УДК 101.1

Евгений Валериевич Ковешников
Уссурийский государственный педагогический институт

ТЕОРЕМЫ ГЁДЕЛЯ И ИДЕИ ТАРСКОГО. ПРОБЛЕМА НЕПОЛНОТЫ И НЕОПРЕДЕЛЁННОСТИ МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК©

Говоря о проблеме неполноты математики и естественных наук, нельзя пройти мимо принципиально важных теорем, сформулированных логиками Куртом Гёделем (1906-1978) и Альфредом Тарским (1901-1983).

Аксиоматический метод впервые применил Евклид для геометрии, а потом в гораздо более строгой форме его использовал Гильберт для перестройки, укрепления и расширения здания геометрии, её тотальной формализации. Поскольку аксиоматизация геометрии, при всей простоте метода, приносила до этого хорошие плоды, «*казалось естественным ожидать, что для любой математической дисциплины, скажем арифметики, удастся также найти полный набор специальных аксиом, или, более общо, дедуктивных средств, с помощью которых все истинные утверждения могли бы быть выведены логически*» [1, с. 101]. Аксиоматизация арифметики означала аксиоматизацию всей классической математики, в результате математическая наука должна была стать полностью прозрачным собранием формальных положений, ясной, строгой и логически безупречной. «*Научная работа Гильберта, представленная на конгрессе, снова относилась к проблемам оснований математики. В последнее время появились признаки того, что его надежды на то, что завершение его теории доказательства было только делом математической техники, были слишком оптимистичны. Первая попытка доказательства непротиворечивости в нетривиальном случае (в диссертации Аккермана) потребовала, в отличие от первоначального плана, существенного ограничения формальной системы. Аналогично в работе фон Неймана доказательство непротиворечивости на пути, намеченном Гильбертом, также не было приложимо к полной системе. Однако теперь доказательство Аккермана было пересмотрено и упрощено, и, по крайней мере, в тот момент казалось, что непротиворечивость формализованной теории чисел наконец-то доказана.*

Теперь Гильберт добавил к проблеме непротиворечивости новую проблему - проблему полноты формальной системы» [4, с. 245]. Таким образом, Давид Гильберт «*ставил своей конечной целью доказать непротиворечивость классической математики, представленной в виде формальных систем*» [5, с. 279]. Полная формализация математики должна была сделать её кристально чистой и непротиворечивой, устранить её неопределённость если не полностью, то в очень высокой степени. Однако на пути достижения этой великой цели стали идеи Гёделя. Вот как это отмечает биограф Гильберта К. Рид: «*17 ноября 1930 года в Monatshefte für Mathematik und Physik поступила для публикации работа 25-летнего специалиста по математической логике, которого звали Курт Гёдель. <…> Молодой человек рассмотрел обе проблемы полноты, которые поставил Гильберт в Болонье. Он установил полноту для случая исчисления предикатов. Однако затем ему удалось доказать - со всей строгостью, на которую способна только математика, - неполноту формализованной теории чисел. Он также доказал теорему, из которой следует, что не существует финитного доказательства непротиворечивости формальной системы, достаточно полной, чтобы формализовать все финитные рассуждения.*

В высшей степени остроумной работе Гёделя Гильберт рассудком распознал, что цель, достижению которой он посвятил столько усилий с начала этого столетия, - дать окончательный неопровержимый ответ Кронекеру, Брауэру и всем, кто пытался ограничить методы математики, - не может быть достигнута. Классическая математика должна была быть непротиворечивой и, по-видимому, так на самом деле и было; однако эта непротиворечивость никогда не могла быть математически доказана, на что он надеялся и в чём он был уверен» [4, с. 255-256].

