9. **Bertsch G.** The Collision Integral in Nuclear Matter at Zero Temperature // Z. Phys. 1978. - V. A289. - P. 103-105.

10. **Bonasera A.** Statistical Pion and Hard Photon Production in Medium Energy Heavy Ion Collisions / Bonasera A. et al. // Nucl. Phys. 1988. - V. A483. - P. 738-752.

11. **Cassing W.** Production of Energetic Particles in Heavy Ion Collisions / Cassing W. et al. // Phys. Rep. 1990. - V. 188. - P. 363-449.

12. **Das Gupta S.** The Thermodynamic Model for Relativistic Heavy Ion Collisions / Das Gupta S., Mekjian A. Z. // Phys. Rep. 1981. - V. 72. - P. 131-183.

13. **D'yachenko A. T.** The Fragments in Fluid Dynamics Model of Heavy Ion Collisions // Nucl. Phys. 1997. - V. A626. - P. 273-277.

14. **Grosse E.** Subthreshold Pion Production in Nucleus-Nucleus Collisions / Grosse E. et al. // Nucl. Phys. 1985. - V. A447. - P. 611-624.

15. **Vasak D.** Pion Bremsstrahlung and Critical Phenomena in Relativistic Nuclear Collisions / Vasak D. et al. // Phys. Lett. 1980. - V. 93B. - P. 243-246.

ОБОБЩЕННОЕ УРАВНЕНИЕ КОРТЕВЕГА-ДЕ ВРИЗА И СОЛИТОНЫ В ЯДЕРНОЙ СРЕДЕ

Дьяченко А. Т., Петухов А. М.
Петербургский государственный университет путей сообщения

Из уравнений ядерной гидродинамики для взаимодействия Скирма с учетом вклада от потенциала конечного радиуса действия получено обобщенное уравнение КдВ, содержащее решения в виде сверхзвуковых солитонов сжатия и дозвуковых солитонов разрежения.

В связи с изучением ядерной материи в процессе столкновений ядер возникла проблема описания временной эволюции возмущения ядерной плотности [Stöcker 1986: 8]. Поведение ядерной системы может быть описано нелинейными динамическими уравнениями, включающими дисперсионные члены. Подобные уравнения возникают в динамической теории жидкостей, в физике плазмы, в теории элементарных частиц и т.д. (см., например, [Уизем 1977: 5, Зейтунян 1995: 3, Гриднев 1996: 1]). В ядерной физике большой интерес вызывает возможность сжатия ядерного вещества в результате ядро-ядерных столкновений. Это может происходить путем возникновения ударных волн, а также солитонов.

Решения динамических уравнений в виде волн сжатия и разрежения обычно находятся для одномерных уравнений движения. В одномерном приближении уравнения ядерной гидродинамики имеют вид

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+v\frac{\partial\rho}{\partial x}+\rho\frac{\partial v}{\partial x}=0, \tag{1}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t}+v\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{1}{m\rho}\frac{\partial P_{kin}}{\partial x}+\frac{1}{m}\frac{\partial U}{\partial x}=0, \tag{2}$$

где ρ - плотность, v - скорость, P_{kin} - часть давления, обусловленная кинетической энергией ферми-движения, U - самосогласованный потенциал, равный

$$U=\frac{3}{4}b_0\rho+\frac{3}{16}b_3\rho^2+2\pi a^2V_0\varphi. \tag{3}$$

Здесь $b_0(b_0<0)$ и $b_3(b_3>0)$ - параметры эффективных сил Скирма, $V_0(V_0<0)$ и a - соответственно величина и радиус потенциала конечного радиуса действия.

$$\varphi=\int\rho(x')\exp(-\frac{|x-x'|}{a})dx' \tag{4}$$

удовлетворяет уравнению

$$(1-a^2\frac{d^2}{dx^2})\varphi=2a\rho \tag{5}$$

В квазилинейном приближении: $\rho=\rho_0(1+\zeta)\ \ (\zeta<<1)$, $v=v_0+\int\frac{c_S}{\rho}d\rho=v_0+c_S\zeta$, $v_0=c_S$ (c_S – скорость звука), исключая из (1) и (2) скорость v и выделяя волну, близкую к звуковой $\frac{\partial}{\partial t}=-c_S\frac{\partial}{\partial x}$, получаем уравнение для колебаний плотности, распространяющихся в направлении звуковой волны

$$\frac{\partial\zeta}{\partial t}+c_S(1+\zeta)\frac{\partial\zeta}{\partial x}+\frac{2\pi a^2V_0\rho_0}{mc_S}\frac{\partial\varphi}{\partial x}-\frac{4\pi a^3V_0\rho_0}{mc_S}\frac{\partial\zeta}{\partial x}=0. \tag{6}$$

Используя выражение φ из (5), приходим к обобщенному уравнению Кортевега-де Вриза (ОКдВ):

$$\frac{\partial\zeta}{\partial t}+c_S(1+\zeta)\frac{\partial\zeta}{\partial x}+\frac{4\pi a^3\rho_0V_0}{mc_S}\sum_{k=1}^{\infty}a^{2k}\frac{\partial^{2k+1}\zeta}{\partial x^{2k+1}}=0. \tag{7}$$

