

Шимаров Александр Иванович

[СВЕТОЛУЧЕВОЙ СПОСОБ ОПРЕДЕЛЕНИЯ УГЛОВОГО ПОЛОЖЕНИЯ ОБЪЕКТОВ](#)

Адрес статьи: www.gramota.net/materials/1/2010/8/23.html

Статья опубликована в авторской редакции и отражает точку зрения автора(ов) по рассматриваемому вопросу.

Источник

[Альманах современной науки и образования](#)

Тамбов: Грамота, 2010. № 8 (39). С. 70-74. ISSN 1993-5552.

Адрес журнала: www.gramota.net/editions/1.html

Содержание данного номера журнала: www.gramota.net/materials/1/2010/8/

[© Издательство "Грамота"](#)

Информация о возможности публикации статей в журнале размещена на Интернет сайте издательства: www.gramota.net

Вопросы, связанные с публикациями научных материалов, редакция просит направлять на адрес: almanac@gramota.net

Теорема 3. Совокупность всех спектральных функций E_t ($-\infty < t < +\infty$) оператора L определяется формулой $E_t f = \int \tilde{y}(x; t) dT(\lambda)(f; \lambda)$ ($f \in L_w^2(a, b)$), где $T(\lambda)$ ($-\infty < \lambda < +\infty$) - спектральная функция распределения оператора L , соответствующая его произвольной обобщенной резольвенте R .

Очевидным следствием теоремы 3 является следующая теорема.

Теорема 4. Пусть $T(\lambda)$ ($-\infty < \lambda < +\infty$) - спектральная матрица-функция распределения оператора L , соответствующая его обобщенной резольвенте R , элементы матрицы-столбца (f, λ) представляют собой скалярные произведения функции f и элементов некоторой фундаментальной системы решений однородного дифференциального уравнения $l[y] = wu$. Тогда для любой функции $f(x) \in L_w^2(a, b)$ имеет место разложение

$$f(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{y}(x; \lambda) dT(\lambda)(f; \lambda).$$

При этом интеграл в правой части этого равенства сходится в смысле метрики пространства $L_w^2(a, b)$.

Замечание 1. Формулы (3) и (4) осуществляют взаимно обратные изометрические отображения пространства $L_w^2(a, b)$ на пространство $L_T^2(-\infty, +\infty)$.

Теорема 5. При любых вещественных α, β и оператор $E_{\alpha, \beta}$ является интегральным оператором: $E_{\alpha, \beta} f = \int_a^b K(x, s; \alpha, \beta) f(s) w(s) ds$ ($f(x) \in L_w^2(a, b)$), ядро которого определяется по формуле $K(x, s; \alpha, \beta) = \int \tilde{y}(x; \lambda) dT(\lambda) \tilde{y}(s; \lambda)$ ($x, s \in (a, b)$) и при любом x удовлетворяет условию $\int_a^b |K(x, s; \alpha, \beta)|^2 w(s) ds < \infty$.

Замечание 2. Следуя работам [2-4], в рассматриваемой ситуации можно исследовать кратность спектра самосопряженного расширения минимального квазидифференциального оператора L , а также ранг его спектральной матрицы-функции распределения.

Замечание 3. Асимптотические методы теории дифференциальных уравнений позволяют исследовать спектр оператора L в терминах коэффициентов дифференциальной операции l_n .

Список литературы

1. Ахизер Н. И., Глазман И. М. Теория линейных операторов в гильбертовом пространстве. М.: Издательство «Наука», 1966. 543 с.
2. Филиппенко В. И. Линейные квазидифференциальные операторы в гильбертовом пространстве // Исследования по функциональному анализу и его приложениям. М.: Издательство «Наука», 2006. С. 293–344.
3. Филиппенко В. И. О кратности непрерывного спектра самосопряженного обыкновенного дифференциального оператора // Волжский мат. сб. Серия «Функциональный анализ и теория функций». Ульяновск, 1972. Вып. 13. С. 120–133.
4. Филиппенко В. И. О кратности спектра самосопряженного дифференциального оператора первого порядка // Дифференциальные уравнения. 1981. Т. 17. № 6. С. 1135–1138.
5. Everitt W. N., Zettl A. Generalized symmetric ordinary differential expressions I: the general theory // Nieuw archief voor wiskunde. 1979. V. 27. № 3. P. 363–397.

