Данилов Н. Н.

ФОРМАЛИЗАЦИЯ ОСНОВНЫХ ПРИНЦИПОВ УСТОЙЧИВОГО РАЗВИТИЯ РЕГИОНА И ИХ МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Источник
Альманах современной науки и образования
Тамбов: Грамота, 2008. № 1 (8). C. 48-51. ISSN 1993-5552.
Адрес журнала: www.gramota.net/editions/1.html
Содержание данного номера журнала: www.gramota.net/materials/1/2008/1/

Указанные приемы учебной работы на заключительном этапе решения задачи направлены на систематизацию знаний учащихся, на развитие их мышления, на обучение школьников творческой деятельности, на формирование у них умений фиксировать и обобщать результаты своей работы.

Практика показывает, что такие приемы учебной работы, как: выделение опорных задач; их решение и использование при решении сложных задач; изучение структуры решения задач; составление стереометрических задач; решение одной и той же задачи различными методами; выбор эффективного метода решения, закладывают основу в знаниях и умениях учащихся для решения достаточно сложных стереометрических задач.

Наибольшее число задач в курсе стереометрии - это задачи на вычисление различных величин, а поэтому особо оговорим приемы учебной деятельности учащихся по решению таких задач. К ним можно отнести: прием принятия учебной задачи; прием аналитико-синтетического поиска решения стереометрических задач на вычисление; прием построения системы подзадач, решаемых общим способом; прием осуществления контроля за процессом решения учебной задачи; прием оценки результата решения учебной задачи.

Приемами выявления внутренней структуры стереометрических задач на вычисление являются следующие: прием выявления основного отношения, реализованного на предметной области задачи; прием аналитико-синтетического поиска решения геометрических задач на вычисление; прием построения граф-схемы поиска и фиксация на нем элементов задачи; прием построения внутренней структуры задачи.

Эти приемы служат эффективным средством при построении систем задач, обладающих свойством структурной полноты.

К системе учебных задач, направленных на формирование приемов учебной деятельности учащихся по решению стереометрических задач на вычисление, следует предъявлять следующие требования:

Для обучения учащихся решению задач, а вернее для формирования у них ориентировочной основы действий в решении определенного класса задач, эффективным является прием предложения им целой серии задач этого класса с готовым планом решения. Осуществляя предложенный план решения каждой задачи, ученик осознает основные способы и методы решения этих задач, ибо, несмотря на вариативность их содержания, они все охвачены тем общим, что и составляет суть их решения.

Список использованной литературы

1. **Далингер В. А.** Методика обучения учащихся стереометрии посредством решения задач: учебное пособие. - Омск: Изд-во ОмГПУ, 2001. - 365 с.

2. **Далингер В. А.** Метод аналогии как средство обучения учащихся стереометрии: учебное пособие. - Омск: Изд-во ОмГПУ, 1998. - 67 с.

3. **Далингер В. А.** Об аналогиях в планиметрии и стереометрии // Математика в школе. - 1995. - № 6. - С. 12-16.

ФОРМАЛИЗАЦИЯ ОСНОВНЫХ ПРИНЦИПОВ УСТОЙЧИВОГО РАЗВИТИЯ РЕГИОНА И ИХ МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Данилов Н. Н.
Кемеровский государственный университет

1. Концепция устойчивого развития [Коптюг 1992: 5; Концепция 1996: 6; Наше 1989: 7] предполагает сбалансированное развитие триады: природа - хозяйство - население, позволяющее достижение высокого уровня благосостояния ныне живущих людей и сохранение невозобновляемых природных ресурсов для будущего поколения.

В настоящее время в научной литературе появилось довольно большое число статей, посвященных различным проблемам устойчивого развития как новой формации жизни и деятельности человеческого общества. Большая часть работ посвящена экологическому и экономическому аспектам устойчивого развития, в меньшей степени - социальному.

Проблемы устойчивого развития, при рассмотрении их с точки зрения управленческого аспекта, по своему содержанию созвучны с формулировкой оптимизационных задач и, как таковые, они могут быть исследованы с применением методов системного анализа, исследования операций, математической теории оптимальных процессов. Методологические аспекты математического моделирования задач устойчивого развития рассматривались нами в работах [Данилов 2006: 1; Данилов 2007: 2; Данилов 2007: 3]. В них, в частности, определены предпосылки позволяющие исследование устойчивого развития отдельно взятого региона.

Настоящая статья посвящена формализованному анализу основных принципов устойчивого развития - сбалансированности и состоятельности во времени развития региона на основе математического моделирования. Предположим, что на длительном интервале времени $[0,T]$ планируется перевод региона из начального состояния $x(0)= x^0$ в наперед заданное конечное состояние $x(T)=x^T$ так, чтобы в ходе процесса были соблюдены все принципы и нормы концепции устойчивого развития.

