

Дьяков Иван Федорович

[РАСЧЕТЫ НА ПРОЧНОСТЬ ДЕТАЛЕЙ МАШИН ПРИ ЦИКЛИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ](#)

Адрес статьи: www.gramota.net/materials/1/2011/10/16.html

Статья опубликована в авторской редакции и отражает точку зрения автора(ов) по рассматриваемому вопросу.

Источник

[Альманах современной науки и образования](#)

Тамбов: Грамота, 2011. № 10 (53). С. 45-49. ISSN 1993-5552.

Адрес журнала: www.gramota.net/editions/1.html

Содержание данного номера журнала: www.gramota.net/materials/1/2011/10/

[© Издательство "Грамота"](#)

Информация о возможности публикации статей в журнале размещена на Интернет сайте издательства: www.gramota.net

Вопросы, связанные с публикациями научных материалов, редакция просит направлять на адрес: almanac@gramota.net

движения переходит в резонансную зону. С целью гашения резонансных явлений и возникающих максимальных напряжений в несущих конструкциях при движении по неровностям дороги подвеска должна иметь характеристику аperiodического звена, которое обеспечивает значение передаточной функции от 0,46 до 0,20.

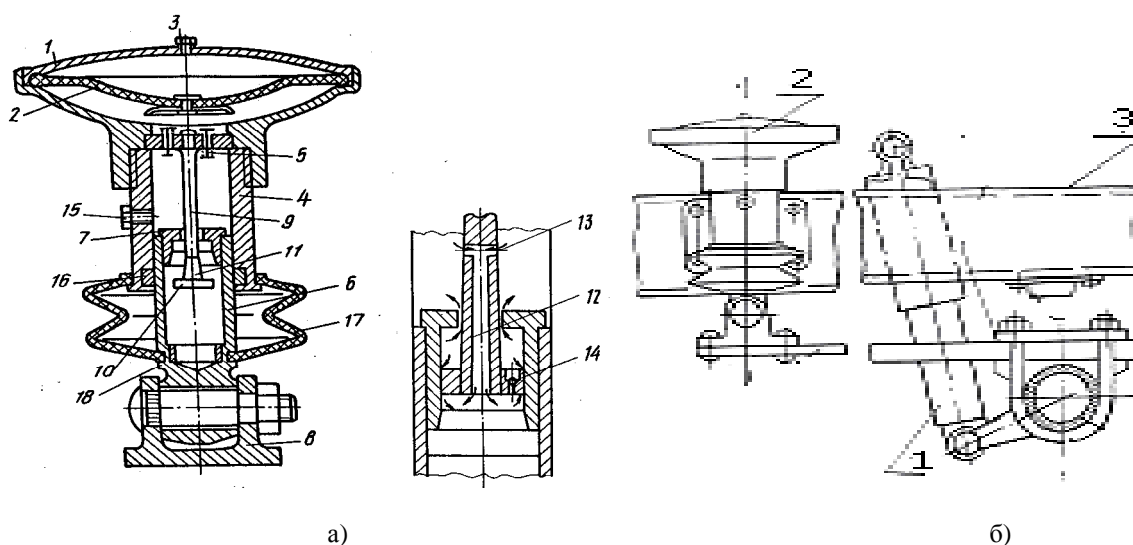


Рис. 2. Схема гидропневматического упругого элемента подвески (а) и общий вид подвески (б): а) 1 - газовый баллон; 2 - разделительная диафрагма; 3 - газовый клапан; 4 - цилиндр; 5 - подпружиненный клапан; 6 - пружинный шток; 7 - гильза; 8 - шарнир; 9 - стержень; 10 - цилиндрическая головка; 11 - хвостовик; 12 - осевой канал; 13 - радиальный канал; 14 - обратный клапан; 15 - гидроштуцер; 16 - сегментные магниты; 17 - чехол; 18 - постоянный магнит; б) 1 – амортизатор; 2 - гидропневматический упругий элемент; 3 - рама

