Дьяченко Александр Трофимович, Галанов Евгений Константинович,
Гриднев Константин Александрович

# О ДОКАЗАТЕЛЬСТВЕ ТЕОРЕМЫ О ЗАКОНЕ ПОЛНОГО ТОКА И ТЕОРЕМЫ ОСТРОГРАДСКОГО-ГАУССА ДЛЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ В КУРСЕ ОБЩЕЙ ФИЗИКИ

Адрес статьи: www.gramota.net/materials/1/2009/12-1/10.html


Источник
**Альманах современной науки и образования**
Тамбов: Грамота, 2009. № 12 (31): в 2-х ч. Ч. I. C. 32-33. ISSN 1993-5552.
Адрес журнала: www.gramota.net/editions/1.html
Содержание данного номера журнала: www.gramota.net/materials/1/2009/12-1/

*Список литературы*

1. **Данильчук В. И.** Гуманитаризация физического образования в средней школе (личностно-гуманитарная парадигма). Волгоград: Перемена, 1996. 185 с.
2. **Пуанкаре А.** О науке. М.: Наука, 1983.
3. **Хуторской А. В.** Технология проектирования ключевых и предметных компетенций [Электронный ресурс] // Эйдос. 2005. 12 декабря. URL: http://www.eidos.ru/journal/2005/1212.htm

## О ДОКАЗАТЕЛЬСТВЕ ТЕОРЕМЫ О ЗАКОНЕ ПОЛНОГО ТОКА И ТЕОРЕМЫ ОСТРОГРАДСКОГО-ГАУССА ДЛЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ В КУРСЕ ОБЩЕЙ ФИЗИКИ

*Дьяченко Александр Трофимович, Галанов Евгений Константинович, Гриднев Константин Александрович*
*Петербургский государственный университет путей сообщения*
*Санкт-петербургский государственный университет*

**1.** При доказательстве теоремы о законе полного тока для магнитного поля в вакууме, создаваемого проводниками с током в учебниках по общей физике [Детлаф, 2000; Савельев, 1988] ограничиваются рассмотрением магнитных полей, создаваемых прямолинейными бесконечно длинными проводниками с током. Обычно говорится, что теорему о циркуляции можно доказать и для проводника с током произвольной формы. Однако непосредственно вывод теоремы о законе полного тока в общем виде требует введения векторного потенциала $\vec{A}$ и использования решений уравнения Пуассона для него [Тамм, 1989]. Это, вообще говоря, выходит за рамки курса общей физики, излагаемого в технических вузах. Здесь предлагается более простой путь.

Для вычисления циркуляции $\oint_L \vec{B}d\vec{l}$ от вектора магнитной индукции по произвольному замкнутому контуру $L$ воспользуемся выражением для вектора магнитной индукции $\vec{B} = \sum_i \vec{B}_i$, создаваемого суммой полей $\vec{B}_i$ прямолинейных проводников с током $I$ [Детлаф, 2000]

$$B_i = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{(\cos\alpha_{1i} - \cos\alpha_{2i})}{r_i} \tag{1}$$

на которые можно разбить произвольный проводник. Здесь $r_i$ - расстояние от отрезка до точки наблюдения, $\alpha_{1i}$ и $\alpha_{2i}$ - углы - верхний и нижний, под которыми виден $i$-й отрезок, $I$ - сила тока в данном проводнике. В результате циркуляция равна

$$\oint_L \vec{B}d\vec{l} = \oint_L \sum_i \vec{B}_i d\vec{l} = \sum_i \int_0^{2\pi} \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{(\cos\alpha_{1i} - \cos\alpha_{2i})}{r_i} r_i d\phi \cdot \zeta = \zeta \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_0^{\pi}\int_0^{2\pi} \sin\alpha d\alpha d\phi =$$
$$= \zeta \frac{\mu_0 I}{4\pi}\cdot 2 \cdot 2\pi = \mu_0 I \cdot \zeta \tag{2}$$

Здесь мы перешли от интегрирования по $d\vec{l}$ к интегрированию по $r_i d\phi$ проекции отрезка дуги контура $L$ на направление вектора $\vec{B}_i$, заменили суммирование $\sum_i$ на интегрирование по углу $\alpha$, заменили $\cos\alpha - \cos(\alpha + d\alpha) \to \sin\alpha d\alpha$ после сокращения на $r_i$; $\zeta = 1$, если контур охватывает проводник, $\zeta = 0$, если - не охватывает. Для бесконечно удаленных отрезков проводников и конечного контура $L$ пределы интегрирования $\alpha_{1i} = 0$ при $i \to \infty$ и $\alpha_{2i} = \pi$ при $i \to -\infty$. Это не зависит от формы проводника. Для нескольких произвольных проводников $\vec{B} = \sum_j \vec{B}_j$. В итоге

$$\oint_L \vec{B}d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{охв}} \tag{3}$$

где $I_{\text{охв}}$ - алгебраическая сумма токов проводников, охватываемых контуром $L$.

**2**. Доказательство теоремы Остроградского-Гаусса для магнитного поля, определяемого законом Био-Савара-Лапласа

$$\vec{B} = \int_l \frac{\mu_0 I[d\vec{l}, \vec{r}]}{4\pi r^3} \tag{4}$$

можно провести с использованием оператора $\vec{\nabla}$, действующего на радиус-вектор $\vec{r}$.

