 \\ M_{\text{воды}} &= \frac{10}{1200} \approx 0,01 \end{aligned} \right\}, \text{ следовательно } M^2 \leq 0,0009 < 0,001, \text{ т.е. } M^2 \ll 1 \text{ и им можно пренебречь.}$$

Важным обстоятельством при исследовании волновых движений в жидкости является нелинейность уравнений гидродинамики (1) - (3), так что точная теория волн в жидкости будет *нелинейной* теорией. Это приведет к влиянию одних волновых процессов на другие (*взаимодействие волн*) и к значительному усложнению процесса распространения волн каждого отдельного вида. Однако если ❶ возмущения жидкости, вызываемые волнами, в некотором смысле малы, то ❷ уравнения гидродинамики могут быть линеаризованы относительно этих уравнений. При этом теория волн в жидкости становится линейной и ❸ вступит в силу принцип суперпозиции (волны распространяются независимо друг от друга). Мы будем рассматривать волны в жидкости в так называемом *линейном приближении*, когда волны распространяются независимо друг от друга.

Линеаризованных задач решено весьма много. Достаточно хороши и могут характеризовать работы А. А. Дородницына [1, 2, 3], Лира [6], Скорера [7], Киня [8], Корби [9]. Анализ этих работ показал их внутреннюю противоречивость, так как, как правило, возмущения, получаемые при решении этих задач, нельзя от

нести к бесконечно малым, в особенности, если говорить о возмущениях скорости. Что подтверждается результатами работ (Табл. 1) Дородницына А. А. [1,3], Лира [6], Скорера [7].

Табл. 1

Работа	Максимальное смещение линии тока от равновесного состояния, км	Максимальная высота горы, км	Значения возмущения скорости
[1]	~ 0,6	0,3	-
[3]	~ 0,5	0,25	$u' \approx \bar{u}$
[6]	~ 0,5	~ 0,6	$w' \approx 3\bar{u}$
[7]	~ 0,6	~ 0,5	$u' \approx 3\bar{u}$

ПРИМЕЧАНИЕ. Далее будут использоваться обозначения  $u$  и  $w$  - для горизонтальной и вертикальной компонент скорости соответственно.

Этот главный недостаток линеаризованных исследований заставляет искать пути решения, в которых не используется метод возмущений для линеаризации исходных уравнений. Эти задачи получили название нелинейных. Мы ими заниматься не будем.

Вместе с тем при обсуждении линеаризованных задач нельзя не отметить следующие обстоятельства.

Во-первых, эти задачи качественно неплохо объясняют многие особенности рассматриваемого явления. Тем самым они были и остаются до сих пор полезными.

Во-вторых, на пути использования именно метода возмущений можно построить и проанализировать универсальную математическую модель, учитывающую в рамках линеаризованного подхода все факторы явления. Наконец, в-третьих, эти задачи позволили апробировать все пока известные постановки граничных условий.

Линеаризованные задачи показали также, что в обсуждаемом явлении очень большое значение имеет условие отсутствия возмущений в набегающем потоке.

В уравнениях гидродинамики (1) - (3) будем считать, что возмущенные значения скорости  $\vec{v}(u, v, w)$ , давления  $p$  и плотности  $\rho$  мало отличаются от их равновесных значений  $\vec{U}(U_0, 0, 0)$ ,  $p_0$  и  $\rho_0$  соответственно.

Полагаем  $u = U_0 + u'$ ,

$$v = v',$$

$$w = w',$$

$$p = p_0 + p',$$

$$\rho = \rho_0 + \rho'.$$

После этого преобразуем уравнения (1) - (3), сохраняя лишь линейные по  $\vec{v}'(u', v', w')$ ,  $p'$  и  $\rho'$  слагаемые, пренебрегая произведениями всех параметров возмущения  $\vec{v}'(u', v', w')$ ,  $p'$  и  $\rho'$  (линеаризация уравнений).

