

Шармин В. Г.

ДОСТАТОЧНЫЕ УСЛОВИЯ СУЩЕСТВОВАНИЯ ОГИБАЮЩЕЙ N-ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО СЕМЕЙСТВА КРИВЫХ В (N+1)-МЕРНОМ ЕВКЛИДОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ, СОДЕРЖАЩЕЙ РЕГУЛЯРНУЮ (N-1)-ПОВЕРХНОСТЬ ОСОБЫХ ТОЧЕК

Адрес статьи: www.gramota.net/materials/1/2009/6/66.html

Статья опубликована в авторской редакции и отражает точку зрения автора(ов) по рассматриваемому вопросу.

Источник

Альманах современной науки и образования

Тамбов: Грамота, 2009. № 6 (25). С. 215-217. ISSN 1993-5552.

Адрес журнала: www.gramota.net/editions/1.html

Содержание данного номера журнала: www.gramota.net/materials/1/2009/6/

© Издательство "Грамота"

Информация о возможности публикации статей в журнале размещена на Интернет сайте издательства: www.gramota.net
Вопросы, связанные с публикациями научных материалов, редакция просит направлять на адрес: almanac@gramota.net

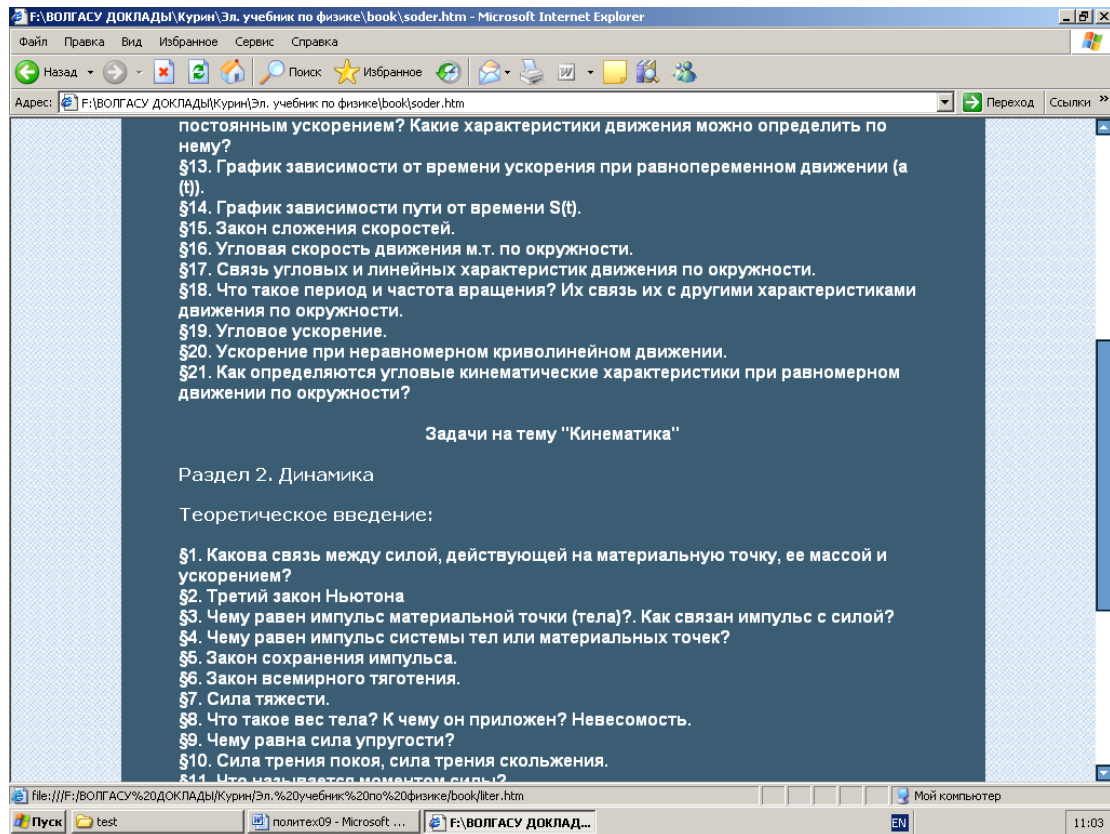


Рис. 3. Основное меню (содержание)

Выполнив задачи из тестового задания и отметив правильные ответы, студенты получают на экране результаты тестирования, в котором указаны номера заданий, выполненных неверно. Обратившись к параграфам теоретической части в соответствии с ссылками-подсказками студент может снова вернуться к тестовому заданию для исправления ошибок.

Теоретическая часть выполнена в виде Web-страниц в программной среде Dream Wiewer с расширением HTML. Содержание теоретической части представляет собой основные понятия, формулы и уравнения по разделам физики.

Тренировочные тесты практической части предполагают проверку правильности ответов. Для создания тестовой программы использовался язык программирования Java Script.