Действительно,

$$\frac{\mu_0 I}{4\pi}[d\vec{l},\frac{\vec{r}}{r^3}]=-\frac{\mu_0 I}{4\pi}[d\vec{l},\vec{\nabla}\frac{1}{r}]=\frac{\mu_0}{4\pi}[\vec{\nabla}\frac{1}{r},Id\vec{l}\,]=\frac{\mu_0}{4\pi}([\vec{\nabla},\frac{Id\vec{l}}{r}]-\frac{1}{r}[\vec{\nabla},Id\vec{l}\,])=\frac{\mu_0}{4\pi}[\vec{\nabla},\frac{Id\vec{l}}{r}] \qquad (5)$$

Здесь $[\vec{\nabla},Id\vec{l}\,]=0$ , т.к. оператор $\vec{\nabla}$ действует только на точку наблюдения.

В результате от интеграла по замкнутой поверхности можно перейти к интегралу по объему с учетом (4), (5)

$$\oint \vec{B}d\vec{S}=\int_V \vec{\nabla}\vec{B}dV=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_l\int_V \vec{\nabla}[\vec{\nabla},\frac{Id\vec{l}}{r}]dV=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_l\int_V [\vec{\nabla},\vec{\nabla}]\frac{Id\vec{l}}{r}dV=0 \qquad (6)$$

т.к. $[\vec{\nabla},\vec{\nabla}]=0.$ Интеграл от вектора магнитной индукции по замкнутой поверхности равен нулю.

Таким образом, теорема Остроградского-Гаусса для магнитного поля доказана.

*Список литературы*


1. **Детлаф А. А., Яворский Б. М.** Курс физики. М.: Высшая школа, 2000.
2. **Савельев И. В.** Курс общей физики. М.: Наука, 1988. Т. 2.
3. **Тамм И. Е.** Основы теории электричества. М.: Наука, 1989.


## КОМБИНИРОВАНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ КАК СРЕДСТВО РАЗВИТИЯ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ВООБРАЖЕНИЯ


*Жижимова Ольга Михайловна*
*Астраханский государственный университет*


В настоящее время наука имеет отношения с реальными и не существующими или пока не открытыми объектами. Человек, не умеющий охватить всё многообразие связей, не будет в состоянии найти оптимальный путь анализа и доказательства решаемых задач. Исходя из этого, стоит проблема отыскания методов формирования и развития мыслительной деятельности детей. Одними из продуктивных методов являются метод математических гипотез и метод математического моделирования, которые позволяют постичь как целостный объект, так и частные элементы его системы, что особенно важно при изучении сложных самоорганизующихся систем. Данные методы начали широко использоваться во многих науках в 20 веке.

Эти методы органически сочетают формирование визуального и теоретического типа мышления. Академик Г. Д. Глейзер подчёркивает важность геометрического образования не только для приобретения и овладения техническими специальностями, но и в первую очередь для развития личности, формирования её общей культуры [Глейзер, 1984].

Один из видов математического моделирования - геометрическое моделирование применяем на внеклассных занятиях по моделированию многогранников. На первом занятии кружка, стремясь раскрыть строгую красоту геометрических тел, учитывая психологические особенности детей, показываем уже изготовленные модели. Видя красоту большого квазиромбоикосододекаэдра, большого икосогемидодекаэдра и других моделей, у ребят появляется желание изготовить их [Винниджер, 1974, с. 150-153]. Мы предлагаем им начинать изготовление с наиболее простых моделей, например, октаэдра или икосаэдра, или додекаэдра, а затем - усечённый тетраэдр, усечённый октаэдр или усечённый гексаэдр, идя от наиболее простых к более сложным, обеспечивая первый успех конструирования. Усечённые тела - тела с отрезанной верхушкой. Если отсечь у октаэдра верхушки, то добавятся к восьми граням новые шесть четырёхугольных граней. Так впервые появляется новый многогранник - усечённый октаэдр.

Построив правильный треугольник, предлагаем продолжить все его стороны. Ребята замечают, что продолжения сторон расходятся, нет ограниченных новых частей плоскости. Аналогично происходит с квадратом. Здесь так же к внутренней области квадрата не добавляются никакие новые ограниченные части плоскости. Рассматриваем пятиугольник. Здесь добавляются новые части, в результате получается пятиконечная звезда, называемая пентаграммой. При продолжении шестиугольника появляется шестиконечная звезда, т.е. гексаграмма. Правильный восьмиугольник приводит к октаграмме., правильный десятиугольник - к декаграмме.

Обращаясь к трёхмерному пространству, продолжаем грани многогранника. Куб не добавляет новых частей. Если взять октаэдр, то продолжение его граней даёт отсеки внешние по отношению к октаэдру. Это малые тетраэдры, основания, которых совпадают с гранями октаэдра. Если мысленно представить внутри многогранник полым, то мы увидим новый невыпуклый многогранник. Так же этот многогранник можно представить в виде множества пресекающихся треугольных граней, вершины которых совпадают с вершинами малых тетраэдров. Далее изучая многогранник можно обнаружить, что центры двух пересекающихся тетраэдров совпадают с центром исходного октаэдра, а эта точка является центром симметрии всего тела, а восемь его вершин лежат в вершинах некоторого куба, и рёбра являются диагоналями граней этого куба. Продолжать грани октаэдра не имеет смысла, т.к. не отделяются новые отсеки, поэтому октаэдр имеет лишь одну звёздчатую форму. Далее предлагается рассмотреть додекаэдр, продолжение его граней. Так демон-