Рассматриваем стационарный случай.

● Для состояния равновесия ( $x = -\infty$ , перед телом) имеем уравнения гидростатики:

$$u = U_0;$$

$$v = w = 0;$$

$$\frac{dp_0}{dz} = -g\rho_0(z).$$

(4)

⊙ ① Нелинейное слагаемое  $\nabla(\rho\vec{v})$  в уравнении неразрывности преобразуется следующим образом ( $\rho_0 = \rho_0(z)$ ,  $\rho' = \rho'(x, y, z)$ ):

$$\begin{aligned} \nabla(\rho\vec{v}) &= \nabla[(\rho_0 + \rho')\vec{v}] = \nabla(\rho_0 + \rho')\vec{v} + (\rho_0 + \rho')\nabla\vec{v} = \\ &= \begin{pmatrix} \frac{\partial \rho'}{\partial x} \\ \frac{\partial \rho'}{\partial y} \\ \frac{\partial(\rho_0 + \rho')}{\partial z} \end{pmatrix} \cdot \vec{v} + (\rho_0 + \rho') \left( \frac{\partial(U_0 + u')}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{\partial w'}{\partial z} \right) = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\partial \rho'}{\partial x} (U_0 + u') + \frac{\partial \rho'}{\partial y} v' + \frac{\partial (\rho_0 + \rho')}{\partial z} w' + (\rho_0 + \rho') \left( \frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{\partial w'}{\partial z} \right) = \\
&= \frac{\partial \rho'}{\partial x} U_0 + \frac{\partial \rho'}{\partial x} u' + \frac{\partial \rho'}{\partial y} v' + \frac{\partial \rho_0}{\partial z} w' + \frac{\partial \rho'}{\partial z} w' + \rho_0 \left( \frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{\partial w'}{\partial z} \right) + \\
&\quad + \rho' \left( \frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{\partial w'}{\partial z} \right) = \\
&\cong \frac{\partial \rho'}{\partial x} U_0 + \frac{\partial \rho_0}{\partial z} w' + \rho_0 \left( \frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{\partial w'}{\partial z} \right) = \frac{\partial \rho'}{\partial x} U_0 + \frac{\partial \rho_0}{\partial z} w' + \rho_0 \nabla \vec{v}'.
\end{aligned}$$

Таким образом, в стационарном случае  $\left( \frac{\partial}{\partial t} \xi = 0, \quad \xi = u, v, w, p, \rho \right)$  линеаризованное уравнение неразрывности имеет вид

$$\frac{\partial \rho'}{\partial x} U_0 + \frac{\partial \rho_0}{\partial z} w' + \rho_0 \nabla \vec{v}' = 0 \quad (5)$$

② При линеаризации нелинейное слагаемое  $(\vec{v}\nabla)\vec{v}$  в уравнении Эйлера заменяется на  $U_0 \frac{\partial}{\partial x} \vec{v}'$ :

$$\begin{aligned}
(\vec{v}\nabla)\vec{v} &= \left( (U_0 + u') \frac{\partial}{\partial x} + v' \frac{\partial}{\partial y} + w' \frac{\partial}{\partial z} \right) \begin{pmatrix} U_0 + u' \\ v' \\ w' \end{pmatrix} = \\
&= \left( (U_0 + u') \frac{\partial}{\partial x} + v' \frac{\partial}{\partial y} + w' \frac{\partial}{\partial z} \right) \begin{pmatrix} u' \\ v' \\ w' \end{pmatrix} = \\
&= U_0 \frac{\partial}{\partial x} \begin{pmatrix} u' \\ v' \\ w' \end{pmatrix} + \left( u' \frac{\partial}{\partial x} + v' \frac{\partial}{\partial y} + w' \frac{\partial}{\partial z} \right) \begin{pmatrix} u' \\ v' \\ w' \end{pmatrix} = U_0 \frac{\partial}{\partial x} \vec{v}'.
\end{aligned}$$

