Источник
Альманах современной науки и образования
Тамбов: Грамота, 2008. № 7 (14). C. 29-31. ISSN 1993-5552.
Адрес журнала: www.gramota.net/editions/1.html
Содержание данного номера журнала: www.gramota.net/materials/1/2008/7/

ДИНАМИЧЕСКОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ УПРУГОЙ СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ С ЖИДКОСТЬЮ

Богомолов В. Г.
МГТУ им. Н. Э. Баумана

В настоящей работе получено аналитическое решение в изображениях задачи о взаимодействии тонкой сферической оболочки, описываемой уравнениями типа Тимошенко, с окружающей её акустической жидкостью.

1. **Постановка задачи**. В рамках оболочечных уравнений типа Тимошенко [Метсавээр Я.А., Векслер Н.Д., Стулов А.С. 1979: 2], учитывающих инерцию вращения и деформацию поперечного сдвига, в линейном приближении осесимметричное движение в акустической жидкости тонкой упругой сферической оболочки, подверженной воздействию нестационарной падающей волны избыточного давления $p_i' = p_i'(r', \theta, t)$ и поверхностной нагрузки с интенсивностью $q' = q'(\theta, t)$, описывается в безразмерных переменных в подвижной системе координат следующей системой уравнений, граничных и начальных условий

$$\left[\nabla^2 - \left(\nu + ctg^2\theta\right) - \chi - (1+\varepsilon)\gamma\frac{\partial^2}{\partial\tau^2}\right]V + \left[\chi - 2\varepsilon\gamma\frac{\partial^2}{\partial\tau^2}\right]\Psi - \left[(1+\nu+\chi)\frac{\partial}{\partial\theta}\right]W = 0 \tag{1.1}$$

$$\left[\chi - 2\varepsilon\gamma\frac{\partial^2}{\partial\tau^2}\right]V + \left[\varepsilon\left(\nabla^2 - ctg^2\theta - \nu - \gamma\frac{\partial^2}{\partial\tau^2}\right) - \chi\right]\Psi + \chi\frac{\partial}{\partial\theta}W = 0 \tag{1.2}$$

$$\left[(1+\nu+\chi)\left(\frac{\partial}{\partial\theta} + ctg\,\theta\right)\right]V - \left[\chi\left(\frac{\partial}{\partial\theta} + ctg\,\theta\right)\right]\Psi +$$
$$+\left[\chi\nabla^2 - 2(1+\nu) - (1+\varepsilon)\gamma\frac{\partial^2}{\partial\tau^2}\right]W = -\gamma_0 p \tag{1.3}$$

$$2\gamma(1+\varepsilon)\ddot{\xi} = \gamma_0\int_0^\pi p\cos\theta\sin\theta\, d\theta \qquad \left(p = (p_i + p_d + p_R)_{r=1}\right) \tag{1.4}$$

$$\Psi = V = \frac{\partial W}{\partial\theta} = 0 \quad (\theta = 0, \pi) \tag{1.5}$$

$$\xi = V = \Psi W = 0, \quad \frac{d\xi}{d\tau} = \frac{dV}{d\tau} = \frac{d\Psi}{d\tau} = \frac{dW}{d\tau} = 0 \quad (\tau = 0) \tag{1.6}$$

$$\Lambda p_d = \frac{\partial^2 p_d}{\partial\tau^2}\ (r>1); \quad \frac{\partial p_d}{\partial r} = \frac{\partial p_i}{\partial r}\ (r=1); \quad p_d = \frac{\partial p_d}{\partial\tau} = 0\ (\tau=0) \tag{1.7–1.9}$$

$$\Lambda p_R = \frac{\partial^2 p_R}{\partial\tau^2}\ (r>1); \quad \frac{\partial p_R}{\partial r} = \gamma_1\frac{\partial^2 W}{\partial\tau^2}\ (r=1); \quad p_R = \frac{\partial p_R}{\partial\tau} = 0\ (\tau=0) \tag{1.10–1.12}$$

причем решения систем (1.1) - (1.6) и (1.10) - (1.12) взаимно связаны, так как в них входит величина W.