Гёделем было предложено две фундаментальные теоремы, смысл которых можно свести к следующему. Первая теорема говорит *о невозможности полной формализации* арифметики, а поскольку классическая математика может быть сведена к арифметике натуральных чисел, то, следовательно, и саму математику тоже нельзя формализовать (аксиоматизировать) таким образом, что всякую формулу можно либо доказать, либо опровергнуть. До этого считалось, что если у нас есть набор аксиом и правила вывода, то из них можно непременно вывести всякое истинное предложение. Первая теорема Гёделя пошатнула этот логический постулат, ибо не для каждого истинного предложения можно было найти соответствующий вывод из данной системы аксиом. Иными словами, истина есть, а явного пути достижения её - нет. Что касается второй теоремы, то в ней Гёдель показал, «*что если формальная арифметическая система непротиворечива, то не существует доказательства её непротиворечивости, которое можно было бы провести средствами, формализуемыми в этой системе*» [5, с. 279]. Это так называемая теорема неполноты формализованной арифметики. Из второй теоремы Гёделя «*непосредственно следует, что для доказательства непротиворечивости формализованной арифметики приходится использовать более сильные методы, чем методы, которые допускают формализацию в данной системе*» [Там же].

В итоге у нас получается «*целая иерархия формальных систем, каждая из которых будет превосходить предшествующую по силе средств формализации*» [Там же]. Будет ли в конечном счёте истина достигнута или математика лишь будет вечно приближаться к ней, подобно тому, как график функции приближается к асимптоте, но никогда не пересекает её? Таким образом, из идей Гёделя следует два заключения: 1) математика неполна и 2) невозможно доказать непротиворечивость математики средствами самой математики.

Классическая концепция логико-математического (и научного вообще) знания полагает, что на основе конкретной заданной базы аксиом и правил их комбинирования можно создать единое монолитное образование, некий «материк истины», состоящий только из истинных следствий-теорем из этих аксиом. Ответвления от ядра какой-то науки, её ветви, образуют как бы полуострова истинности, не связанные напрямую, но связанные через теоретическое ядро. Гёдель же «*показал, что структура истины сложнее и напоминает скорее материк, окружённый островами. Существует бесконечное количество утверждений истинных, но недоказуемых в рамках принятой системы аксиом, как бы мы её ни расширяли. Эти утверждения образуют «острова истинности» за пределами дедуктивного материка*» [3, с. 90]. Это очень интересное и революционное даже сегодня умозаключение, говорящее нам, что истина есть не только «здесь» и она проверяема, но и «где-то там» тоже есть ещё некая истина, которая уже не подлежит прямой проверке имеющимися аксиомами. Более того, в такой «материково-островной» теории истины можно явно усмотреть фрактальный принцип, а это один из главных принципов организации живой и неживой Природы. А спор типа: «*Истина одна* и только на «материке» или истина на «материке» и *истины* на «островах»» вновь возвращает нас к греческой проблеме единого и многого.

Значение открытия Гёделя выходит за рамки одной лишь арифметики. Поскольку всё естественнонаучное знание так или иначе использует логико-математический аппарат в построении своих теорий, а главное, опирается на традиционную «материковую» концепцию истинности, то можно говорить о том, что такие естественные науки, как физика, химия, биология, экология и т.д. и все их ветви содержат в своём фундаменте некоторую долю неполноты, что отчасти мешает им развиваться дальше или порождает противоречия между определённой книжной теорией и отдельными созерцаемыми реальными фактами.