③ Слагаемое  $\frac{\nabla p}{\rho}$  преобразуется следующим образом:

$$\begin{aligned}
\frac{\nabla p}{\rho} &= \frac{\nabla(p_0 + p')}{\rho_0 + \rho'} = \frac{\nabla p_0 + \nabla p'}{\rho_0 \left( 1 + \frac{\rho'}{\rho_0} \right)} \cong \frac{\nabla p_0 + \nabla p'}{\rho_0} \left( 1 - \frac{\rho'}{\rho_0} \right) = \\
&= \frac{\nabla p_0}{\rho_0} \left( 1 - \frac{\rho'}{\rho_0} \right) + \frac{\nabla p'}{\rho_0} \left( 1 - \frac{\rho'}{\rho_0} \right) = \frac{\nabla p_0}{\rho_0} + \frac{\nabla p'}{\rho_0} - \frac{\nabla p_0}{\rho_0} \frac{\rho'}{\rho_0} - \frac{\nabla p'}{\rho_0} \frac{\rho'}{\rho_0} = \\
&= \frac{\nabla p_0}{\rho_0} + \frac{\nabla p'}{\rho_0} - \frac{\nabla p_0}{\rho_0} \frac{\rho'}{\rho_0} = \quad (\text{но так как } p_0 = p_0(z), \text{ то согласно уравнению гидростатики } (4)) \\
\frac{\nabla p_0}{\rho_0} &= \frac{d p_0}{d z} = -g \rho_0(z) = -g \rho_0(z) \nabla z = -g \nabla z + \frac{\nabla p'}{\rho_0} - \frac{\nabla p_0}{\rho_0} \frac{\rho'}{\rho_0}.
\end{aligned}$$

И уравнения Эйлера (2) принимают вид:

$$U_0 \frac{\partial}{\partial x} \vec{v}' = g \nabla z - \frac{\nabla p'}{\rho_0} + \frac{\nabla p_0}{\rho_0} \frac{\rho'}{\rho_0} + \vec{f}.$$

④ В качестве силы, действующей на частицу жидкости, мы должны обязательно включить силу тяжести, направленную вертикально вниз  $-g \nabla z$ . Обозначая остальные действующие на частицу силы через  $\vec{f}_*$ , получаем  $\vec{f} = -g \nabla z + \vec{f}_*$ .

⑤ И окончательно, учитывая уравнение гидростатики (4) ( $\nabla p_0 = -g\rho_0(z)\nabla z$ ), то есть  $\frac{\nabla p_0}{\rho_0} \frac{\rho'}{\rho_0} = -g \frac{\rho'}{\rho_0} \nabla z$ , получаем:

$$U_0 \frac{\partial}{\partial x} \vec{v}' + \frac{\nabla p'}{\rho_0} + g \frac{\rho'}{\rho_0} \nabla z = \vec{f}_* \quad (6)$$

⑥ При линеаризации уравнения состояния (3) учитываем, что

$$\frac{p}{\rho^\gamma} = \frac{p_0 + p'}{(\rho_0 + \rho')^\gamma} = \frac{p_0 \left(1 + \frac{p'}{p_0}\right)}{\rho_0^\gamma \left(1 + \frac{\rho'}{\rho_0}\right)^\gamma} \cong \frac{p_0}{\rho_0^\gamma} \left(1 + \frac{p'}{p_0}\right) \left(1 - \gamma \frac{\rho'}{\rho_0}\right) \cong \frac{p_0}{\rho_0^\gamma} \left(1 + \frac{p'}{p_0} - \gamma \frac{\rho'}{\rho_0}\right).$$

То есть, уравнение состояния (3) принимает вид

$$\frac{d}{dt} \frac{p_0}{\rho_0^\gamma} \left(1 + \frac{p'}{p_0} - \gamma \frac{\rho'}{\rho_0}\right).$$

⑦ Вспоминая, что в эйлеровых координатах  $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (\vec{v} \nabla)$ , а в стационарном случае