При $k=1$ это уравнение переходит в обычное уравнение КдВ. Уравнение КдВ, как известно, допускает решение в виде уединенной волны. Действительно, выделяя волну, перемещающуюся со скоростью $v(\frac{\partial\zeta}{\partial t}=-v\frac{\partial\zeta}{\partial x})$, после последовательных интегрирований с учетом $\zeta=\frac{\partial\zeta}{\partial x}=\frac{\partial^2\zeta}{\partial x^2}=0$ находим при $V_0<0$ известное решение

$$\zeta=3\frac{v-c_S}{c_S}\frac{1}{ch^2\left(\frac{x\sqrt{c_S-v}}{\sqrt{8\pi a^5|V_0|\rho_0/mc_S}}\right)}, \tag{8}$$

описывающее солитоны разрежения, перемещающиеся со скоростью $v<c_S$.

Обычное уравнение КдВ при $V_0<0$ не имеет решения в виде солитона сжатия. Этому случаю ($k=1$) в уравнении (7) соответствует взаимодействие Скирма с учетом скоростных членов, определяющих дисперсию $\sim\partial^3\zeta/\partial x^3$. Знак дисперсии определяется знаком V_0. Таким образом, хорошо известное взаимодействие Скирма, описывающее распределение плотности основного состояния ядра, не позволяет описывать сверхзвуковые солитоны сжатия и, вообще, сверхзвуковые волны.

Сверхзвуковые солитоны сжатия с взаимодействием $V_0<0$ можно получить для взаимодействия конечного радиуса действия (5), которое приводит к обобщенному уравнению КдВ (7). С этой целью, выделяя волну, перемещающуюся со скоростью $v(\frac{\partial\zeta}{\partial t}=-v\frac{\partial\zeta}{\partial x})$, с учетом $\zeta=\frac{\partial\zeta}{\partial x}=\frac{\partial^2\zeta}{\partial x^2}=0,$ от уравнения (6) переходим к

$$-(v-c_S)\zeta+\frac{c_S}{2}\zeta^2+\frac{4\pi a^3V_0\rho_0}{mc_S}\zeta-a^2\frac{\partial^2}{\partial x^2}(-(v-c_S)\zeta+\frac{c_S}{2}\zeta^2)=0. \tag{9}$$

После еще одного интегрирования приходим к уравнению

$$\zeta\sqrt{A\zeta^2+B\zeta+C}=\pm\frac{a}{\sqrt{2}}(\alpha\zeta+\beta)\zeta', \tag{10}$$

где $A=\frac{c_S^2}{8},\ B=-(\frac{c_S(v-c_S)}{2}-\frac{4\pi a^3V_0\rho_0}{3m}),\ C=\frac{(v-c_S)^2}{2}-\frac{(v-c_S)}{c_S}\frac{4\pi a^3V_0\rho_0}{2m},$
$\alpha=c_S,\ \beta=-(v-c_S)$.

Полученное уравнение (10) имеет решение в виде сверхзвуковых солитонов сжатия $(\zeta\geq 0)$ при $(v\geq c_S)$. Аналитический вид этого решения представляется участками неявной зависимости

$$x=\pm[\frac{a\alpha}{\sqrt{2}}\frac{1}{A^{1/2}}\ln\left|2(A(A\zeta^2+B\zeta+C))^{1/2}+2A\zeta+B\right|-$$
$$-\frac{a\beta}{\sqrt{2}}\frac{1}{C^{1/2}}\ln\left|\frac{2(C(A\zeta^2+B\zeta+C))^{1/2}}{\zeta}+\frac{2C}{\zeta}+B\right|]+const.$$

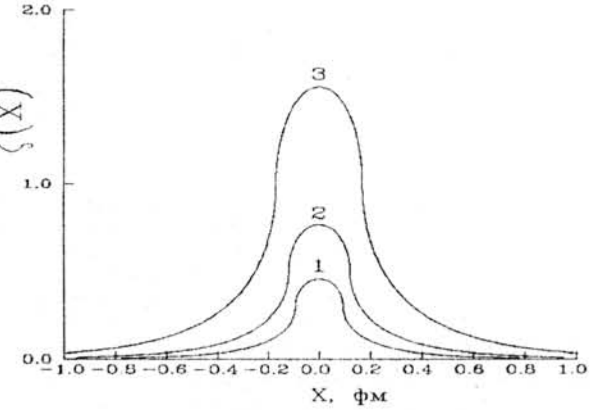

Рис. 1. *Солитонные решения $\zeta(x)$, полученные для обобщенного уравнения КдВ, приведены для значений $\frac{(v-c_S)}{c_S}$, равных 0.3(1), 0.5(2) и 1(3)*

График зависимости $\zeta(x)$ приведен на Рис. 1. для случаев $\frac{(v-c_S)}{c_S}=$ 0.3(1), 0.5(2) и 1(3). Амплитуда солитона $\sim(v-c_S)$. Таким образом, учет взаимодействия (4) конечного радиуса действия с $V_0<0$ может приводить к солитонам сжатия и, вообще, к сверхзвуковым волнам сжатия $\zeta\geq 0$.