УДК 62-52

Александр Иванович Шимаров

Самарский государственный технический университет

СВЕТОЛУЧЕВОЙ СПОСОБ ОПРЕДЕЛЕНИЯ УГЛОВОГО ПОЛОЖЕНИЯ ОБЪЕКТОВ[©]

В технической литературе описаны различные способы применения оптических лучей для определения углового положения объектов. Они используются при сооружении тоннелей, каналов, железных и автомобильных дорог, аэродромов и других сооружений, профиль которых должен быть ограничен плоскостью с заданным уклоном [1; 3; 4]. Эти способы требуют больших затрат времени на геодезическую подготовку профиля сооружения.

Известен также способ определения углового положения объекта, обеспечивающий высокую точность и производительность [2]. Он позволяет одновременно измерять углы наклона относительно двух взаимно перпендикулярных осей координат и управлять, например, землеройной машиной или другим механизмом. Способ заключается в том, что с базового объекта (БО) 9 на контролируемый (КО) 10 проецируют измерительную диаграмму. Эту диаграмму получают посредством трех расходящихся под заданными углами α_1 и α_2 веерообразных пучков световых лучей 7, определяют взаимное положение следов этих лучей на экране 4, связываемом с КО, и по их положению вычисляют угловое положение объекта (Рис. 1).

Устройство, реализующее этот способ, содержит проектор 1, состоящий из источника света 2 и светоделительной оптической системы 3, и экран 4 с двумя шкалами 5, 6, нанесенными на его поверхность. Проектор устанавливают на базовом объекте, а экран – на контролируемом (управляемом). Связь взаимного положения следов лучей 7 с величиной углов α и поворота КО вокруг двух взаимно перпендикулярных осей $O_K Z_K$ и $O_K Y_K$, соответственно, описывается выражениями:

$$\tan \alpha = \pm \left\{ -\frac{m}{2} + \left[\left(\frac{m}{2} \right)^2 + n \right]^{\frac{1}{2}} \right\}; \tag{1}$$

$$\sin \alpha = C(1 - A^2) \cos \alpha (4d \tan \alpha)^{-1}, \tag{2}$$

где $m = 1 - C^2(1 - A^2)(16d \tan^2 \alpha)^{-1} - n$; $n = A^2(\tan^2 \alpha)^{-1}$; $A = (\Delta Z_1 - \Delta Z_2)(\Delta Z_1 + \Delta Z_2)^{-1}$;

$C = (\Delta Z_3 + \Delta Z_4) - (\Delta Z_1 + \Delta Z_2)$; $2d$ – расстояние между измерительными шкалами 5 и 6 экрана; ε – дву-