Таким образом, достижение этих условий возможно при разработке новой конструкции подвески, обеспечивающей плавность хода транспортного средства за счет последовательно-параллельного соединения упругих элементов и демпфирующих устройств, включающих гидропневматический элемент с пневматическим баллоном. Как следует из характеристики приведенной жесткости, показывающей зависимость нагрузки от прогиба, величина статического прогиба при частичной нагрузке предлагаемой конструкции подвески будет больше величины статического прогиба при этой же нагрузке для листовой рессоры. Величина статического прогиба при полной нагрузке будет больше величины статического прогиба для листовой рессоры при этих же условиях, так как жесткость гидропневматического элемента конструктивно может быть выбрана в несколько раз меньше жесткости листовой рессоры. Используемые в конструкции гидропневматический элемент с магнитным уплотнением ферромагнитной жидкости и подшипники качения в подвижном конце рессоры, резко снижают величину вредного трения в подвеске.

Список литературы

1. Дьяков И. Ф., Денисов А. В. Прикладное оптимальное проектирование в автомобилестроении. Ульяновск: УлГТУ, 2005. 278 с.
2. Проектирование полноприводных колесных машин / под ред. А. А. Полунгяна. М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2008. Т. 3. 428 с.
3. Фурунжиев Р. И., Останин А. Н. Управление колебаниями многоопорных машин. М.: Машиностроение, 1984. 208 с.

УДК 669.28

Иван Федорович Дьяков

Ульяновский государственный технический университет

РАСЧЕТЫ НА ПРОЧНОСТЬ ДЕТАЛЕЙ МАШИН ПРИ ЦИКЛИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ[©]

Проблема повышения прочности металлов и сплавов, работающих в условиях циклического нагружения поверхности изделия, представляет особый интерес. Понятие прочности в данных условиях приобретает совершенно новое значение. Принимаемые обычно в качестве критерия условные механические характери-

стики - предел прочности, упругости и текучести при пульсирующем гидравлическом нагружении не позволяют оценить относительную прочность, долговечность и надежность работы деталей.

Сложное воздействие на поверхность металлического изделия наблюдается при циклическом нагружении. Очевидно, что конструктивная прочность данного материала будет определяться не условными механическими характеристиками металлического изделия в целом, а прочностью отдельных микрообъемов - структурой и свойствами зерна и его границ. Сложность изучения поведения отдельных зерен заключается в том, что подобные формы можно рассматривать только как составную часть поликристаллического образования, а не как отдельный монокристалл. В данных условиях локальное воздействие на отдельное зерно вызывает реакцию в соседних, окружающих его кристаллах. В свою очередь, окружающие зерна воздействуют на деформированные, препятствуя распространению деформации и последующей передаче нагружения как на поверхности, так и вглубь изделия.

Способ обработки металлов поверхностным пластическим деформированием может быть использован в машиностроении и металлургии при изготовлении различных изделий, в том числе режущего инструмента, рабочих элементов деталей штампов и форм литья под давлением [1, с. 27].

Распространение деформации в поликристаллическом металле может иметь «эстафетный» характер, т.е. последовательное продвижение волны от очага - «эпицентра» деформации к соседним участкам. Условия распространения волны приводят к тому, что по мере вовлечения в деформацию меняются удельный вес участия в данном процессе тела зерна и его границ. В результате протекают либо сдвиговые процессы в зерне, либо перемещение границы. Поэтому здесь уместно проводить проверку на прочность детали с учетом обобщенных сил, смещений и рассеивания энергии, с помощью которых можно определить величину деформации по амплитудно-фазо-частотным характеристикам, а по ним напряжения и давать оценку прочности материала [2, с. 178]. Полученные напряжения сравниваются с допускаемыми для данного материала, и принимается соответствующее решение.

Уравнение динамики потока твердых частиц при циклическом нагружении детали, составляющие линейную вязкоупругую систему, в операторной форме можно записать следующим образом

$$D + R \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + T \frac{\partial u}{\partial t} - f = 0;$$

$$CD^*u + C_1 D^* \frac{\partial u}{\partial t} = \quad , \quad (1)$$

где D и D^* - матрицы дифференциальных операторов; f - вектор обобщенных сил или тензор напряжений; R - матрица инерционных характеристик или удельная масса; u - вектор обобщенных смещений; T - матрица внешнего рассеяния энергии; f - вектор-функции внешних нагрузок; C и C_1 - соответствующие матрицы или тензоры упругих постоянных и коэффициентов трения между частицами изделия.