Апробация тренировочного задачника, проведенная на бумажных носителях, показала эффективность применения ссылок-подсказок при решении задач. Экспресс-опрос, проведенный среди пользователей задачника, дал положительные отзывы на тренировочный задачник с ссылками-подсказками на бумажных носителях. Электронный вариант разрабатывается для удобства пользователей. Преимущество электронного варианта в том, что в электронном варианте задачника правильный ответ не выдается, но правильность решения проверяется и студент может повторить попытку до достижения правильного результата. Кроме того, электронный вариант более удобен для использования студентами дистанционной формы обучения.

ДОСТАТОЧНЫЕ УСЛОВИЯ СУЩЕСТВОВАНИЯ ОГИБАЮЩЕЙ N-ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО СЕМЕЙСТВА КРИВЫХ В (N+1)-МЕРНОМ ЕВКЛИДОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ, СОДЕРЖАЩЕЙ РЕГУЛЯРНУЮ (N-1)-ПОВЕРХНОСТЬ ОСОБЫХ ТОЧЕК

Шармин В. Г.

ГОУ ВПО «Тюменский государственный университет»

В работе [Залгаллер, 1975] выяснено, что устойчивую огибающую имеет k -параметрическое семейство кривых в $(n+1)$ -мерном евклидовом пространстве при $n=k$. В работе [Шармин, 2006] приведены достаточные условия существования регулярной огибающей n -параметрического семейства кривых в $(n+1)$ -мерном евклидовом пространстве. В данной статье будут получены достаточные условия существования регулярной $(n-1)$ -поверхности особых точек для такой огибающей.

Приведем следующее определение [Залгаллер, 1975].

Определение. Участком огибающей семейства

$$\vec{r} = \vec{r}(u, \phi_1, \dots, \phi_m) \in C^1$$

называется регулярная гиперповерхность

(1)

$$\vec{\rho}(\lambda_1, \dots, \lambda_n) = (x_1(\lambda_1, \dots, \lambda_n), \dots, x_{n+1}(\lambda_1, \dots, \lambda_n)) \in C^1, \quad (2)$$

для которой при некотором законе прикрепления

$$u = u(\lambda_1, \dots, \lambda_n), \quad \phi_1 = \phi_1(\lambda_1, \dots, \lambda_n), \dots, \phi_m = \phi_m(\lambda_1, \dots, \lambda_n) \in C^1 \quad (3)$$

выполняются условия:

$$\vec{r}(u(\lambda_1, \dots, \lambda_n), \phi_1(\lambda_1, \dots, \lambda_n), \dots, \phi_m(\lambda_1, \dots, \lambda_n)) = \vec{\rho}(\lambda_1, \dots, \lambda_n);$$

для каждого набора $(\lambda_1, \dots, \lambda_n)$ кривая $\vec{r}(u(\lambda_1, \dots, \lambda_n), \phi_1(\lambda_1, \dots, \lambda_n), \dots, \phi_m(\lambda_1, \dots, \lambda_n))$ касается гиперповерхности $\vec{\rho}(\lambda_1, \dots, \lambda_n)$;

для каждой точки $(\lambda_1, \dots, \lambda_n)$ найдется окрестность, в которой не существует функций $\Phi_i(t_1, \dots, t_k) \in C^1$, где $k < n$, таких, что

$$\phi_i(\lambda_1, \dots, \lambda_n) = \Phi_i(\phi_1(\lambda_1, \dots, \lambda_n), \dots, \phi_k(\lambda_1, \dots, \lambda_n)).$$

ТЕОРЕМА. Пусть некоторое семейство кривых в E_{n+1} имеет гладкость C^3

$$\vec{r} = \vec{r}(u, \phi_1, \dots, \phi_n) = (x_1(u, \phi_1, \dots, \phi_n), \dots, x_{n+1}(u, \phi_1, \dots, \phi_n)) \in C^3, \quad (4)$$

$a < u < b$, $c_i < \phi_i < d_i$ и в точке $(u_0, \phi_{10}, \dots, \phi_{n0})$ выполнены условия:

$$f = \frac{D(x_1, \dots, x_{n+1})}{D(u, \phi_1, \dots, \phi_n)} = (\vec{r}_u, \vec{r}_{\phi_1}, \dots, \vec{r}_{\phi_n}) = 0; \text{ т.е.} \quad (5)$$

$$\vec{r}_u = \alpha_1 \vec{r}_{\phi_1} + \dots + \alpha_n \vec{r}_{\phi_n}, \text{ где } \alpha_1 + \dots + \alpha_n \neq -1,$$

$$\vec{r}_u \neq 0; \quad (6)$$

$$f_u \neq 0; \quad (7)$$

$$g = f_u - \alpha_1 f_{\phi_1} - \dots - \alpha_n f_{\phi_n} = 0 \quad (8)$$

$$\Delta = \frac{D(f, g)}{D(u, \phi_1)} \neq 0. \quad (9)$$

Тогда при ограничении в семействе (4) области изменения параметров некоторой окрестностью точки $(u_0, \phi_{10}, \dots, \phi_{n0})$ ($a_0 < u < b_0$, $c_{i0} < \phi_i < d_{i0}$) будут выполнены утверждения: λ_n

