22. Транспортные операции и транспортирующие механизмы: Методические указания / Крампит Н. Ю. - Ю.: Изд-во ЮФ ТПУ. - 2001. – 14 с.

23. Техническое нормирование: Методические указания / Крампит Н. Ю. - Ю.: Изд-во ЮФ ТПУ. - 2002. – 24 с.

24. Крампит Н. Ю. Технология изготовления сварных конструкций: Учебное пособие. - Ю.: Изд-во ЮФ ТПУ. - 2002. – 120 с.

25. Технология изготовления сварных деталей машин: Методические указания / Крампит Н. Ю. - Ю.: Изд-во ИПЛ ЮТИ ТПУ. - 2004. – 24 с.

26. Технология изготовления деталей приборов: Методические указания / Крампит Н. Ю. - Ю.: Изд-во ИПЛ ЮТИ ТПУ. - 2004. – 12 с.

27. Крампит Н. Ю. Устройства для поворота и перемещения сварочных аппаратов: Учебное пособие. - Ю.: Изд-во ИПЛ ЮТИ ТПУ. - 2004. – 132 с.

28. Устройства для поворота и перемещения сварочных аппаратов: Методические указания / Крампит Н. Ю. - Ю.: Изд-во ИПЛ ЮТИ ТПУ. - 2004. – 20 с.

ОБ АСИМПТОТИКЕ ИНФОРМАЦИОННОГО МНОЖЕСТВА СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕНОЙ СИСТЕМЫ ПРИ ЗАПАЗДЫВАНИИ В НАБЛЮДАЕМОМ СИГНАЛЕ

Кремлёв А. Г.
Уральский государственный университет

Реально управляемые системы функционируют, как правило, в условиях неопределенности, обусловленной разнообразными причинами (неполные начальные данные, наличие неизвестных или неточно заданных входных возмущений, ошибки в каналах измерений, запаздывание информации в наблюдаемом сигнале и т. д.). Описание информационных множеств [Красовский 1968: 1], [Куржанский 1977: 4] возможных состояний динамической системы, совместимых с результатами текущих измерений, позволяет получить минимаксные оценки неизвестного истинного состояния системы, которые используются в процессе управления.

В данной работе рассматривается задача минимаксной фильтрации [Красовский 1968: 1], [Куржанский 1977: 4] для динамической системы вида

$$dx/dt = A_{11}(t,\mu)x + A_{12}(t,\mu)y + C_1(t,\mu)v,$$

$$\mu dy/dt = A_{21}(t,\mu)x + A_{22}(t,\mu)y + C_2(t,\mu)v, \tag{1}$$

с наблюдением

$$\eta(t) = G_1(t,\mu)x(t) + G_2(t,\mu)y(t) + D_1(t,\mu)x(t-\omega) + D_2(t,\mu)y(t-\omega) + \xi(t), \tag{2}$$

где $t_0 \le t \le t_1$, $x \in R^n$, $y \in R^m$, $v \in R^q$, $\xi \in R^s$; матрицы $A_{ij}(t,\mu)$, $C_i(t,\mu)$, $G_j(t,\mu)$, $D_j(t,\mu)$ допускают регулярные разложения по малому параметру $\mu > 0$ вида $B(t,\mu) = B(t) + \tilde{B}(t,\mu)$, $\tilde{B}(t,\mu)$ ограничена при $\mu \to +0$. В наблюдаемом сигнале присутствует запаздывание $\omega > 0$. При $t-\omega < t_0$ полагаем $x(t-\omega) = y(t-\omega) = 0$. Реализации неопределенных воздействий v и ξ есть измеримые по Лебегу функции, удовлетворяющие интегральным квадратичным ограничениям

$$\int_{t_0}^{t_1} (\xi'(s)H(s)\xi(s) + v'(s)R(s)v(s))\,ds \le \nu^2, \tag{3}$$

$\nu = \mathrm{const} > 0$, H(s), R(s) - симметричные, положительно определенные матрицы с непрерывными элементами. Начальные условия $x(t_0) = x_0$, $y(t_0) = y_0$ и воздействия v, ξ неизвестны заранее.