Граничные условия примем в виде

$$n = f_s \text{ на } S_1; n_u u = u_s \text{ на } S_2, \quad (2)$$

где n и n_u - соответствующие операторы статической и геометрической совместимости на поверхности тела; f_s - нагрузки на участке поверхности S_1 детали в зоне циклического нагружения; u_s - граничные перемещения в зоне S_2 .

Запишем условия совместимости на границах конечных элементов

$$n_{+} + n_{-} = 0 \text{ на } S'_1; n_u u_{+} = n_u u_{-} \text{ на } S_2 \quad (3)$$

Индексы плюс и минус соответствуют разным сторонам границы сопряжения элементов поверхности $S' = S'_1 \cup S'_2$.

Начальные условия примем в виде

$$t = 0: u = a_0, \partial u / \partial t = a_1, \quad (4)$$

где a_0, a_1 - соответственно поля начальных перемещений и начальных скоростей.

Операторы D и D^* сопряженные в смысле Лагранжа, т.е.

$$\int_v (D)^T u dV = \int_v {}^T D^* u dV - \int_s {}^T u_s dS, \quad (5)$$

где ${}^T u_s = n$; $u_s = n_u u$; V - объем конечного элемента.

В общем случае граница элемента $S = S_1 \cup S_2 \cup S'_1 \cup S'_2$.

Операторы уравнения (1), граничные условия (2) и условия совместимости (3) справедливы для пластин и оболочек, поэтому обсуждаемые здесь методы универсальны для всех прикладных задач линейной вязкоупругости (изделия в зоне жидкости).

Преобразуем по Лапласу уравнение (1), граничные условия (2) и условия совместимости (3), получим

$$D + R(p^2 - pa_0 - a_1) + T(pu - a_0) - f = 0; \quad (6)$$

$$(C + C_1 p) D^* u - C_1 D^* a_0 = \quad ; n = f_s \text{ на } S_1; n_u u = u_s \text{ на } S_2; \quad (7)$$

$$n_{+} + n_{-} = n' \text{ на } S'_1; n_{u_+} u_+ = n_{u_-} u_- = n_u u' = 0 \text{ на } S'_2, \tag{8}$$

$$\text{где } u = u(p), u(p) = \int_0^\infty u(t) e^{-pt} dt; \quad (p) = \int_0^\infty (t) e^{-pt} dt.$$

Для задачи вязкоупругости уравнения (6), граничные условия (7) и условия совместности (8), обобщенных перемещений и обобщенных сил, преобразованных по Лапласу, эквивалентны условию стационарности следующего функционала

$$e(p) = \frac{1}{2} \int_V [D + p^2 Ru + pTu - 2(f + pRa_0 + Ra_1 + Ta_0)]^T u dv + \frac{1}{2} \int_V \tau \times \\ \times (D^* u - C^{*-1} - 2C^{*-1} C_1 D^* a_0) dV + \frac{1}{2} \int_{S_1} (n - 2f_s)^T n_u u dS_1 - \frac{1}{2} \int_{S_2} (n')^T \times \\ \times (n_u u - 2u_s) dS_2 + \frac{1}{2} \int_{S_1'} (n')^T n_u u dS_1' - \frac{1}{2} \int_{S_2'} (n')^T n_u u' dS_2', \tag{9}$$

где $C^* = C + C_1 p$, V – объем элементов, на которые разбито тело.

Здесь символ суммирования по элементам опущен.

Рассмотрим одно поле перемещений. Следуя вариационному методу, будем искать решение в форме

$$u = \sum_j u_j; \quad = \sum_j C^* D^* u_j + C_1 D^* a_0 \tag{10}$$

Вариации u и будут иметь вид

$$\Delta u = \sum_j \Delta_j u_j, \quad \Delta = \sum_j \Delta_j C^* D^* u_j, \quad \Delta(p) = \int_0^\infty \Delta(t) e^{-pt} dt, \tag{11}$$

где u_j – соответствующие координатные функции, удовлетворяющие условиям совместности на границе элемента, вариация u понимается в указанном выше смысле.