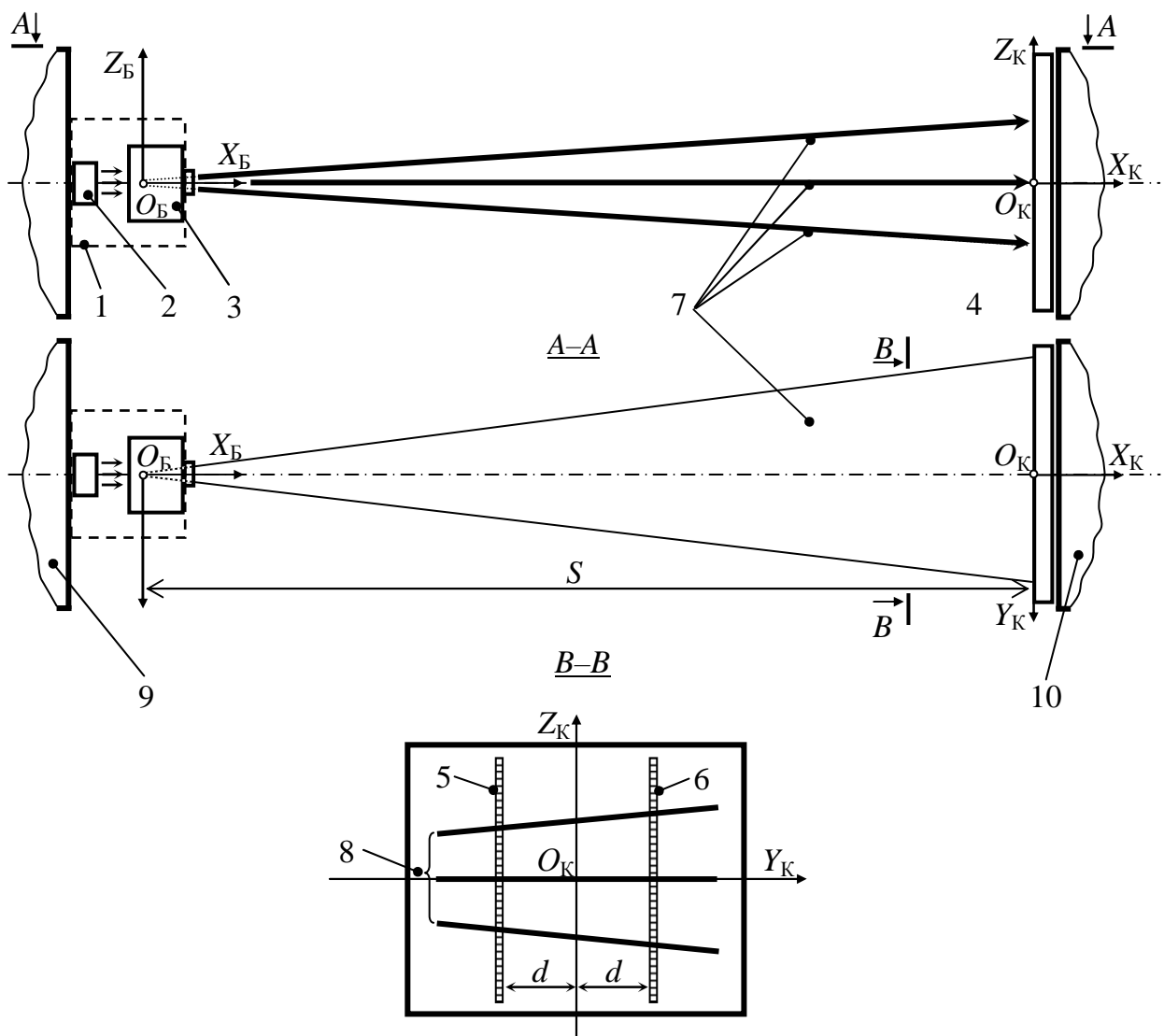


Рис. 1

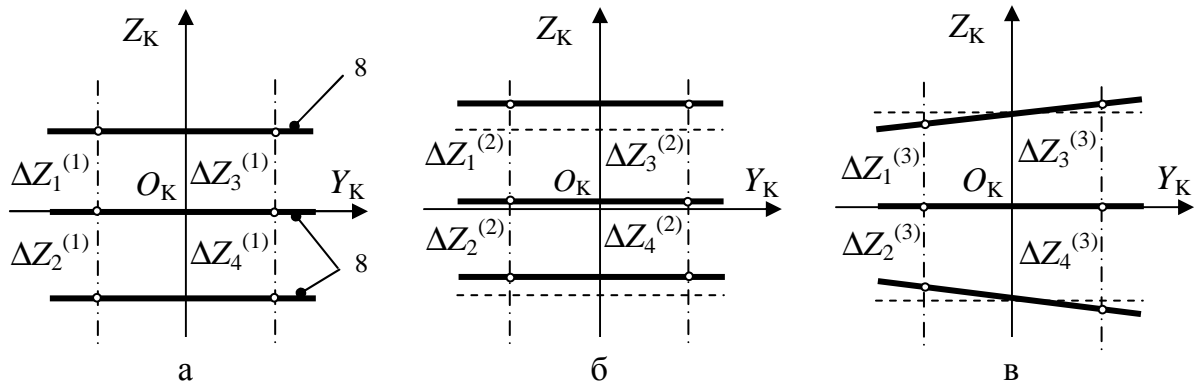


Рис. 2

гранный угол между соседними пучками световых лучей; ΔZ_1 ; ΔZ_2 ; ΔZ_3 ; ΔZ_4 – отрезки между точками пересечения следов световых лучей 7 со шкалами 5 и 6 экрана 4.

При измерениях известным способом, как это видно из выражений (1) и (2), вычисленное значение угла является функцией ряда параметров: $\beta = f(\Delta Z_i; \epsilon; d)$, т.е. точность определения угла β зависит не только от точности измерения отрезков ΔZ_i ($i = 1, 2, 3, 4$), но и углов ϵ между световыми пучками и расстояния между шкалами d . Вычисленное значение угла μ также является функцией нескольких параметров: $\mu = f(\Delta Z_i; \epsilon; d)$, т.е. точность определения угла μ зависит не только от ϵ и d , но и от текущего значения угла β .

