

Мачулис В. В.

**НАХОЖДЕНИЕ ПРЕДЕЛЬНОГО ЦИКЛА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ТИПА ЛЬЕНАРА**

Адрес статьи: [www.gramota.net/materials/1/2008/7/46.html](http://www.gramota.net/materials/1/2008/7/46.html)

Статья опубликована в авторской редакции и отражает точку зрения автора(ов) по рассматриваемому вопросу.

Источник

**Альманах современной науки и образования**

Тамбов: Грамота, 2008. № 7 (14). С. 123-124. ISSN 1993-5552.

Адрес журнала: [www.gramota.net/editions/1.html](http://www.gramota.net/editions/1.html)

Содержание данного номера журнала: [www.gramota.net/materials/1/2008/7/](http://www.gramota.net/materials/1/2008/7/)

**© Издательство "Грамота"**

Информация о возможности публикации статей в журнале размещена на Интернет сайте издательства: [www.gramota.net](http://www.gramota.net)

Вопросы, связанные с публикациями научных материалов, редакция просит направлять на адрес: [almanac@gramota.net](mailto:almanac@gramota.net)

«максимин». Для замены  $S$  на  $W^{(U)}$  необходимо потребовать достижения «максимина» функций  $\Psi_{[u_1, v_1]}(u_2, v_2)$  для всех  $(u_1, v_1) \in W^{(U, v_1)}$ .

Список использованной литературы

1. Маркелова Е. Ю. Многокритериальная оптимизация в условиях обобщенной разложимости целевой вектор-функции // Вестник ПГТУ. Математика и прикладная математика. - Пермь: ПГТУ, 1994. - № 1.
2. Маркелова Е. Ю., Рольщиков В. Е., Ченцов А. Г. Задача маршрутизации конечного числа переходов системы с абстрактной функцией агрегирования затрат. – Челябинск: Челяб. гос. ун-т, 1998. - С. 17. – Деп. ВИНТИ № 1577-И98. - 25.05.98.
3. Markelova E. Yu. Decomposition Method in One Optimal Problem // Inter. Workshop «Nonsmooth and Discontinuous Problems of Control and Optimization». - Chelyabinsk, 1998.

НАХОЖДЕНИЕ ПРЕДЕЛЬНОГО ЦИКЛА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ТИПА ЛЬЕНАРА

Мачулис В. В.

Тюменский государственный университет

Рассмотрим уравнение

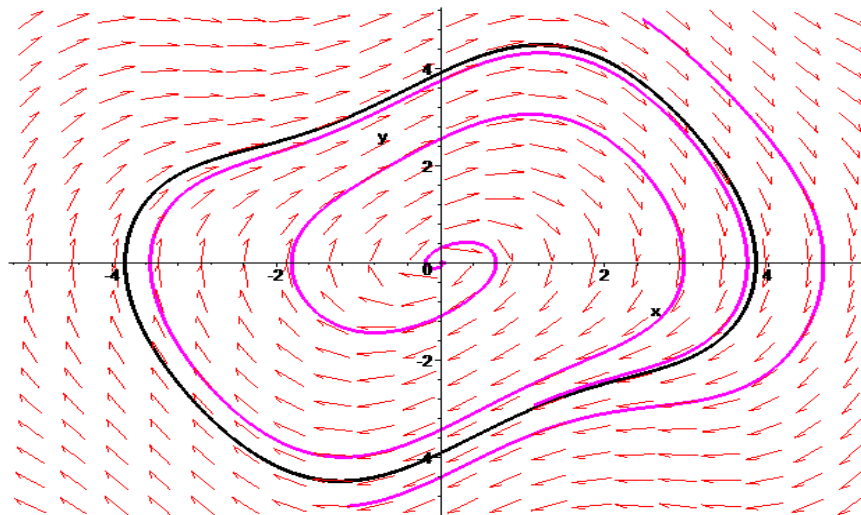
$$x''(t) - \varepsilon x'(t) \cos x(t) + x(t) = 0, \tag{1}$$

где  $\varepsilon > 0$ . Это уравнение со слабой нелинейностью. Нас интересует наличие в уравнении предельных циклов и аналитическое приближение одного из них. Уравнение (1) удовлетворяет всем условиям теоремы Льенара [Мачулис 2008: 5], за исключением последнего. А именно, в последнем условии теоремы требуется,

$$F(x) = -\int_0^x \varepsilon \cos t dt$$

чтобы нечетная функция имела в точности один положительный нуль  $x = a > 0$ . В рассматриваемом случае функция  $F(x)$  имеет бесконечно много положительных нулей. Кроме того, она не стремится к бесконечности при  $x \rightarrow \infty$ , как требует условие.

В то же время нелинейный член  $-\varepsilon \cos x(t)x'(t)$  действует как «положительное торможение» при  $\cos x(t) < 0$ , и как «отрицательное торможение» при  $\cos x(t) > 0$ . Это позволяет предполагать наличие, по крайней мере, одного предельного цикла. Расчеты на компьютере показали, что такой предельный цикл действительно существует.



Попробуем найти аналитическое приближение этого предельного цикла для  $\varepsilon = 0,8$  и  $0 \leq t \leq 50$ . Используя численные расчеты для предельного цикла, определим начальные условия, как  $x(0) = 3,8461248242$  и  $x'(0) = 0$ . Прямое возмущенное разложение по степеням  $\varepsilon$  оказывается непригодным из-за наличия в нем векового члена. Воспользуемся методом двух масштабов.