Варьируя функционал (9), выполнив второе уравнение (7), т.е. закон вязкоупругости, и, удовлетворяя условиям совместности деформаций на границе между элементами, принимая во внимание соотношения (5), (10) и (11), получим

$$\int_V \left\{ (C^* D^* u - C_1 D^* a_0)^T + [p^2 Ru + pTu - (f + pRa_0 + Ta_0)]^T \right\} u_j dV - \int_{S_1} f_s^T n_u u_j dS_1 = 0, \quad j = 1, \dots, l \tag{12}$$

где l – число степеней свободы конечного элемента.

Уравнение (11) – обобщенная форма уравнений метода конечных элементов, основанного на узловых перемещениях. Число таких уравнений равно числу узловых перемещений, или иными словами, числу степеней свободы N дискретной модели.

Из уравнения (12) получаем соответствующие выражения для элементов матриц жесткостей, рассеяния энергии, масс и нагрузочных членов

$$C_{ij} = \int_V (C D^* u_i)^T D^* u_j dV; \quad C_{1ij} = \int_V (C_1 D^* u_i)^T D^* u_j dV; \quad T_{ij} = \int_V (T u_i)^T u_j dV; \\ R_{ij} = \int_V (R u_i)^T u_j dV; \\ f_j = \int_V (f + pRa_0 + Ra_1 + Ta_0)^T u_j dV + \int_V (C D^* a_0)^T D^* u_j dV + \int_{S_1} f_s^T u_j dS_1 = f_j(p) + f_{1j} + f_{2j} p, \tag{13}$$

где C – матрица упругих постоянных

$$C = \begin{Bmatrix} B_1 & 0 \\ 0 & B_2 \end{Bmatrix}, \quad B_k = \begin{Bmatrix} b_k & b_k & 0 \\ b_k & b_k & 0 \\ 0 & 0 & b_k \frac{1-\nu}{2} \end{Bmatrix}, \quad k = 1, 2$$

где $b_1 = \frac{Eh}{1-\nu^2}$, $b_2 = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$; b_1 – жесткость при растяжении; b_2 – цилиндрическая жесткость при из-

гибе; E – модуль упругости; ν – коэффициент Пуассона; h – толщина крыльчатки (пластины).

В условиях вращения детали при циклическом нагружении вид операторов D и D^* следует из уравнений, приведенных в теории статики тонкостенных оболочек. Они обладают свойствами, включающими все виды деформации в общем виде

$$\int_V [(Dx)^T y - x^T D^* y] d\sum = - \left\{ \int_0^2 \left[T_1 u + M_{1,1} + \left(S + \frac{2H}{r_2} \right) + \frac{1}{\partial S} \left(\frac{\partial v M_1}{\partial S} - M_2 \cos \Theta + 2 \frac{\partial H}{\partial} \right) w \right] \Big|_{a_0}^{a_k} \cdot d - \int_{a_0}^{a_1} \left(S u + \frac{2Hu}{r_1} + \frac{T_2 u}{2} + \frac{M_2 \sin \Theta}{2} - 2H \frac{r_1 \cos \Theta}{2} w \right) \Big|_0^2 dA \right\} =$$

$$= - \int_0^2 \left[T_1 u + \left(S + \frac{2H}{r_2} \right) + \left(N_1 + \frac{\partial H}{\partial} \right) w - M_{1,1} \right] \Big|_{a_n}^{a_1} d = - \int_{\Gamma} x_r^T y_r d\Gamma_1, \quad (14)$$

где $x_r^T = \left(T_1, S + \frac{2H}{r_2}, N_1 + \frac{\partial H}{\partial}, -M_{1,1} \right)$; $y_r^T = (u, v, w, \dots)$; \sum – поверхность изделия;