1. Огибающая существует и задается в форме $\vec{r}(u, \phi_1, \dots, \phi_n)$ при связи $f(u, \phi_1, \dots, \phi_n) = 0$. На этой огибающей в качестве внутренних параметров можно ввести ϕ_1, \dots, ϕ_n , причем закон прикрепления $u(\phi_1, \dots, \phi_n)$ будет функцией класса C^2 . Точке $(\phi_{10}, \dots, \phi_{n0})$ отвечает u_0 . На огибающей имеется $(n-1)$ -поверхность нерегулярных точек, которая задается в форме $\vec{r}(u, \phi_1, \dots, \phi_n)$ при связях $f(u, \phi_1, \dots, \phi_n) = 0$ и $g(u, \phi_1, \dots, \phi_n) = 0$, на которой в качестве внутренних координат можно выбрать ϕ_2, \dots, ϕ_n , причем законы прикрепления $u(\phi_2, \dots, \phi_n)$ и $\phi_1(\phi_2, \dots, \phi_n)$ будут функциями класса C^1 .

2. Вектор $\vec{N} = g[\vec{r}_{\phi_1}, \dots, \vec{r}_{\phi_n}] \neq \vec{0}$ является нормальным вектором в регулярных точках огибающей и будет равным нулевому вектору в нерегулярных точках.

3. Каждая из кривых семейства касается огибающей в единственной точке.

4. Огибающая и закон прикрепления единственны (с точностью до замены параметров).

Доказательство. В работе [Шармин, 2006] доказана следующая теорема:

Пусть некоторое семейство кривых в E_{n+1} имеет гладкость C^2

$$\vec{r} = \vec{r}(u, \phi_1, \dots, \phi_n) = (x_1(u, \phi_1, \dots, \phi_n), \dots, x_{n+1}(u, \phi_1, \dots, \phi_n)) \in C^2, \quad (10)$$

$a < u < b$, $c_i < \phi_i < d_i$ и в точке $(u_0, \phi_{10}, \dots, \phi_{n0})$ выполнены условия:

$$f = \frac{D(x_1, \dots, x_{n+1})}{D(u, \phi_1, \dots, \phi_n)} = (\vec{r}_u, \vec{r}_{\phi_1}, \dots, \vec{r}_{\phi_n}) = 0; \quad (11)$$

$$\vec{r}_u \neq 0; \quad (12)$$

$$f_u \neq 0; \quad (13)$$

$$\vec{N} = f_u[\vec{r}_{\phi_1}, \dots, \vec{r}_{\phi_n}] - f_{\phi_1}[\vec{r}_u, \vec{r}_{\phi_2}, \dots, \vec{r}_{\phi_n}] - \dots - f_{\phi_n}[\vec{r}_{\phi_1}, \dots, \vec{r}_{\phi_{n-1}}, \vec{r}_u] \neq 0. \quad (14)$$

Тогда при ограничении в семействе (5) области изменения параметров некоторой окрестностью точки $(u_0, \phi_{10}, \dots, \phi_{n0})$ ($a_0 < u < b_0$, $c_{i0} < \phi_i < d_{i0}$) будут выполнены утверждения:

1. Огибающая существует и задается в форме $\vec{r}(u, \phi_1, \dots, \phi_n)$ при связи $f(u, \phi_1, \dots, \phi_n) = 0$. На этой огибающей в качестве внутренних параметров можно ввести ϕ_1, \dots, ϕ_n , причем закон прикрепления $u(\phi_1, \dots, \phi_n)$ будет C^1 . Точке $(\phi_{10}, \dots, \phi_{n0})$ отвечает u_0 .

2. Нормальный вектор к огибающей есть вектор \vec{N} .

3. Каждая из кривых семейства касается огибающей в единственной точке.

4. Огибающая и закон прикрепления единственны (с точностью до замены параметров).

Поэтому учитывая результаты работы [Шармин, 2006], докажем только существование (n-1)-поверхности нерегулярных точек на огибающей.

По теореме о неявных функциях систему

$$f = 0$$

$$g = 0$$

можно разрешить относительно переменных u и ϕ_1 в некоторой окрестности точки $(u_0, \phi_0, \dots, \phi_n)$.

Функции $u = u(\phi_2, \dots, \phi_n)$ и $\phi_1 = \phi_1(\phi_2, \dots, \phi_n)$ будут принадлежать классу C^1 .