Следующая проблема такова. Очевидно, что человек думает и говорит на каком-то своём языке, которому он был обучен. Также вполне очевидно, что любую фразу, записанную на одном языке А, можно далеко не всегда единственным образом перевести на другой язык В. А если взять целый текст и переводить его с одного языка на другой, потом обратно и так несколько раз. Естественно положить, что оригинальный текст на языке А и последний ***n***-й текст-перевод этого текста с языка В на исходный язык А не будут одинаковыми по смыслу. Этот факт говорит о неоднозначности (неопределённости) перевода между естественными языками. Данной проблемой и занимался польский логик Альфред Тарский: «*… в 20-х годах XX века работы А. Тарского по математической логике показали, что грамматики естественных языков (русского, английского, польского и т.д.) не обладают должной степенью однозначности для того, чтобы обеспечить абсолютную строгость доказательства*» [Там же, с. 86]. Тарскому принадлежит высказывание: «*Логика справедливо рассматривается как основа всех других наук, хотя бы по той причине, что в каждой аргументации мы употребляем понятия, взятые из области логики, и каждое заключение производится в согласии с законами этой дисциплины*» [6, с. 154]. В своей книге «Введение в логику и методологию дедуктивных наук» («INTRODUCTION TO LOGIC and to the Methodology of Deductive Sciences») он постоянно приводит примеры-сравнения, как высказывание понимается и записывается на языке логики и в обычном языке, а так же подробно различает отрицание «не», союзы «и», «или» и следование «если …, то …» на языке логики и в обычном повседневном языке. Вот важное наблюдение Тарского из его книги: «*В обычной речи не существует фразы, имеющей точно определённый смысл. Едва ли можно было бы найти двух человек, которые употребляли бы каждое слово в одинаковом значении, и даже в речи одного человека значение одного и того же слова меняется в различные периоды его жизни. Сверх того, значение слов повседневного языка обычно очень сложно; оно зависит не только от внешней формы слова, но также и от обстоятельств, при которых оно высказано, а иногда и от субъективно-психологических факторов. <…> Каким бы путём учёный ни осуществлял свою задачу, установленное им употребление термина в большей или меньшей степени разойдётся с повседневной речевой практикой*» [Там же, с. 59]. Действительно, говорит и пишет человек словами, а вот мыслит - образами, поэтому вполне очевидно, что одному и тому же слову естественного языка будут соответствовать минимум два мысленных образа. Например, для слова «лимон», один мысленный образ - тонкий приятный аромат, а другой - мерзкий кислый вкус, от которого всё сводит во рту. Ботаник свяжет в уме это слово с образом всех цитрусовых, химик вспомнит про эфир лимонен и лимонную кислоту. А кто-то с приземлёнными интересами вообще при этом слове представит себе просто кучу денег. Таким образом, слово одно, а образов много.

Раз наш обычный родной естественный язык неточен, то нужно воспользоваться более точным особым формализованным интернациональным языком для изложения своей научной мысли, но насколько такой подход приемлем? «*Из результатов А. Тарского следует, что доказательство, сформулированное на любом из естественных языков, уже по одному этому не может быть абсолютно строгим. Для преодоления ограничений, связанных с неоднозначностью естественного языка, были разработаны целиком формализованные языки математической логики; эти языки, однако, очень сложны. Доказательства ряда теорем на языке математической логики занимают, как известно, по нескольку сотен страниц каждое. Поэтому и до сего дня подавляющее большинство математических работ пишется на естественных языках, хотя это и не строго*» [3, с. 87].

Таким образом, можно говорить лишь о некотором постепенном приближении к строгости в математике, а идеал строгости опять же недостижим. Главной проблемой в исследованиях Тарского является проблема применения языка в науке, проблема неполноты отображения теории посредством языка и проблема выбора между неточным, но понятным естественным языком и строгим формализованным, но громоздким для понимания человека языком матлогики. Поскольку же логика пронизывает всё естественнонаучное знание, то эта проблема выбора выходит за рамки чисто математических исследований. Любая естественнонаучная теория тоже обязана быть построена таким образом, чтобы её можно было понимать однозначно и чтобы при изучении данной теории (на естественном языке) мы никогда не могли бы вывести из неё два противоположных суждения, иначе теория нуждается в корректировке своего понятийного аппарата и проверке своих рассуждений на логичность. Безусловно, здесь Тарский поднимает весьма сложную и старую проблему философии науки, напрямую связанную с гносеологией. Действительно, наш естественный язык неполон, чтобы максимально точно и строго передать и объяснить научную (особенно математическую) истину, поэтому и сформулированное на нём научное знание тоже будет наследовать некоторую неполноту и даже, возможно, двойственное трактование (неопределённость), но путь разрешения этих проблем здесь слишком сложен и просто затормозит развитие науки, рискнувшей положить метод Тарского в свои основы. Пожалуй, имеет смысл переводить какую-то часть теории на язык формальной логики, если возникает парадоксальная ситуация, связанная с применением естественного языка и мешающая идти дальше. Однако творить новое знание лучше всё же на естественном неформализованном языке. Вот что по этому поводу думает сам Тарский: «*Только благодаря развитию дедуктивной логики мы теперь в состоянии, по крайней мере, теоретически, представить каждую математическую дисциплину в формализованной форме. Однако на практике это всё же таит в себе значительные осложнения; выигрыш в точности и методологической правильности сопровождается проигрышем в ясности и понятности. Сама проблема, в конце концов, совершенно нова, относящиеся к ней исследования ещё не окончательно завершены, и есть основание надеяться, что в будущем их выполнение сможет привести к существенным упрощениям. Ввиду этого было бы преждевременно целиком считаться в настоящий момент с постулатами формализации при популярном изложении какой-либо части математики. В частности, было бы далеко не разумно требовать, чтобы доказательства теорем в обыкновенном учебнике по какой-либо математической дисциплине давались в полном виде; однако надо было бы, чтобы автор учебника чувствовал непосредственную уверенность, что все его доказательства могут быть переведены в эту форму, и даже довести свои рассуждения до того пункта, с которого читатель, имеющий некоторый навык в дедуктивном мышлении и достаточное знание современной логики, был бы в состоянии без особых трудностей заполнить остающийся пробел*» [6, с. 184].