Как видно из рисунка ширина солитона или ширина фронта волны сжатия при небольших амплитудах составляет не более ~1 фм. То есть такие уплотнения могут перемещаться в ядерной среде, приводя к образованию горячего пятна (hot spot). Малость ширины фронта волны сжатия, следующая из решения обобщенного уравнения КдВ позволяет в расчетах по уравнениям гидродинамики пренебрегать дисперсионными членами, возникающими за счет учета потенциала конечного радиуса действия.

Обобщенное уравнение КдВ помимо сверхзвуковых солитонов сжатия содержит также решения в виде дозвуковых солитонов разрежения $\zeta\leq 0$. Однако такие решения реализуются лишь при определенных условиях. Из рассмотрения уравнения (10) и выражений для коэффициентов к нему следует, что для существования действительного решения необходимо выполнение условия

$$\frac{4}{3}\frac{4\pi a^3 V_0\rho_0}{mc_S}<v-c_S<\frac{4\pi a^3 V_0\rho_0}{mc_S}$$

Амплитуда солитона разрежения также увеличивается с ростом $|v-c_S|$, ширина фронта превышает ~ 1 фм.

Таким образом, в случае эффективного взаимодействия Скирма с зависимостью от скорости дисперсионный член имеет вид $\sim\partial^3\zeta/\partial x^3$ как в обычном уравнении КдВ, которое было получено ранее [Дьяченко 1983: 2] ([Картавенко 1983: 4] дисперсионный член получен за счет поправки Вайцзеккера), а также [Fowler 1982: 7], где был использован другой знак дисперсионного члена. В зависимости от знака дисперсионного члена из уравнения КдВ следовали либо дозвуковые солитоны разрежения [Картавенко 1983: 4], либо сверхзвуковые солитоны сжатия [Fowler 1982: 7].

Полученное здесь обобщенное уравнение КдВ (7) для эффективного взаимодействия Скирма с учетом вклада от потенциала конечного радиуса действия с $V_0<0$ приводит к сверхзвуковым ($v\geq c_S$) солитонам сжатия ($\zeta\geq 0$) и дозвуковым ($v\leq c_S$) солитонам разрежения ($\zeta\leq 0$) [D'yachenko 2000: 6]. Следующие из этого уравнения волны сжатия могут интерпретироваться как образующееся горячее пятно (hot spot), проявляющееся в столкновениях тяжелых ионов.

Список использованной литературы

1. **Гриднев К. А.** Ядерная мультифрагментация и солитонная теория / Гриднев К. А., Грайнер В., Картавенко В. Г. // Изв. РАН. Сер. физ. 1996. - Т. 60. - С. 11-21.

2. **Дьяченко А. Т.** Газодинамическое описание взаимодействия тяжелых ядер в промежуточной области энергий: Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук / Радиевый институт им. В. Г. Хлопина. - Л., 1983. - 22 с.

3. **Зейтунян Р. Х.** Нелинейные длинные волны на поверхности воды и солитоны // УФН. 1995. - Т. 165. - С. 1403-1456.

4. **Картавенко В. Г.** Решения солитонного типа в ядерной гидродинамике. Ядерная материя // Препринт ОИЯИ. Р4-83-461. - Дубна, 1983. - 9 с.

5. **Уизем Дж.** Линейные и нелинейные волны. - М.: Мир, 1977. - 606 с.

6. **D'yachenko A. T.** Extended Korteveg-de Vries Equation and Solitons in Nuclear Matter // Proc. Int. Conf. on Nuclear Physics "Nuclear Shells - 50 Years". - Dubna 21-24 April 1999, ed. by Yu.Ts. Oganessian and R. Kalpakchieva. World Scientific Singapore. 2000. - P. 492-495.

7. **Fowler G. N.** Solitons in Nucleus-Nucleus Collisions Near the Speed of Sound / Fowler G. N. et al. // Phys. Lett. 1982. - V. 115B. - P. 286-290.

8. **Stöcker H.** High Energy Heavy Ion Collisions - Probing the Equation of State of Highly Excited Hadron Matter / Stöcker H., Greiner W. // Phys. Rep. 1986. - V. 137. - P. 277-392.

УСТРОЙСТВО ДЛЯ ОБРАБОТКИ ПОКРЫТИЯ ВАЛА

Егоров С. А., Свиридов А. Г.

Ивановская государственная текстильная академия

Надежность отделочного текстильного оборудования обеспечивается конструкторскими, технологическими и эксплуатационными методами. На стадии изготовления надежность достигается стабильностью характеристик технологического процесса, повышением качества и эксплуатационных свойств рабочих поверхностей деталей. Для обеспечения соответствующего качества наборных валов отделочных машин необходимо обеспечить наиболее плотное прикатывание шерстяного эластичного покрытия на стальную поверхность.

Известно устройство [А.с. 1976] для чистовой и упрочняющей обработки наружных поверхностей вращения, в корпусе которого шарнирно на оси, параллельной оси изделия, установлена поступательно пере-