$x^T = (T_1, T_2, S, M_1, M_2, H)$ – вектор усилий; T_1, M_1 и T_2, M_2 – меридиональные и окружные растягивающие усилия и изгибающие моменты; $S = S_{12} - H_{21} / r_2 = S_{21} - H_{12} / r_1$; $H = (H_{12} + H_{21}) / 2$; $S_{12}, S_{21}, H_{12}, H_{21}$ – касательные усилия и крутящие моменты; N_1 – поперечная сила, отнесенная к единице длины параллели; $y^T = (u, v, w)$ – вектор перемещений, u – перемещение по касательной к меридиану, v – перемещение по касательной к параллели, w – нормальное перемещение; x_r^T, y_r^T – соответственно векторы обобщенных сил и перемещений на краях элемента; r_1 – радиус кривизны параллели; a_n, a_k – соответственно начальное и конечное значение меридиональной дуговой координаты выделенного элемента с поверхностью \sum ; A – дуговая меридиональная координата.

При вычислении интеграла (13) учтена периодичность по углу Θ . Уравнение (1) можно дополнить соответствующими граничными условиями, которые следуют из свойств операторов, $x_r^T|_{\Gamma_1} = f_r$, $y_r^T|_{\Gamma_2} = u_r$, где Γ_1 – часть контура, где заданы усилия; Γ_2 – часть контура, где заданы перемещения.

Деление граничного контура на Γ_1, Γ_2 считается условным, так как на одном и том же участке крыльчатки могут быть заданы отдельные компоненты вектора обобщенных сил и дополнительные компоненты вектора перемещений.

Для пластинчатого диска, например, когда лопасти турбины жестко закреплены, вогнуты и имеют $r_1 = \infty$, при осесимметричной нагрузке величина, связанная с перемещением v , не рассматривается, а оператор D^* и матрица C преобразуются к виду

$$D^* = \begin{pmatrix} d/dA & 0 \\ -\cos \Theta & -\sin \Theta \\ 0 & -d^2/dA^2 \\ 0 & -\cos d\Theta/dA \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} b_1 & b_1 & 0 & 0 \\ b_1 & b_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_2 & b_2 \\ 0 & 0 & b_2 & b_2 \end{pmatrix} \quad (15)$$

Зададимся полем перемещений в виде

$$u = u_1 + u_2 A, \quad w = u_3 + u_4 A + u_5 A^2 + u_6 A^3,$$

где u_1, \dots, u_6 – неизвестные коэффициенты.

Такое представление может быть оправдано тем, что уравнение изгиба слабо связано с уравнением растяжения.

Найдем функции формы. Они определяются согласно соотношению, используемых в методах конечных элементов

$$\begin{pmatrix} u \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_1 & 0 & 0 & U_4 & 0 & 0 \\ 0 & U_2 & U_3 & 0 & U_5 & U_6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_i w_i \\ u_j w_j \end{pmatrix}^T, \quad (16)$$

где $U_1 \dots U_6$ – функции формы; u_i, w_i, u_j, w_j – перемещения и углы поворота краевых сечений.

Введем переменную $A/L = \bar{A}$, где L – длина конечного элемента по образующей. Тогда можем представить

$$U_1 = 1 - \bar{A}, U_2 = 1 - 3\bar{A}^2 + 2\bar{A}^3, U_3 = L(\bar{A} - 2\bar{A}^2 + \bar{A}^3), U_4 = \bar{A} U_5 = 3\bar{A} - 2\bar{A}^3$$

$$U_6 = L(-\bar{A}^2 + \bar{A}^3) \quad (17)$$

При переходе от местной системы координатных осей $(\bar{r}_1, \bar{r}_2, \bar{n})$ к единой системе (X, Y, Z) выразим вектор Y через матрицу функций формы U и узловые перемещения.

$$y^T = (u_i, w_i, /dA, u_j, w_j, dw_j/dA), \quad i, j = 1 \dots 6$$

Учитывая, что V соответствует \sum , и $d\sum = 2vLd\bar{A}$, получим для матрицы жесткостей и масс выражения

$$\bar{C} = 2 L \Lambda^T \left\{ \int_0^1 (D^*U)^T CD^*UvdA_1 \right\} \Lambda, \quad \bar{R} = 2 L \Lambda^T \left\{ \int_0^1 (RU)^T UvdA_1 \right\} \Lambda,$$