Анализ выражений (1) и (2) показал, что наибольшее влияние на точность определения углов β и μ оказывает параметр ϵ . Величину ϵ выбирают в зависимости от диапазона измеряемых углов, расстояния S между объектами, а также исходя из конструктивных требований к устройству, реализующему способ. Например, увеличение ϵ ведет к повышению чувствительности измерительного устройства и, вместе с тем, – к уменьшению диапазона измеряемых углов. Обычно меньшим расстояниям между БО и КО соответствуют большие значения ϵ . Задание ϵ в процессе измерений необходимо осуществлять с высокой точностью (до десятых или сотых долей градуса), что является сложной технической задачей. В связи с этим, в процессе вычисления углов β и μ параметр ϵ имеет действительное значение ϵ_d , которое отличается от его номинального значения ϵ_n . Таким образом, измерение отрезков ΔZ_i проводят при одном значении параметра $\epsilon = \epsilon_d$, а вычисление углов поворота β и μ – при другом значении указанного параметра: $\epsilon = \epsilon_n$. Вторая составляющая погрешностей измерений по этому способу обусловлена отличием действительного значения d_d в момент проведения измерений от его номинального значения d_n , которое используется при вычислении углов поворота КО.

Из выше изложенного следует вывод о том, что для обеспечения высокой точности определения углового положения КО необходимо повысить точность задания параметров ϵ и d или обеспечить независимость результатов определения углового положения КО от этих параметров. Предлагаемый способ позволяет решить вторую задачу.

Этот способ заключается в следующем. После определения взаимного положения следов световых лучей на экране, пучки лучей поворачивают на малый образцовый угол сначала вокруг оси, параллельной линии пересечения плоскостей этих пучков между собой, и вторично определяют положение следов на экране. Затем их поворачивают вокруг оси, перпендикулярной указанной линии пересечения, в третий раз определяют положение следов на экране. По результатам трех этапов измерений вычисляют угловое положение объекта.

Поворот световых пучков на малый известный угол позволяет определить реальную передаточную функцию измерительного устройства в процессе измерений углов поворота КО. Величина образцовых углов $\Delta\beta$ и $\Delta\mu$ выбирается в зависимости от диапазонов измеряемых углов, расстояния между объектами и ряда других факторов, и составляет 1...5% от указанных диапазонов. Образцовый угол может быть постоянным или выбираться в зависимости от расстояния между БО и КО. Следует отметить, что поворот пучков световых лучей вокруг оси $O_B Y_B$, параллельной линии пересечения плоскостей этих пучков между собой, повышает точность определения угла β , а поворот вокруг оси $O_K Z_K$, перпендикулярной указанной линии, – точность определения угла μ .

На Рис. 2 а, б, в – приведены примеры взаимного положения следов 8 световых лучей 7 для трех промежуточных этапов определения углов поворота КО. Проектор 1 устанавливают на БО 9 таким образом, чтобы его главная оптическая ось совпадала с осью $O_B X_B$ базовой системы координат $X_B Z_B Y_B$. Экран 4 располагают в плоскости $Z_K O_K Y_K$, симметрично относительно осей $O_K Z_K$ и $O_K Y_K$ системы координат $X_K Z_K Y_K$, связанной с КО 10.

Процесс определения пространственного положения КО включает в себя несколько этапов. На первом этапе разделяют поток света, создаваемый источником 2, посредством оптической системы 3 на три плоских веерообразных пучка лучей 7, геометрически исходящих из начала O_B базовой системы координат $X_B Z_B Y_B$ (см. Рис. 1). При этом пучки лучей 7 направляют на экран 4 таким образом, чтобы средний пучок лежал в плоскости $X_B O_B Y_B$, крайние – в плоскостях, расположенных под углами ϵ_1 и ϵ_2 к среднему, а линия пересечения указанных плоскостей совпадала с осью $O_B Y_B$.

Пучки лучей 7, падая на экран 4, образуют на нем узкие световые следы 8. Затем определяют взаимное расположение следов 8, измеряя отрезки между точками пересечения следов со шкалами 5 и 6: $\Delta Z_1^{(j)}; \Delta Z_2^{(j)}; \Delta Z_3^{(j)}; \Delta Z_4^{(j)}$, где j – номер этапа измерения.

В качестве примера, на (Рис. 2а) показано расположение следов 8 для случая, когда углы поворота КО равны нулю, т.е. $\beta = 0; \mu = 0$.