В системах (1.1) - (1.12) обозначено $\nabla^2 \equiv \dfrac{\partial^2}{\partial\theta^2} + ctg\,\theta\dfrac{\partial}{\partial\theta}$

$$\Lambda \equiv \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{1}{\sin\theta}\left[\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\right)\right]$$

- оператор Лапласа в сферических координатах r, θ (осесимметричный случай), где $r = r'/a$ ($z' = r\cos\theta$, $y' = r\sin\theta\sin\varphi$, $x' = r\sin\theta\cos\varphi$)

$$\tau = \frac{ct}{a}, \quad V = v + \xi\sin\theta, \quad W = w + \xi\cos\theta, \quad v = \frac{v'}{a}, \quad w = \frac{w'}{a}, \quad \xi = \frac{\xi'}{a}, \quad \chi = \frac{c_{20}^2}{c_{10}^2},$$

$$c_{10}^2 = \frac{E}{\left[\rho_1(1-\nu^2)\right]}, \quad c_{20}^2 = \frac{E k_T}{\left[2\rho_1(1+\nu)\right]} \quad \varepsilon = \frac{h^2}{12a^2}, \quad \gamma = \frac{c^2}{c_{10}^2}, \quad p_i = \frac{p_i'}{E}, \ p_d = \frac{p_i'}{E}, \quad p_R = \frac{p_R'}{E}, \quad \gamma_0 = \frac{(1-\nu^2)a}{h}, \quad \gamma_1 = \frac{\rho c^2}{E}, \quad q = \frac{q'}{E}$$

Здесь t - время, *Ox'y'z'* - подвижная декартова система координат, начало которой *O* в любой момент времени совпадает с центром масс сферической оболочки и, следовательно, в начальный момент движения (до начала воздействия волны и нагрузки) совпадает с центром сферы радиуса *a; w', v'* - радиальное и тангенциальное смещения срединной поверхности оболочки в подвижной системе координат ($w' > 0$ по направлению к центру сферы), *pd', pR'* - соответственно, дифракционное давление и давление излучения в жидкости, *q'* - поверхностная нагрузка на единицу площади, причем предполагается, что избыточная падающая волна *pi'* и нагрузка *q'* являются осесеммитричными и до момента $t = 0$, величины *pi'* и *q'* тождественно равны нулю;

ξ' - смещение центра масс оболочки относительно начального положения в момент $t = 0$, когда он совпадал с центром сферической оболочки, причем предполагается, что $\xi' > 0$ в направлении отрицательной полуоси *Oz'*; ρ, ρ' - плотности жидкости и материала оболочки, a, h - радиус срединной поверхности оболочки и её толщина, c_{10} и c_{20} - скорости распространения фронтов волн по срединной поверхности оболочки, с - скорость звука в жидкости, Ψ - угол поворота нормали к срединной поверхности оболочки в плоскости r θ,

kT - численный коэффициент сдвига, ν, E - коэффициент Пуассона и модуль Юнга материала оболочки. Кроме того, заметим, что в рассматриваемой задаче ищется только возмущенное движение оболочки и жидкости по отношению к статическому состоянию, определяемому до момента движения $t = 0$ статическим постоянным давлением po' в окружающей оболочку жидкости.

Таким образом, решение рассматриваемой задачи для безразмерных смещений v, w и давления в жидкости полностью описывается системой (1.1) - (1.12).

2. Решение задачи. Применяя к (1.1) - (1.6) преобразование Лапласа по τ:

$$f^{-}=\int_0^\infty f e^{-s\tau}d\tau \qquad (\mathrm{Re}\, s>0), \qquad f=\frac{1}{2\pi i}\int_{b-i\infty}^{b+i\infty} f^{-}e^{s\tau}ds \qquad (b>0)$$

а затем вводя новые переменные $V^{-0}, \Psi^{-0}, W^{-0}$ по формулам

$$V^{-}=\frac{\partial V^{-0}}{\partial\theta},\ \Psi^{-}=\frac{\partial \Psi^{-0}}{\partial\theta},\ W^{-}=W^{-0} \tag{2.1}$$