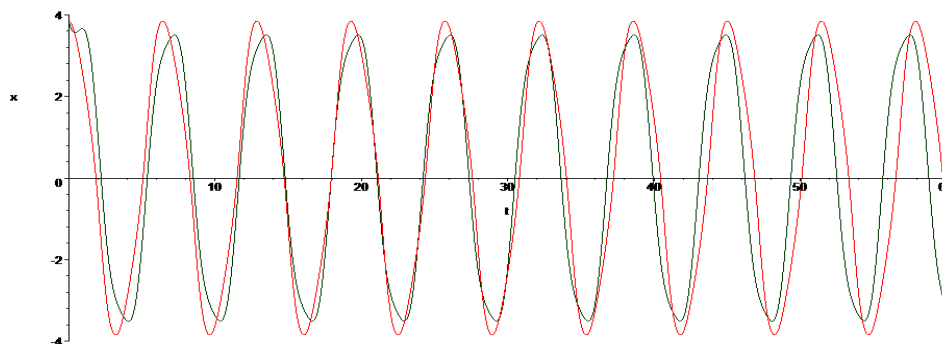
Положим в (1)  $\tau = t = O(1)$  («быстрая» переменная) и  $T = \varepsilon t$  («медленная» переменная). Мы будем считать  $\tau$  и  $T$  независимыми. Далее применяем известную процедуру, подробно изложенную в статье [Мачулис 2008: 5]. В результате сначала получаем систему для определения коэффициентов разложения  $x_0(t)$  и  $x_1(t)$ .

$$\begin{cases} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} x_0(\tau, T) + x_0(\tau, T) = 0 \\ \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} x_1(\tau, T) - \frac{\partial}{\partial \tau} x_0(\tau, T) + x_1(\tau, T) + \frac{1}{2} x_0^2(\tau, T) \frac{\partial}{\partial \tau} x_0(\tau, T) + 2 \frac{\partial^2}{\partial \tau \partial T} x_0(\tau, T) = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Константы (а точнее, функции, зависящие от медленного времени  $T = \varepsilon t$ ) в общем решении первого уравнения системы (2) определяются исходя из начальных условий, а также требования исключения вековых членов. После подстановки общего решения  $x_0(\tau, T) = A(T) \sin \tau + B(T) \cos \tau$  первого уравнения (2) во второе уравнение и учета указанных условий получаем

$$x(t) = \frac{4 \cos t}{\sqrt{2 - 0,918383677 e^{-\varepsilon t}}} + \varepsilon \cdot 2,666928705 \sin t - \frac{0,316227766 \cdot 10^{14} \cdot \sin 3t \cdot e^{\varepsilon t} \cdot \varepsilon}{(2 \cdot 10^9 \cdot e^{\varepsilon t} - 918383677 \cdot 10^9) \cdot \sqrt{(0,2 \cdot 10^{10} \cdot e^{\varepsilon t} - 0,918383677 \cdot 10^9) \cdot e^{-\varepsilon t}}} \quad (3)$$

На рисунке приведены графики «численного» решения и решения, полученного методом двух масштабов (3). Хотя приближение получилось приемлемым, но все же не достаточно. Возможно, потребуется рассмотреть разложение до  $\varepsilon^2$ . Отметим также, что метод Линдштедта-Пуанкаре дает приблизительно такой же результат для уравнения (1), что и метод двух масштабов.



#### Список использованной литературы

1. Биркгоф Дж. Д. Динамические системы. - Москва-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2002. - 406 с.
2. Боголюбов Н. Н., Митропольский Ю. А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. - М.: «Наука», 1974. - 503 с.
3. Мачулис В. В. Одно уравнение со слабой особенностью // Альманах современной науки и образования. - Тамбов: «Грамота», 2008. - С. 125-127.
4. Найфэ А. Х. Методы возмущений / Пер. с англ. - М.: «Мир», 1976. - 455 с.
5. Эрроусмит Д., Плейс К. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Качественная теория с приложениями / Пер. с англ. - М.: «Мир», 1986. - 243 с.

#### РЕШЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ СРЕДСТВАМИ MS EXCEL

Мединцева И. П.

ФГОУ ВПО «Волгоградская академия государственной службы»

При обучении математике для формирования знаний, умений и навыков, осуществления контроля уровня их сформированности используются задачи.

Как отмечает Г. И. Саранцев [Саранцев 2005: 6], задачи выступают носителем действий, адекватных содержанию обучения математике; средством целенаправленного формирования знаний, умений и навыков; способом организации и управления учебно-познавательной деятельности студентов; одной из форм реализации методов обучения математике; средством связи теории с практикой.

По мнению Е. И. Лященко [Лященко 1988: 68], математические задачи можно разделить на две группы по способу их использования в учебном процессе:

1) математические задачи, которые используются для формирования понятий, непосредственного применения изученных утверждений, закрепления алгоритмов, раскрытия и непосредственного применения математических методов;

2) математические задачи, на основе которых возможно организовать математическую деятельность: постановку задачи и ее принятие, организацию поиска решения (анализ условия задачи; сопоставления условия и известных математических фактов, включая и приемы решения задачи; выработку стратегии решения