Предполагается, что выполнено следующее условие экспоненциальной устойчивости для подсистемы быстрых переменных.

Предположение 1. Собственные значения $\lambda_s(t)$ матрицы $A_{22}(t)$ удовлетворяют неравенству: $\mathrm{Re}\,\lambda_s(t) < -2c < 0$ при $t \in T = [t_0, t_1]$, $c = \mathrm{const} > 0$.

В основе гарантированного оценивания фазового вектора координат динамической системы лежит описание информационного множества возможных состояний системы [Куржанский 1977: 4], совместимых с результатами текущих измерений. Чебышевский центр информационного множества является оптимальной минимаксной оценкой неизвестного состояния системы.

В данной работе решение задачи оценивания определяется через множество достижимости в текущий момент наблюдаемого объекта - совокупности концов траекторий, выпущенных из множества возможных начальных состояний [Кремлёв 1996: 2]. Обозначим $W(t,\eta_t(\cdot))$ информационное множество возможных состояний системы (1), совместимых с реализовавшимся сигналом $\eta_t(\cdot)$, измеренным на $[t_0, t]$, в силу (2) при ограничении (3). Тогда опорная функция информационного множества $W(t,\eta_t(\cdot))$ имеет вид [Кремлёв 2004: 3]:

$$\rho(l \mid W(t,\eta_t(\cdot))) = l'c(t) + (\nu^2 - h^2(t))^{1/2}(l'P^{-1}(t)l)^{1/2}, \quad l \in R^{n+m},$$

где c(t), $h^2(t)$, P(t) определяются уравнениями минимаксного фильтра. В [Кремлёв 1996: 2] получен способ вычисления этих величин для сингулярно возмущенных систем, позволяющий эффективное построение асимптотики информационных множеств. Применяя этот способ для случая запаздывания в наблюдаемом сигнале, имеем следующий результат для варианта разложения $C_2(t,\mu)=\sqrt{\mu}\,C_2(t)+o(\mu)$.

Предположение 2. Вырожденная система (4)

$$dx/dt = A_0(t)x + C_1(t)v,\ \ A_0(t) = A_{11}(t) - A_{12}(t)A_{22}^{-1}(t)A_{21}(t), \tag{4}$$

$$y(t) = -A_{22}^{-1}(t)A_{21}(t)x, \tag{5}$$

$$\eta(t) = G_0(t)x(t) + D_0(t)x(t-\omega) + \xi(t),\ \ G_0(t) = G_1(t) - G_2(t)A_{22}^{-1}(t)A_{21}(t), \tag{6}$$

$$D_0(t) = D_1(t) - D_2(t)A_{22}^{-1}(t-\omega)A_{21}(t-\omega)$$

вполне наблюдаема [Красовский 1968: 1], [Куржанский 1977: 4] по сигналу (6) (при $v\equiv 0$, $\xi\equiv 0$) на любом отрезке $[\tau_1,\tau_2]\in T$.

Предположение 3. Сигнал $\eta_t(\cdot)$, реализовавшийся при $0<\mu\le\mu_0$ для системы (1), (2), таков, что $\|\eta_t(\cdot)\|_{L_2^s([t_0,t])}<\infty$.