$\frac{\partial}{\partial t} \xi = 0$  ( $\xi = u, v, w, p, \rho$ ), получаем:

$$\begin{aligned} (U_0 + u') \frac{\partial}{\partial x} \frac{p_0}{\rho_0^\gamma} \left(1 + \frac{p'}{p_0} - \gamma \frac{\rho'}{\rho_0}\right) + v' \frac{\partial}{\partial y} \frac{p_0}{\rho_0^\gamma} \left(1 + \frac{p'}{p_0} - \gamma \frac{\rho'}{\rho_0}\right) + \\ + w' \frac{\partial}{\partial z} \frac{p_0}{\rho_0^\gamma} \left(1 + \frac{p'}{p_0} - \gamma \frac{\rho'}{\rho_0}\right) \approx \\ \approx U_0 \frac{\partial}{\partial x} \frac{p_0}{\rho_0^\gamma} \left(1 + \frac{p'}{p_0} - \gamma \frac{\rho'}{\rho_0}\right) + w' \frac{\partial}{\partial z} \frac{p_0}{\rho_0^\gamma} = 0. \end{aligned}$$

⑧ Так как  $p_0 = p_0(z)$  и  $\rho_0 = \rho_0(z)$ , то

$$U_0 \frac{p_0}{\rho_0^\gamma} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{p'}{p_0} - \gamma \frac{\rho'}{\rho_0}\right) + w' \frac{d}{dz} \frac{p_0}{\rho_0^\gamma} = 0 \quad (7)$$

⑨ Разделив (7) на  $\frac{p_0}{\rho_0^\gamma}$  и учитывая, что  $\frac{1}{\xi} \frac{d\xi}{dz} = \frac{d}{dz} \ln \xi$ , имеем

$$U_0 \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{p'}{p_0} - \gamma \frac{\rho'}{\rho_0}\right) + w' \frac{d}{dz} \ln \frac{p_0}{\rho_0^\gamma} = 0 \quad (8)$$

Умножая теперь (8) на  $\frac{\rho_0}{\gamma}$ , получаем

$$U_0 \frac{\rho_0}{\gamma p_0} \frac{\partial}{\partial x} p' - U_0 \frac{\partial}{\partial x} \rho' + \rho_0 w' \frac{1}{\gamma} \frac{d}{dz} \ln \frac{p_0}{\rho_0^\gamma} = 0.$$

Для удобства и краткости записи вводим обозначение  $\mathcal{G} = \left(\frac{p_0}{\rho_0^\gamma}\right)^\gamma$ . Тогда  $\frac{1}{\gamma} \frac{d}{dz} \ln \frac{p_0}{\rho_0^\gamma} = \frac{d}{dz} \ln \mathcal{G}$  (см., например [Кочин, Кибель, Розе. Т. I, гл. VIII, § 20]). Окончательно уравнение (3) принимает вид

$$U_0 \frac{\rho_0}{\gamma p_0} \frac{\partial p'}{\partial x} - U_0 \frac{\partial \rho'}{\partial x} + \rho_0 w' \frac{d}{dz} \ln \mathcal{G} = 0, \text{ где } \mathcal{G} = \frac{p_0^\gamma}{\rho_0} \quad (9)$$

Система линейных уравнений (5), (6), (9) пригодна и для газа, и для жидкости.

Из уравнения гидростатики (4)  $\left(\frac{d p_0}{d z} = -g \rho_0(z)\right)$  легко получить, что  $p_0(z) = p_0(0) e^{-\rho_0 g z}$ .