Принцип сбалансированности в концепции устойчивого развития предполагает достижение запланированных показателей по всем сферам жизнедеятельности (экономической, экологической и социальной) одновременно так, чтобы в процессе развития осуществлялось сглаживание существующих диспропорций между различными сферами.

Принцип устойчивости означает состоятельность во времени качественных и количественных критериев, норм и ценностей, заложенных в план долгосрочного развития региона. Другими словами, при развитии региона по запланированному сценарию (т.е. по оптимальной траектории), в любой момент $t\in[0,T]$ оставшаяся (еще не реализованная) часть траектории на отрезке $[t, T]$ должна быть оптимальной в том же смысле, что и первоначальная траектория на всем интервале $[0,T]$. Таким образом, нарушение принципа устойчивости означает отклонение в какой-то момент времени $t\in(0, T)$ от запланированного сценария развития (переоценку ценностей), а это, в конечном счете, означает нереализуемость, т.е. несостоятельность во времени первоначального плана развития региона.

Для формализации принципов сбалансированности и устойчивости рассмотрим абстрактную математическую модель развития региона, состоящую из трех подсистем (см.[5]), в форме задачи управления:

$$x_i(t)=f_i(x_i(t-1),u_i(t-1),s_i),\ i=1,2,3; \quad (1)$$
$$t=1,2,\ldots T; \quad (2)$$
$$x_i(0)=x_i,\ i=1,2,3; \quad (3)$$
$$u_i(t)\in U_i^t,\ i=1,2,3;\ t=0,1,\ldots,T-1; \quad (4)$$
$$x_i(T)=x_i,\ i=1,2,3 \quad (5)$$

В модели (1)-(5) i=1,2,3 - индексы экономического, экологического и социального секторов региона соответственно; x_i - количественная характеристика состояния i-го сектора в год t, U_i^t - совокупность допустимых значений управляющих параметров для сектора i в год t; аналитически они обычно задаются системами неравенств, отражающих ограниченные возможности управления, в нашей задаче это могут быть квотируемые ограничения на невозобновляемые природные ресурсы, доступные уровни загрязнения окружающей среды, благосостояния населения, социальные нормы и т.д.; f_i - функция, отражающая динамические возможности изменения состояния i-го сектора под воздействием управления; s_i- символическое обозначение совокупности существующих взаимосвязей сектора i с двумя другими секторами (например, совокупность общих ценовых параметров).

Под траекторией устойчивого развития региона в модели (1)-(5) мы будем понимать такую совокупность $\bar{x}(\cdot)=\{\bar{x}_1(t),\bar{x}_2(t),x_3(t),\ \ t=0,1,\ldots T\}$, которая удовлетворяет следующим условиям:

1) $\bar{x}_i(0)=x_i^0,\ \bar{x}_i T)=x_i^T,\ i=1,2,3;$

2) траектория $\bar{x}(0)$ отвечает принципу сбалансированности;

3) траектория $\bar{x}(\cdot)$ состоятельна во времени на всем интервале планирования $[0,T]$.

В этом определении мы не выделяем нормативные условия устойчивого развития, так как предполагаем, что они учтены при построении множеств U_i^t.

2. В этой работе в качестве управляющих параметров будем рассматривать выделяемые ежегодно финансовые средства на развитие каждого из трех секторов. Поэтому $u_i(t)$ будем трактовать как капиталовложение в развитие i-го сектора в год t. Обозначим через $k(t)$ суммарные вложения в развитие региона в целом в год t. Тогда должны выполнятся условия:

$$\begin{aligned}&\sum_{i=1}^{3}u_i(t)=k(t),\ t=0,1,\ldots,T-1;\\ &u_i(t)\ge 0,\ \ t=0,1,\ldots T-1;\ i=1,2,3.\end{aligned} \quad (6)$$

Соотношение (6) является общим для всех трех секторов региона, т.е., в условиях принятой конкретизации управляющих параметров, оно отражает взаимосвязи между тремя секторами (см. символ s_i в (1)).

При выводе условия сбалансированности траектории система (1)-(5) будем пользоваться понятием опорного плана распределения капиталовложений, впервые предложенным В. И. Зубковым и Л. А. Петросяном в книге [Зубов 1971: 4].

Введем в рассмотрение величины

$$\alpha_i^t=\frac{x_i(t+1)-x_i(t)}{u_i(t)},\ \ \alpha_i=\sum_{t=0}^{T-1}\alpha_i^t,$$

которые можно интерпретировать соответственно как фонд отдачи для сектора i в год t и на весь период $[0,T]$.