Теорема. В условиях предположений 1-3 при $0<\mu\le\mu_0$, μ_0 достаточно мало, для любых $l'=(p',q')$, $p\in R^n$, $q\in R^m$, $l'l=1$, $t>t_0+\omega+\alpha(\mu)$ (где $\alpha(\mu)>0$, $\alpha(\mu)=o(1)$, $\alpha(\mu)/\mu\to+\infty$ при $\mu\to+0$) справедливо равенство:

$$\rho(l\,|\,W(t,\eta_t(\cdot))) = s'(t;p,q)c_x(t) +$$

$$+(v^2-h_x^2(t))^{1/2}(s'(t;p,q)P_x^{-1}(t)s(t;p,q)+q'\Phi(t)q)^{1/2}+o(1),$$

где $s'(t;p,q)=p'-q'A_{22}^{-1}(t)A_{21}(t)$, $\Phi(t)=\int_0^{+\infty}\Phi_0[t,s]C_2(t)R^{-1}(t)C_2'(t)\Phi_0'[t,s]ds$, $\Phi_0[t,s]=\exp(A_{22}(t)s)$; величины $c_X(t)$, $h_X^2(t)$, $P_X(t)$ определяются уравнениями минимаксного фильтра, но для вырожденной системы (4)-(6), полученной из (1) при $\mu=0$.

Проиллюстрируем полученный результат на следующем примере:

$$dx/dt = y + v,\ \ \mu dy/dt = -y + \sqrt{\mu}\,v,\ \eta(t) = y(t) + x(t-\omega) + \xi(t),$$

при ограничении $\int_{t_0}^{t_1}(\xi^2(s)+v^2(s))ds \le v^2$.

Пусть на $[t_0, t]$ реализовался сигнал $\eta_t(s)\equiv 1$. Тогда по теореме находим начальное приближение при $0<\mu\le\mu_0$, $t>t_0+\omega+\alpha(\mu)$

$$\rho(l\,|\,W(t,\eta_t(\cdot))) = p + (v^2-\omega)^{1/2}(p^2(\omega+\mathrm{cth}(t-\omega-t_0))+\tfrac{1}{2}q^2)^{1/2}+o(1),\ \ l=(p,q),$$

т.е. имеем с точностью 0(1), $0<\mu\le\mu_0$, множество

$$W(t,\eta_t(\cdot)) = \{(x_t,y_t)\in R^2\,|\,(x_t-1)^2(\omega+\mathrm{cth}(t-\omega-t_0))^{-1}+2y_t^2\le v^2-\omega\}. \tag{7}$$

Проекция множества (7) на ось x_t определяет информационное множество для вырожденной системы.

Используя рекуррентные соотношения [Кремлёв 1996: 2] для элементов фундаментальной матрицы системы (1), можно вычислить опорную функцию $\rho(l\,|\,W(t,\eta_t(\cdot))$ с заданной точностью $o(\mu^k)$, $0<\mu\le\mu_0$. В частности, получим следующее приближение

$$\rho(l\,|\,W(t,\eta_t(\cdot))) = p(1+\sqrt{\mu}(1+\omega+\mathrm{th}(t-\omega-t_0)-\mathrm{sech}(t-\omega-t_0))+2\mu\,\mathrm{sech}(t-\omega-t_0))+$$

$$+(v^2-\omega+2\mu(1-2\,\mathrm{th}(t-\omega-t_0))^{1/2}(p^2(\omega+\mathrm{cth}(t-\omega-t_0)+\sqrt{\mu}(\omega+\mathrm{th}(t-\omega-t_0))+$$

$$+2\sqrt{\mu}\,pq+\tfrac{1}{2}q^2)^{1/2}+o(\mu).$$

Список использованной литературы

1. **Красовский Н. Н.** Теория управления движением. - М.: Наука, 1968.
2. **Кремлёв А. Г.** О построении асимптотики информационных множеств для сингулярно возмущенных систем // АиТ. 1996. - № 7. - С. 32-42.
3. **Кремлёв А. Г.** Гарантированное оценивание состояний сингулярно возмущенной системы при запаздывании в наблюдаемом сигнале // Материалы II Международной научно-практ. конференции "Фундаментальные и прикладные исследования в системе образования". - Тамбов, 2004. - С. 208-211.
4. **Куржанский А. Б.** Управление и наблюдение в условиях неопределенности. - М.: Наука, 1977.