Указанные отрезки связаны с углами β и μ следующими выражениями:

$$\left. \begin{aligned} \Delta Z_1^{(j)} &= \frac{D^{(j)}}{E^{(j)}} \tan \beta ; \\ \Delta Z_2^{(j)} &= \frac{D^{(j)}}{F^{(j)}} \tan \mu ; \\ \Delta Z_3^{(j)} &= \frac{G^{(j)}}{E^{(j)}} \tan \beta ; \\ \Delta Z_4^{(j)} &= \frac{G^{(j)}}{F^{(j)}} \tan \mu , \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где $D^{(1)} = S \cos \beta - d \cos \mu \sin \beta$; $G^{(1)} = S \cos \beta + d \cos \mu \sin \beta$;

$E^{(1)} = \cos \beta (\cos \mu + \tan \beta \sin \mu \cos \beta)$; $F^{(1)} = \cos \mu (\cos \beta - \tan \beta \sin \mu \cos \beta)$;

S – расстояние между началами O_B и O_K систем координат $X_B Z_B Y_B$ и $X_K Z_K Y_K$; $2d$ – расстояние между измерительными шкалами 5 и 6; $j=1$.

На втором этапе пучки лучей 7 поворачивают на малый образцовый угол $\Delta\beta$ вокруг оси, параллельной линии пересечения плоскостей этих пучков между собой (т.е. вокруг оси $O_B Y_B$ базовой системы координат $X_B Z_B Y_B$), и вторично определяют взаимное расположение следов 8, измеряя интервалы между точками пересечения этих следов со шкалами 5 и 6 (см. Рис. 2б):

$$\Delta Z_1^{(2)}; \Delta Z_2^{(2)}; \Delta Z_3^{(2)}; \Delta Z_4^{(2)}.$$

Эти интервалы связаны с измеряемыми углами β и μ соотношениями (3), в которых величины $D^{(j)}$; $G^{(j)}$; $E^{(j)}$ и $F^{(j)}$ ($j=2$) определяются из выражений:

$$D^{(2)} = S \cos \beta - d \cos \mu (\cos \beta + \Delta\beta) \sin \beta ;$$

$$G^{(2)} = S \cos \beta + d \cos \mu (\cos \beta + \Delta\beta) \sin \beta ;$$

$$E^{(2)} = \cos \beta (\cos \mu + \Delta\beta) (\cos \mu + \tan \beta \sin \mu (\cos \beta + \Delta\beta) \cos \beta) ;$$

$$F^{(2)} = \cos \mu (\cos \beta + \Delta\beta) (\cos \beta - \tan \beta \sin \mu (\cos \beta + \Delta\beta) \cos \beta) .$$

(4)

На третьем этапе световые пучки 7 поворачивают на малый образцовый угол $\Delta\mu$ вокруг оси, перпендикулярной линии пересечения плоскостей этих пучков между собой (т.е. вокруг оси $O_B Z_B$), и в третий раз определяют положение следов 8, измеряя интервалы между точками пересечения этих следов со шкалами 5 и 6 (см. Рис. 2б): $\Delta Z_1^{(3)}; \Delta Z_2^{(3)}; \Delta Z_3^{(3)}; \Delta Z_4^{(3)}$.

Эти интервалы связаны с измеряемыми углами β и μ соотношениями (3), в которых величины $D^{(j)}$; $G^{(j)}$; $E^{(j)}$ и $F^{(j)}$ ($j=3$) определяются из выражений:

$$D^{(3)} = S \cos \beta (\cos \mu + \Delta\mu) - d \cos \mu \sin \beta (\cos \mu + \Delta\mu) ;$$

$$G^{(3)} = S \cos \beta (\cos \mu + \Delta\mu) + d \cos \mu \sin \beta (\cos \mu + \Delta\mu) ;$$

$$E^{(3)} = \cos \beta \left[\cos \mu + \tan \beta \sin \mu \cos \beta (\cos \mu + \Delta\mu) \right] ;$$

$$F^{(3)} = \cos \mu \left[\cos \beta - \tan \beta \sin \mu \cos \beta (\cos \mu + \Delta\mu) \right] .$$

(5)