и разлагая функции $V^{-0}, \Psi^{-0}, W^{-0}$, pi, pd, pR, q в ряды по полиномам Лежандра

$$f^{-}=\sum_{n=0}^{\infty} f_n P_n(\cos\theta), \qquad f_n^{-}=\left(n+\tfrac{1}{2}\right)\int_0^\pi f^{-}P_n(\cos\theta)\sin\theta\, d\theta$$

приводим систему (1.1 - 1.6) к виду:

$$(\lambda+k_1)V_n^{-0}-k_2\Psi_n^{-0}+k_3W_n^{-0}=0 \tag{2.2}$$

$$-k_2V_n^{-0}+(\lambda\varepsilon-k_5)\Psi_n^{-0}-\chi W_n^{-0}=0 \tag{2.3}$$

$$-\lambda k_3V_n^{-0}+\lambda\chi W_n^{-0}-(\lambda\chi-k_4)W_n^{-0}=-\gamma_0 p_n^{-} \tag{2.4}$$

$$3\gamma(1+\varepsilon)s^2\xi^{-}=\gamma_0 p_1^{-}, \quad k_1=\chi+(1+\varepsilon)\gamma s^2-1+\nu, \quad k_2=\chi-2\varepsilon\gamma s^2 \tag{2.5}$$

$$k_3=1+\nu+\chi, \quad k_4=-2(1+\nu)-(1+\varepsilon)\gamma s^2$$

$$k_5=\varepsilon(1-\nu)-\varepsilon\gamma s^2-\chi\,, \quad p_n^{-}=\left(p_{i,n}^{-}+p_{d,n}^{-}+p_{R,n}^{-}\right)_{r=1}+q_n^{-} \tag{2.6}$$

Решая систему (2.2) - (2.4) относительно W_n^{-0}, получаем с учетом обозначений (2.1) выражение для W_n^{-}:

$$W_n^{-}=\frac{\gamma_0\left(A_{1n}s^4+B_{1n}s^2+C_{1n}\right)p_n^{-}}{\left(D_{2n}s^6+A_{2n}s^4+B_{2n}s^2+C_{2n}\right)} \tag{2.7}$$

$$W_n^{-}=w_n^{-}+\xi^{-}\delta_{1n} \qquad \left(\delta_{1n}=\begin{cases}0; & n\neq 1\\ 1; & n=1\end{cases}\right) \tag{2.8}$$

$$A_{1n}=-k_{11}k_{51}-k_{21}^2,\ B_{1n}=\lambda(\varepsilon k_{11}-k_{51})-k_{12}k_{51}-k_{11}k_{52}-2k_{21}k_{22} \tag{2.9}$$

$$C_{1n}=\lambda^2\varepsilon+\lambda(\varepsilon k_{12}-k_{52})-k_{12}k_{52}-k_{22}^2, \qquad D_{2n}=k_{11}A_{1n}$$

$$A_{2n}=\lambda\left(-\chi k_{11}k_{51}+\varepsilon k_{11}^2-k_{51}k_{11}-\chi k_{21}^2\right)+k_{11}k_{51}k_{42}-k_{12}k_{51}k_{11}-$$
$$-k_{11}^2k_{52}-2k_{22}k_{11}k_{21}+k_{21}^2k_{42}$$

$$B_{2n}=\lambda^2\left(\varepsilon\chi k_{11}-\chi k_{51}+\varepsilon k_{11}\right)+\lambda(\varepsilon k_{12}k_{11}-\chi k_{12}k_{51}-\chi k_{11}k_{52}-\varepsilon k_{11}k_{42}-k_{52}k_{11}+k_{51}k_{42}+$$
$$+2\chi k_3k_{21}+k_3^2k_{51}-\chi^2k_{11}-2\chi k_{21}k_{22})+k_{12}k_{51}k_{42}-k_{12}k_{11}k_{52}+k_{11}k_{52}k_{42}+2k_{22}k_{21}k_{42}-k_{22}^2k_{11}$$