или

$$\bar{C} = \Lambda^T C_0 \Lambda, \quad \bar{R} = \Lambda^T R_0 \Lambda, \quad \Lambda = \begin{Bmatrix} M & 0 \\ 0 & M \end{Bmatrix}, \quad M = \begin{Bmatrix} \sin \Theta & -\cos \Theta & 0 \\ \cos \Theta & -\sin \Theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix}$$

Для формирования системы уравнений представим матрицу жесткости C_0 и матрицу масс R_0 , приходящиеся на единицу площади срединной поверхности изделия, разбитого на блоки в виде

$$C_0 = \begin{Bmatrix} A_{ij} & B_{ij} \\ B_{ij} & A_{ij} \end{Bmatrix}, \quad R_0 = \begin{Bmatrix} m_{ij}^A & m_{ij}^B \\ m_{ij}^B & m_{ij}^A \end{Bmatrix},$$

а вектор нагрузки $f^T = (f_{ij}, f_{ji})$. Тогда получим следующее рекуррентное соотношение

$$(B_{g-1g} - {}^2m_{g-1g}^B)Y_{g-1} + [A_{g+1g} + A_{g+1g} - {}^2(m_{g-1g}^A + m_{gg}^A)]Y_g + (B_{gg+1} - {}^2m_{gg+1}^B)Y_{g+1} = f_{g-1} + f_{gg+1} + f_k, \quad (18)$$

где g – номер характерного сечения; f_k – вектор нагрузки в сечении g ; $Y_g, Y_{g\pm 1}$ – векторы узловых перемещений.

Согласно уравнению (12) для того чтобы учесть рассеяние энергии, подставим вместо E величину $E(1+i)$, где i – мнимое число; $-$ коэффициент внутреннего рассеяния энергии, и, решая систему уравнений (12), строим амплитудно-фазо-частотную характеристику (АФЧХ) системы «среда-поверхность-деталь». Математическая модель системы формируется по характерным точкам АФЧХ в виде передаточной функции

$$W(\omega) = \sum_j \frac{k_j}{-T_{2j}^2 \omega^2 + T_{1j} \omega + 1}, \quad (19)$$

где $k_j = A_j \frac{T_{1j}}{T_{2j}}$, $T_{2j} = \frac{1}{1j}$, $T_{1j} = T_{2j} \left[1 - \left(\frac{2j}{1j} \right)^2 \right]$; A_j – вертикальный размер витка АФЧХ.

Решая уравнения (18), строим АФЧХ системы, затем по формуле (19) строим передаточные функции для выбранной частоты нагружения деталей. В качестве возмущающего вектора в данных условиях будет величина $q = V_0 M$, где M – масса, приходящаяся на единицу площади срединной поверхности. По АФЧХ формируется математическая модель системы. С помощью полученных уравнений можно получить более точные расчеты деталей машин на прочность при различных циклических нагрузках.

Список литературы

1. Приходько В. М., Чудина О. В. Применение принципов структурной теории прочности при разработке технологий поверхностного упрочнения, сочетающих закалку ТВЧ и ультразвуковое поле // Упрочняющие технологии и покрытия. 2005. № 5. С. 27-32.
2. Санкин Ю. Н. Динамические характеристики вязкоупругих систем с распределенными параметрами. Саратов: СГУ, 1977. 322 с.

УДК 004.942+004.896

Пётр Алексеевич Колос, Надежда Сергеевна Волкова
Черкасский национальный университет им. Б. Хмельницкого, Украина

БИОМОРФНАЯ РЕФЛЕКТОРНАЯ КИБЕРНЕТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА[©]

Одним из направлений современной кибернетики является бионика [1], которая заимствует у природы ценные идеи и реализует их в виде конструкторских и дизайнерских решений, а также новых информационных технологий. Основой бионического подхода в кибернетике является моделирование особенностей поведения живых организмов. Лучше всего такой подход показывает себя при решении задач управления в условиях неопределенности, и в условиях, которые постоянно меняются. В таком случае необходимо постоянно адаптироваться к изменениям внешних условий, поэтому управление технической системой в таких