На четвертом этапе вычисляют угловое положение контролируемого объекта. Из уравнений (3) и (4) следует формула для вычисления угла β , а из уравнений (3) и (5) следует формула для вычисления угла μ :

$$\tan \mu = \frac{(M^{(2)} - 1) \pm \left[(M^{(2)} - 1)^2 + 4M^{(2)} \tan^2(\Delta\beta) \right]^{\frac{1}{2}}}{2M^{(2)} \tan(\Delta\beta)} , \quad (6)$$

$$\text{где } M^{(2)} = \frac{(\Delta Z_4^{(2)} - \Delta Z_3^{(2)}) (\Delta Z_4^{(1)} + \Delta Z_3^{(1)})}{(\Delta Z_4^{(2)} + \Delta Z_3^{(2)}) (\Delta Z_4^{(1)} - \Delta Z_3^{(1)})} .$$

$$\cot \beta = \frac{M^{(3)} - \cos(\Delta\mu)}{\sin(\Delta\mu)} , \quad (7)$$

$$\text{где } M^{(3)} = \frac{(\Delta Z_1^{(3)} + \Delta Z_2^{(3)}) - (\Delta Z_3^{(3)} + \Delta Z_4^{(3)})}{(\Delta Z_1 + \Delta Z_2) - (\Delta Z_3 - \Delta Z_4)}.$$

Предлагаемый способ имеет более высокие метрологические характеристики по сравнению с известным. При измерениях по этому способу, как это видно из выражений (6) и (7), вычисленное значение углов представляет собой функции: $\beta = f_1(\Delta Z_i^{(1)}; \Delta Z_i^{(2)}; \Delta)$ и $\mu = f_2(\Delta Z_i^{(1)}; \Delta Z_i^{(3)}; \Delta)$, которые не зависят от параметров ε и d измерительной системы, а также от текущего углового положения КО. Это свойство, присущее предлагаемому способу, позволяет при определении углового положения КО устанавливать параметр ε ориентируясь только на получение необходимых размеров измерительной диаграммы, не измеряя при этом величину ε . Чем больше размеры диаграммы, при заданных размерах экрана, тем выше точность измерения отрезков $\Delta Z_i^{(j)}$, а следовательно, выше точность определения углов β и μ .

Дополнительные повороты пучков световых лучей позволяют определить действительное значение передаточной функции измерительной системы без определения значений ее конструктивных параметров, т.е. они позволяют установить связь между выходными ($\Delta Z_i^{(j)}$) и входными (β и μ) величинами в момент текущего измерения и использовать полученную информацию при определении углового положения КО. Совместная обработка результатов всех измерений позволяет определять угловое положение КО с точностью, независимой от точности задания ε и d , а также от текущих значений углов β и μ в момент проведения измерений.

Были проведены сравнительные испытания известного и предлагаемого способов. Контролируемый объект имитировался горизонтально расположенной плитой (1450x1450 мм) с двумя шкалами (с ценой деления 1 мм), нанесенными на ее поверхность на расстоянии 400 мм друг от друга. Угловое положение плиты задавалось посредством оптического квадранта типа КО-1М. Проектор 1 был построен на базе полупроводникового лазера, светоделительной призмы, цилиндрических линз и других элементов. Номинальное значение угла составляло 35° . Образцовые приращения углов имели следующие значения: $\Delta\beta = \Delta\mu = 2^\circ 30'$. Они задавались с помощью специальной поворотной платформы. Для определения углов поворота КО использовалось специализированное вычислительное устройство на базе персонального компьютера. Результаты экспериментальных исследований разработанного способа показали, что погрешность измерений углов β и μ в диапазоне $\pm 25^\circ$ не превышает 0,4%.

Следует отметить, что разработанный способ прост в реализации, т.к. не требует высокой точности изготовления элементов экрана и оптической системы проектора, а также наличия специальных образцовых устройств для задания и периодического контроля величин β и μ . Этот способ может быть использован при создании систем управления движением землеройных машин.

Список литературы

1. Куликовский К. Л., Купер В. Я., Шимаров А. И. Устройство для измерения углов наклона: авт. свид. СССР № 659901 // Бюллетень изобретений. 1979. № 16. С. 93.
2. Куликовский К. Л., Шимаров А. И. Способ определения углового положения объектов // Изв. вузов. Приборостроение. 1978. № 11. С. 116–120.
3. Цуккерман С. Т. Автоматизация управления машинами при помощи оптического луча // Там же. 1966. № 3. С. 110–113.
4. Цуккерман С. Т., Градин А. С. Управление машинами при помощи оптического луча. М.: Машиностроение, 1989.