Полагая в (1) $f_i=x_i(t-1)+\alpha_i^t u_i(t-1)$, мы получаем из (1)-(5) следующую конкретную модель:

$$\begin{cases} x_i(t) = x_i(t-1) + \alpha_i^t u_i(t-1), \; i = 1,2,3, \; t = 1,2,\ldots,T; \\ x_i(0) = x_i^0, \; i = 1,2,3; \\ \sum_{i=1}^{3} u_i(t) = k(t), u_i(t), u_i(t) \geq 0, \; t = 0,1,\ldots,T-1; \; i = 1,2,3; \\ x_i(T) = x_i^t, \; i = 1,2,3 \end{cases} \tag{7}$$

Построим следующие допустимые управления

$$u_i^0(\cdot) = \{u_i^0(t), t = 0,1,\ldots,T-1\}, \; i = 1,2,3,$$

где

$$u_i^0(t) = \frac{(x_i^T - x_i^0)/\alpha_i}{\sum_{k=1}^{3}\left[(x_k^T - x_k^0)/\alpha_k\right]} \cdot k(t) \tag{8}$$

Теорема 1. Задача управления (7) имеет бесконечное множество решений вида $u_i(\cdot) = \{u_i^0(t) + \beta_i(t), t = 0,1,..T-1\}$, где

$$\beta_i(t) \geq -u_i^0(t), \; \sum_{i=1}^{3}\beta_i(t) = 0, \; \sum_{t=0}^{T-1}\beta_i(t) = 0$$

Можно убедиться, что управления (8) представимы с помощью текущих состояний $x_i(t)$, а именно, справедливы равенства:

$$u_i^0(t) = \frac{(x_i^T - x_i(t))/\alpha_i(t)}{\sum_{k=1}^{3}\left[(x_k^T - x_k(t))/\alpha_k(t)\right]} \cdot k(t) \tag{9}$$

где $\alpha_i(t) = \sum_{\tau=t}^{T-1}\alpha_i^\tau$

Управления $u_i^0(\cdot)$, $i = 1,2,3$, заданные формулами (8), называются опорными планами распределения капиталовложений по секторам региона.

Естественно считать, что в планируемом конечном состоянии $x^T = (x_1^T, x_2^T, x_3^T)$ региона отсутствуют диспропорции между секторами.

Величину $r_{ij}^* = \left|x_i^T - x_j^T\right|$ будем называть критерием гармоничного (без диспропорций) развития секторов $i, j = 1,2,3$ ($i \neq j$). В качестве оценки гармоничного развития секторов в текущий момент t можно рассматривать три числа

$$r_{ij}^t = r(x_i(t), x_j(t)) = r_{ij}^* - \left|x_i(t) - x_j(t)\right|, \; i, j = 1,2,3 \; (r_{ij}^t = r_{ji}^t, \; i \neq j). \tag{10}$$

Действительно, развитие трех секторов региона будет проходить гармонично, если для любого $t \in [0,T]$ и $\varepsilon > 0$ выполняются условия $r_{ij}^t < \varepsilon$, $i, j = 1,2,3$ ($i \neq j$). Более универсальным критерием гармоничности является трехчлен

$$\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3}\gamma_{ij}\left[\frac{r_{ij}^* - \left|x_i(t) - x_j(t)\right|}{r_{ij}^*}\right]^2, \tag{11}$$

где коэффициенты γ_{ij} удовлетворяют условиям

$$\gamma_{ij} \geq 0, \; \sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3}\gamma_{ij} = 1, \; \gamma_{ij} = 0, \text{ если } i = j, \; \gamma_{ij} = \gamma_{ji}, \; i, j = 1,2,3. \tag{12}$$

Предпочтительность критерия (11) против (10) заключается в том, что с помощью выбора значений весовых коэффициентов γ_{12}, γ_{13}, γ_{23} можно учитывать приоритетность тех или иных социально-экономических или экологических задач на том или ином текущем интервале времени.