$$C_{2n}=\lambda^3\varepsilon\chi+\lambda^2\left(\varepsilon\chi k_{12}-\chi k_{52}-\varepsilon k_{42}-\varepsilon k_3^2-\chi^2\right)+\lambda(k_{52}k_{42}-\chi k_{12}k_{52}-\varepsilon k_{12}k_{42}+$$
$$+2\chi k_{22}k_3+k_3^2k_{52}-\chi k_{12}-\chi k_{22}^2\ )+k_{12}k_{52}k_{42}+k_{22}^2k_{42}$$

$$k_{11}=(1+\varepsilon)\gamma,\ k_{12}=\chi-1+\nu,\ k_{21}=-2\varepsilon\gamma,\ k_{22}=\chi,\ k_3=1+\nu+\chi,\ k_{54}=-\varepsilon\gamma$$
$$k_{52}=\varepsilon(1-\nu)-\chi,\ k_{42}=-2(1+\nu) \tag{2.10}$$

Для определения величин pd, n и pR, n, входящих в pn в формуле (2.7) найдем решение систем (1.7)-(1.9) и (1.10)-(1.12),

применяя к ним преобразование Лапласа по τ и разлагая изображение в ряды по полиномам Лежандра. В результате получаем:

$$p_{d,n}^{-}(r)=-\left(\frac{\partial p_{in}}{\partial r}\right)_{r=1}\frac{K_{n+1/2}(sr)/r^{1/2}}{s^{3/2}\left(K_{n+1/2}(s)/s^{1/2}\right)'_s}; \quad p_{R,n}^{-}(r)=\frac{\gamma_1 s^{1/2}W_n^{-}K_{n+1/2}(sr)/r^{1/2}}{\left(K_{n+1/2}(s)/s^{1/2}\right)'_s}$$

где Kn $+1/2$ (s) - функция Макдональда от аргумента s порядка $n+1/2$. Тогда с учетом обозначений (2.6) находим:

$$p_n^{-}=\left(p_{i,n}^{-}+p_{d,n}^{-}+p_{R,n}^{-}\right)_{r=1}+q_n^{-}=\left(p_{i,n}^{-}\right)_{r=1}-\left(\frac{\partial p_{i,n}^{-}}{\partial r}\right)_{r=1}\frac{\Phi_n}{s}+\gamma_1 s\Phi_n W_n^{-}+q_n^{-} \tag{2.11}$$

$$\Phi_n \equiv \Phi_n(s) = \frac{\left[K_{n+1/2}/s^{1/2}\right]}{\left[\left(K_{n+1/2}/s^{1/2}\right)'_s\right]}$$

Из (2.7) и (2.11) получаем:

$$W_n^- = \frac{\left(A_{1n}s^4 + B_{1n}s^2 + C_{1n}\gamma_0\left[\left(p_{in}^-\right)_{r=1} - \left(\partial p_{in}^-/\partial r\right)_{r=1}\Phi_n/s + q_n^-\right]\right)}{D_{2n}s^6 + A_{2n}s^4 + B_{2n}s^2 + C_{2n} - \gamma_1\gamma_0 s\Phi_n\left(A_{1n}s^4 + B_{1n}s^2 + C_{1n}\right)} \tag{2.12}$$

Из (2.5) и (2.12) находим:

$$\xi^- = \frac{\gamma_0}{3(1+\varepsilon)\gamma s^2}\left[\left(p_{i,1}^-\right)_{r=1} - \left(\frac{\partial p_{i,1}^-}{\partial r}\right)_{r=1}\frac{\Phi_1}{s} + q_1^-\right] + m\frac{\Phi_1}{s}\Phi_1^-, \tag{2.13}$$

$$m = \gamma_0\gamma_1/\left[3\gamma(1+\varepsilon)\right]$$

где m - отношение массы жидкости в объеме сферической оболочки радиуса a к массе самой оболочки. Из (2.1), (2.12) и (2.13) с учетом (2.8) окончательно получаем следующие выражения для изображений смещения центра масс ξ^-, коэффициентов разложений радиального смещения w_n^- и результирующей нагрузки на оболочку p_n^-:

$$\xi^- = \gamma_0 L_1\left[3(1+\varepsilon)\gamma s^2\left(1-\gamma_1\gamma_0 s\Phi_1\mathrm{M}_1\right)\right]^{-1} \tag{2.14}$$

$$w_n^- = W_n^- - \xi^-\,\delta_{1n} = \frac{\gamma_0 L_n \mathrm{M}_n}{1-\gamma_1\gamma_0 s\Phi_n\mathrm{M}_n}\left[1 - \frac{\delta_{1n}}{2\gamma(1+\varepsilon)s^2\mathrm{M}_1}\right] \tag{2.15}$$

$$p_n^- = L_n\left(1-\gamma_1\gamma_0 s\Phi_n\mathrm{M}_n\right)^{-1} \tag{2.16}$$

$$L_n = \left(p_{i,n}^-\right)_{r=1} - \left(\partial p_{i,n}^-/\partial r\right)_{r=1}\Phi_n/s + q_n^- \tag{2.17}$$

$$\mathrm{M}_n = \left(A_{1n}s^4 + B_{1n}s^2 + C_{1n}\right)/\left(D_{2n}s^6 + A_{2n}s^4 + B_{2n}s^2 + C_{2n}\right) \tag{2.18}$$

Для изображения безразмерной силы $p^-\left(F = F'/\left(\pi a^2 E\right)\right.$,
где F' - величина размерной силы) находим:

$$F = 2\int_0^{\pi}\left[\left(p_i^- + p_d^- + p_R^-\right)_{r=1} + q^-\right]\cos\theta\sin\theta\, d\theta = 4\gamma(1+\varepsilon)s^2\xi^-/\gamma_0 \tag{2.19}$$

В частном предельном случае безразмерной оболочки

($\chi \to 0$, $\varepsilon \to 0$) получаем из (2.14) - (2.18) результаты, совпадающие с предельными результатами из аналогичных формул [Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. 1973: 1] (если в этих формулах, выведенных на основе оболочечных уравнений Кирхгофа - Лява, перейти к пределу при $\varepsilon \to 0$).

Список использованной литературы

1. **Лаврентьев М. А., Шабат Б. В.** Методы теории функций комплексного переменного. - М.: Наука, 1973. - 736 с.

2. **Метсавээр Я. А., Векслер Н. Д., Стулов А. С.** Дифракция акустических импульсов на упругих телах. - М.: Наука, 1979. - 239 с.

ВЫБОР ГТУ ДЛЯ НАДСТРОЙКИ НАД ЭНЕРГЕТИЧЕСКИМ КОТЛОМ ПРИ СОЗДАНИИ КОМБИНИРОВАННОЙ ПАРОГАЗОВОЙ УСТАНОВКИ

Брезгин К. Н.

ГОУ ВПО «Уфимский государственный авиационный технический университет»

Наиболее эффективным использованием природного газа является применение газотурбинных установок (ГТУ), в которых выхлопные газы полностью направляются в обычные энергетические котлы или котлы-утилизаторы (паровые или водогрейные). Особенно привлекательным представляется использование ГТУ при создании новых небольших ТЭС и реконструкции котельных.

Наибольший коэффициент использования тепла сгорания топлива достигается при так называемой сбросной схеме, когда уходящие за ГТУ дымовые газы направляются в традиционный водогрейный или паровой котел, либо в котел-утилизатор (КУ) с дожигающим устройством. В этом случае, при дожигании на котле кислорода идущего в дымовых газах возможно достижение коэффициентом использования тепла уровня 90%. Особо следует отметить, что газотурбинная надстройка вполне приемлема и для существующих паросиловых блоков ТЭЦ, поскольку не только повышает мощность и КПД блока при инвестициях в 3…4 раза меньших, чем при строительстве новых бинарных ПГУ, но и улучшает экологические показатели станции в целом.

Известны разработки, проводимые фирмой ОРГРЭС, по реконструкции энергоблока К-215 Псковской ГРЭС с паровым котлом ТПЕ-208 [2]. Согласно исследованиям, предложена технологическая схема органи-