Рассмотрим (n-1)-поверхность

$$\vec{r}(u, \phi_1, \dots, \phi_n) = \vec{r}(u(\phi_2, \dots, \phi_n), \phi_1(\phi_2, \dots, \phi_n), \phi_2, \dots, \phi_n) = \vec{q}(\phi_2, \dots, \phi_n).$$

Докажем, что эта поверхность регулярна. Найдем касательные векторы к ее координатным линиям:

$$\vec{q}_{\phi_i} = \vec{r}_u u_{\phi_i} + \vec{r}_{\phi_1} \phi_{1\phi_i} + \vec{r}_{\phi_i} = \vec{r}_{\phi_i} (\alpha_1 u_{\phi_i} + \phi_{1\phi_i}) + \alpha_2 \vec{r}_{\phi_2} + \dots + (\alpha_i + 1) \vec{r}_{\phi_i} + \dots + \alpha_n \vec{r}_{\phi_n}.$$

Так как нормальный вектор огибающей $\vec{N} = g[\vec{r}_{\phi_1}, \dots, \vec{r}_{\phi_n}]$, то векторы $\vec{r}_{\phi_1}, \dots, \vec{r}_{\phi_n}$ линейно независимы.

Вычислим ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} \alpha_1 u_{\phi_2} + \phi_{1\phi_2} & \alpha_2 + 1 & \alpha_3 & \dots & \alpha_n \\ \alpha_1 u_{\phi_3} + \phi_{1\phi_3} & \alpha_2 & \alpha_3 + 1 & \dots & \alpha_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \alpha_1 u_{\phi_n} + \phi_{1\phi_n} & \alpha_2 & \alpha_3 & \dots & \alpha_n \end{pmatrix}$$

Так как $\begin{vmatrix} \alpha_2 + 1 & \alpha_3 & \dots & \alpha_n \\ \alpha_2 & \alpha_3 + 1 & \dots & \alpha_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \alpha_2 & \alpha_3 & \dots & \alpha_n + 1 \end{vmatrix} = \alpha_2 + \alpha_3 + \dots + \alpha_n + 1 \neq 0$, то ранг последней матрицы равен (n-1), т.е.

векторы $\vec{q}_{\phi_2}, \dots, \vec{q}_{\phi_n}$ линейно независимы. Таким образом, (n-1)-поверхность нерегулярных точек огибающей является регулярной.

Список использованной литературы

1. Залгаллер В. А. Теория огибающих. М.: Наука, 1975. 104 с.
2. Шармин В. Г. Огибающая n-параметрического семейства кривых в (n+1)-мерном евклидовом пространстве // Математика и информатика. Наука и образование: межвузовский сборник научных трудов. Ежегодник. Омск: Омский государственный педуниверситет, 2006. Вып. 5. С. 68-71.

ПРИНЦИПЫ ОТБОРА СОДЕРЖАНИЯ ЭЛЕКТИВНЫХ КУРСОВ ПО ИНФОРМАТИКЕ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ ФИЛОЛОГИЧЕСКОГО ПРОФИЛЯ, НАПРАВЛЕННЫХ НА ПРЕОДОЛЕНИЕ ФОРМАЛИЗМА В ИХ ЗНАНИЯХ

Шарова А. Н.

Омский государственный педагогический университет

«Развивающемуся обществу нужны современно образованные, нравственные, предприимчивые люди, которые могут самостоятельно принимать решения в ситуации выбора», принимая эти решения на основе полученных знаний - это некоторые из требований к выпускнику школы, предъявляемых концепцией модернизации российского образования на период до 2010 года [Концепция, 2002]. Большое внимание возможности применения усвоенных знаний и способов деятельности уделяется и в стандартах нового поколения, где среди требований к результатам освоения основных образовательных программ включены «освоение ... обобщенных способов деятельности ... применимых как в рамках образовательного процесса, так и в реальных жизненных ситуациях» (метапредметные результаты); «применение приобретенных умений, навыков и знаний для решения различных типичных жизненных ситуаций» (предметные результаты) [Стандарт, 2009]. Очевидно, что реализовать поставленные требования возможно лишь путем обеспечения полноценного, осознанного усвоения школьниками материала изучаемых образовательных программ. Однако на практике зачастую констатируется формализм в их усвоении. Наиболее остро он проявляется в фундаментальных дисциплинах, в частности, информатике. Решению указанной проблемы не способствует и сложившаяся ситуация с отсутствием часов на изучение информатики в некоторых профилях, в частности филологическом, где, по нашим исследованиям, формальное усвоение знаний по информатике наблюдается у всех обучаемых. Таким образом, преодоление формализма у данного профиля возможно осуществлять лишь в рамках элективных курсов.

На основе анализа недостатков существующих элективных курсов, результатов исследования причин