По поводу возможности перевода с естественного на формальный язык тоже не всё ясно. Для примера возьмём двух человек. Один - выпускник факультета иностранных языков, прекрасно говорит, скажем, по-английски, родился и жил в России, долго практиковался языку в Британии. Другой человек - коренной британец. Оба отлично говорят на английском языке, но фундаментальное различие между ними всё же есть. Они думают на разных языках. Первый сначала *формулирует в уме мысль* на русском, потом *переводит* её в уме на английский и уже после *озвучивает или записывает*. Второй же и думает, и говорит на одном языке - английском. Человек от рождения не знает формализованного языка математической логики, не говорит и не пишет на нём, этому языку приходится учиться, не всем он даётся, поэтому нет гарантии, что и перевод научной теории с естественного на формализованный язык в ста из ста случаев будет выполнен без ошибок, однозначно.

Следует подчеркнуть, что мечту математиков во главе с Гильбертом об идеально формализованной и непротиворечивой математике разрушили не учёные-математики, а специалисты в области логики. Но для того, чтобы в науке что-то разрушить или хотя бы пошатнуть, надо самому стоять на достаточно устойчивой платформе, иначе рискуешь упасть. Вопрос об отношении логики к математике давно волнует многих исследователей в области как этих дисциплин, так и философии. Но в данной ситуации всё же будем солидарны с мнением Тарского о значимости логики для других наук, сомнения в этом нет. Важно другое. Попыток обоснования математики было предпринято много и разными учёными, с привлечением разных методов и концепций, но как обосновать саму логику, с платформы которой оценивается почти всё в науке? «*Логика не может быть оправдана на основе какого-либо опыта, она не обосновывается в рамках математики и не может быть выведена из структуры языка или из структуры какого-либо объекта, являющегося предметом специального исследования. Ни рационалистические и ни эмпирические теории логики до сих пор не открыли нам никаких критериев, позволяющих отделять надёжные логические принципы от ненадёжных*» [2, с. 111]. Специальных логик (так называемых предметных) существует довольно много. Законами математики управляет статичная математическая логика.

В. Я. Перминов предлагает два пути обоснования логики. «*Первый теоретически обоснованный путь может состоять здесь в праксеологической дедукции принципов. Такие законы, как закон непротиворечия, закон исключённого третьего и закон импликации, непосредственно проистекают из общей цели мышления и, таким образом, обосновываются как абсолютные с точностью до устойчивости самой этой цели. <…> Второй приемлемый путь оправдания логических норм состоит в их оправдании на основе аподиктической очевидности. <…> Существуют принципы логики, которые мы должны принять как абсолютные и предельно обоснованные, опираясь исключительно на их общезначимость и непосредственную данность сознанию*» [Там же].

Именно обоснование логики полностью легализует претензии Гёделя и Тарского к основаниям математики и заставляет признать те проблемы, которые ими были выявлены, а именно, проблему неполноты, проблему непротиворечивости и проблему языка при проведении математического доказательства, что порождает неопределённость понимания математической истины.