Тогда

$$\frac{d}{d z} \ln g = \frac{1}{\gamma} \frac{d}{d z} \ln \frac{p_0}{\rho_0^\gamma} = \frac{1}{\gamma} \frac{d p_0}{p_0} - \frac{1}{\gamma} \frac{d \rho_0}{\rho_0} = -\frac{\rho_0 g}{\gamma p_0} - \frac{1}{\gamma} \frac{d \rho_0}{\rho_0} = \quad (\text{т.к. } c^2 = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_s = \frac{\partial}{\partial \rho}(\text{const } \rho^\gamma))$$

$$= \text{const } \gamma \rho^{\gamma-1} = \frac{\gamma}{\rho} \text{const } \rho^\gamma = \frac{\gamma p}{\rho} = -\frac{g}{\gamma c^2} - \frac{1}{\gamma} \frac{d \rho_0}{\rho_0} = \frac{N^2}{g}, \text{ где } N^2 = -g \left(\frac{1}{\rho} \frac{d \rho}{d z} + \frac{g}{c^2}\right) - \text{так называемая частота}$$

**Вывод.**

И окончательно система линейных уравнений (5), (6), (9) принимает вид:

$$\begin{cases} U_0 \frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial x} = f_x \\ U_0 \frac{\partial v'}{\partial x} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial y} = f_y \\ U_0 \frac{\partial w'}{\partial x} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial z} + g \frac{\rho'}{\rho_0} = f_z \\ U_0 \frac{\partial \rho'}{\partial x} + w' \frac{d \rho_0}{d z} + \rho_0 \left(\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{\partial w'}{\partial z}\right) = 0 \\ U_0 \frac{\rho_0}{\gamma p_0} \frac{\partial p'}{\partial x} - U_0 \frac{\partial \rho'}{\partial x} + \frac{\rho_0 w'}{g} N^2 = 0 \end{cases} \quad (10)$$

В заключение отметим, что в дальнейшем будут использоваться следующие упрощения:

- ❶ среда несжимаемая;
- ❷ адиабатичность;
- ❸ приближение Буссинеска.

#### Список использованной литературы

1. Дородницын А. А. Возмущения воздушного потока, вызываемые неровностями Земли // Труды ГГО. – 1938. – Вып. 23(6). – С. 3-17.
2. Дородницын А. А. Некоторые задачи обтекания неровности поверхности Земли воздушным потоком // Труды ГГО. – 1940. – Вып. 31. – С. 3-41.
3. Дородницын А. А. Влияние рельефа земной поверхности на воздушные течения // Труды ЦИП. – 1950. – Вып. 21(48). – С. 3-25.
4. Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В. Теоретическая гидромеханика. - М.: ГИФМЛ, 1963.
5. Пыркова О. А. О возможности приближенного учета действия вязкости в плоской задаче обтекания цилиндра в полупространстве потоком стратифицированной жидкости // Некоторые проблемы современной математики и их приложения к задачам физики и механики: Междувед. сб. МФТИ. - М., 1995. - С. 154-165.
6. Lyra G. Theorie der stationären Leewellenströmung in freien Atmosphäre // Math. Und Mech. – 1943. - № 23. - Н. 1. – Ss. 1-28.
7. Scorer R. S. Theory of Waves in the Lee of Mountains // Quart. Journ. of the Roy. Met. Soc. – 1949. - № 323. – Pp. 41-56.
8. Quenly P., Corby G., Gerbier N., Koschmieder H., Zierep I. The Airflow over Mountains // World Meteorological Organization. – 1960. - № 34.
9. Corby G. A. The Airflow over Mountains // Quart. Journ. of the Roy. Met. Soc. – 1954. - № 346. – Pp. 491-521.

## ПРОБЛЕМА РЕГЛАМЕНТАЦИИ ВРЕМЕННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК БИЗНЕС-ПРОЦЕССОВ В СФЕРЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Разыграев С. В.

Российский государственный университет туризма и сервиса

### Введение

За последние десятилетия информационные технологии (ИТ) оказали большое влияние на бизнес-процессы. Появление персональных компьютеров, локальных сетей, технологии клиент-сервер и Интернета позволило организациям быстрее выводить на рынок свои продукты и услуги. Данные разработки возвести-