Принципу сбалансированности траектории устойчивого развития в модели (7) наилучшим образом соответствует следующая оптимизационная задача: в каждый год $t \in [0,T]$ необходимо распределить капиталовложения $k(t)$ согласно оптимального решения $\overline{u}(\cdot) = \{(\overline{u}_1(t), \overline{u}_2(t), \overline{u}_3(t)), \; t = 0,1,\ldots,T-1\}$ задачи:

$$\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3}\gamma_{ij}\left[\frac{r_{ij}^{*}-\left|x_{ij}(t-1)-\alpha_{ij}^{t}u_{ij}(t-1)\right|}{r_{ij}^{*}}\right]^{2}\to\min \tag{13}$$

при ограничениях

$$\sum_{i=1}^{3}u_i(t)=k(t),\ t=0,1,\ldots,T-1;\ u_i(t)\ge 0,\ i=1,2,3, \tag{14}$$

где $x_{ij}(t-1)=x_i(t-1)-x_j(t-1)$, $\alpha_{ij}u_{ij}(t-1)=\alpha_i^t u_i(t-1)-\alpha_j^t u_j(t-1)$, а весовые коэффициенты γ_{ij} удовлетворяет условиям (12).

Справедливо следующее утверждение.

Теорема 2. Одним из оптимальных решений задачи (13)-(14) является опорный план (8).

Перейдем теперь к формализации и анализу принципа состоятельности во времени траектории устойчивого развития в модели региона (1)-(5).

Обозначим систему (1)-(5) символом $\Sigma(x^0,T)$, подчеркивая этим ее начальное состояние x^0 и продолжительность периода развития региона.

Траекторию $\bar{x}(\cdot)=\{(\bar{x}_1(t),\bar{x}_2(t),\bar{x}_3(t)),\ t=0,1,\ldots,T\}$ системы (1)-(5) будем называть состоятельной во времени, если в каждый момент $t=0,1,\ldots,T-1$ вдоль этой траектории в текущей задаче $\Sigma(\bar{x}(t),T-t)$ остается актуальным и реальным перевод региона из состояния $\bar{x}(t)$ в состояние $\bar{x}(T)=x^T$.

Теорема 3. Траектория $\bar{x}(\cdot)$, порожденная опорным планом (8), является сбалансированной и состоятельной во времени в задаче устойчивого развития региона (7).

Замечание 1. Принцип состоятельности во времени становится наиболее содержательным, если вместо простой задачи управления (1)-(5) ставится задача оптимального управления, т.е. когда вдоль траектории требуется максимизация или минимизация некоторых социально-экономических и экологических показателей.

Замечание 2. Формула (9) также задает опорный план, как и формула (8); она удобнее для практического применения, поскольку базируется на текущих состояниях секторов $x_1(t)$, $x_2(t)$ и $x_3(t)$ и потому показывает наглядно факторы недовыполнения или перевыполнения планов предыдущих годов.

Список использованной литературы

1. **Данилов Н. Н.** Устойчивое развитие: методология математических исследований // Вестник КемГУ: Математика. 2006. - № 4.

2. **Данилов Н. Н.** Систематизация изучения проблем устойчивого развития региона на основе применения математических моделей // Природные и интеллектуальные ресурсы Сибири. - Томск, 2007.

3. **Данилов Н. Н., Иноземцева Л. П.** Об одном подходе к формированию оптимальной стратегии устойчивого развития региона // Вестник КемГУ, 2007 (в печати).

4. **Зубов В. И., Петросян Л. А.** Задача распределения капиталовложений. - Л.: Изд-во ЛГУ, 1971.

5. **Коптюг В. А.** На пути к устойчивому развитию цивилизации // Свободная мысль. 1992. - № 14.

6. **Концепция перехода Российской Федерации к устойчивому развитию** // Наука в Сибири. 1996. - № 14.

7. **Наше общее будущее**: Доклад международной комиссии по окружающей среде и развитию. Перевод с английского. - М.: Прогресс, 1989. - 372 с.

РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ СТРЕЛОВОГО САМОХОДНОГО КРАНА *LIEBHERR*

Денисов И. В.

Сибирская государственная автомобильно-дорожная академия

Средства автоматизации строительных кранов в настоящее время в основном представлены приборами защиты от перегрузок и опрокидывания, от приближения к линиям электропередач, ветровой защиты, отдельными аппаратами, контролирующими установку и движение механизмов, а также системами, автоматизирующими отдельные операции при дистанционном управлении кранов.

При этом интенсификация рабочего цикла через повышение рабочих скоростей механизмов крана остается важной проблемой. Для повышения производительности крана путем интенсификации рабочего цикла необходимо решить следующие задачи:

- разработка математической модели крана;
- исследование математической модели;
- оценка влияния изменения скоростей приводов рабочего оборудования на устойчивость крана и на повышение производительности;
- разработка системы управления на основе математической модели.

Для решения этих задач выполнены экспериментальные исследования рабочего процесса крана. Цель эксперимента - определение рабочих скоростей, изменения загрузки во время рабочего цикла, отслеживание действий оператора, определение возможности повышения скоростей рабочих операций.