Список литературы

1. **Манин Ю. И.** Математика как метафора. М.: МЦНМО, 2008. 400 с.
2. **Перминов В. Я.** Философия и основания математики. М.: Прогресс-Традиция, 2001. 320 с.
3. **Петров Ю. П.** История и философия науки. Математика, вычислительная техника, информатика. СПб.: БХВ-Петербург, 2005. 448 с.
4. **Рид К.** Гильберт. М.: Наука, 1977.
5. **Рузавин Г. И.** О природе математического знания (очерки по методологии математики). М.: Мысль, 1968.
6. **Тарский А.** Введение в логику и методологию дедуктивных наук / пер. с англ. О. Н. Дынник. М.: Государственное издательство иностранной литературы, 1948.

УДК 629.5

Елена Геннадьевна Корниенко
Астраханский государственный университет

РОЛЬ СУДОСТРОЕНИЯ В РАЗВИТИИ НЕФТЯНОГО ПРОМЫСЛА В РОССИИ В КОНЦЕ XIX - НАЧАЛЕ XX ВВ.©

В современных условиях интерес к социально-экономическому развитию Южного региона очевиден. Рост добычи углеводов на шельфе Каспийского моря открывает значительные перспективы перед астраханскими судостроителями. Судостроение является индикатором уровня развития экономики государства. Для более эффективной реализации поставленных задач необходимо учитывать общие истоки и тенденции развития судостроения, его значения в истории Российского государства в целом и Поволжья в частности.

В 80-90-х гг. XIX в. с развитием нефтяной промышленности и расширением рынков сбыта ее продуктов значительно увеличился общий их вывоз из Баку. В 1885 г. из Бакинского нефтепромышленного района по всем направлениям было вывезено 65,4, в 1890 г. - 190, в 1895 г. - 284,4 и в 1900 г. - 443,1 млн. пудов всех нефтяных продуктов, что в процентном отношении составляло 70-80% всей годовой добычи нефти [8, с. 52].

С самого начала большая часть общего вывоза нефтяных продуктов из Баку направлялась водным путем в Россию, что способствовало росту в 80-90-х гг. XIX в. судостроительной и судоремонтной промышленности Поволжья. Паровое судостроение на Волге берет свое начало с первой половины XIX в. Развитие морского и речного транспорта на Волжско-Каспийском водном пути начиналось на основе русского судостроения. В 50-60-х гг. XIX в. судостроительные заводы были в Калуге, Пожве, Рыбинске, Твери, Костроме, Нижнем Новгороде, Перми, Царицыне, Саратове и Астрахани [Там же, с. 62].

Эти заводы занимались строительством паровых судов, буксирных баркасов, барж для Волги и Каспия. В 1852 году на Сормовском заводе, одном из крупнейших заводов Поволжья, по чертежам инженера-судостроителя Михаила Окунева, основателя железного судостроения в России, началось строительство серийных железных пароходов и барж для перевозки нефтепродуктов. К 1853 г. здесь было выстроено 20 таких судов [2, с. 56-57]. В 1874 г. на Волге и Каспии ходило 456 пароходов, из которых 330 построены в Поволжье. До середины 70-х гг. XIX в. судостроение было ориентировано, в основном, на строительство транспортных средств для перевозки хлеба, дров, рыбы и других продуктов народного хозяйства страны, а также почты и пассажиров.

Бурное развитие добычи нефти и ее переработки в Баку связано с постоянно растущим спросом на нефтяное топливо со стороны промышленности и транспорта России. Высокий топливный коэффициент и относительная дешевизна способствовали возрастанию его роли в промышленности, водном и железнодорожном транспорте страны, что, в свою очередь, стимулировало развитие машиностроительной, судостроительной и судоремонтной промышленности [8, с. 3].

Ко второй половине 80-х гг. XIX в. главным нефтяным грузом на Волге становится топливо, которое в 1900 г. составило 50% всех грузов Волжского торгового флота [12, с. 314]. Для перевозки такого количества нефтяных грузов был создан Волжский наливной флот, отличительной чертой которого было строительство большого числа барж, предназначенных исключительно для перевозки нефтяных продуктов с помощью буксирных пароходов. Первоначально волжские судовладельцы использовали для перевозки нефти старые деревянные баржи, переделанные под налив, считая позором «замарать» нефтью новую баржу [3, с. 23]. Но вскоре, убедившись в безусловной выгодности транспортировки нефти наливом, стали строить новые баржи крупного тоннажа, как деревянные, так и железные.