Холявина Софья Васильевна
ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ИНВЕРСИИ В ГЕОМЕТРИИ ЦИРКУЛЯ
Адрес статьи: www.gramota.net/materials/1/2011/3/27.html
Статья опубликована в авторской редакции и отражает точку зрения автора(ов) по рассматриваемому вопросу.

Источник
Альманах современной науки и образования
Тамбов: Грамота, 2011. № 3 (46). C. 92-95. ISSN 1993-5552.
Адрес журнала: www.gramota.net/editions/1.html
Содержание данного номера журнала: www.gramota.net/materials/1/2011/3/

© Издательство "Грамота"
Информация о возможности публикации статей в журнале размещена на Интернет сайте издательства: www.gramota.net
Вопросы, связанные с публикациями научных материалов, редакция просит направлять на адрес: almanac@gramota.net

мерный массив строковых величин. Блок 6 исключает рассмотрение атрибута в паре с самим собой. Блоки 9, 10, 11 исключают из списка пары атрибутов с обратными зависимостями.

Затем начинается участок алгоритма с тремя циклами, вложенными друг в друга (Блоки 12-17). Первый, с параметром i (номер отношения), обеспечивает перебор отношений, второй, с параметром j (номер пары ФЗ атрибутов в списке), осуществляет перебор пар атрибутов данного отношения, имеющих ключ в левой части. Третий цикл, с параметром z (номер пары ФЗ атрибутов в списке), сопоставляет пару, выбранную вторым циклом с остальными парами в списке (Блок 16) и добавляет пары пар ФЗ, удовлетворяющие условиям, в отдельный массив транзитивных зависимостей (Блок 17). Последний цикл (Блоки 18, 19) отделяет второй и третий элемент тройки из исходного отношения в отдельное отношение, удаляя третий элемент из исходного отношения. В Блоке 18 буквой d обозначено количество транзитивных зависимостей i- го отношения.

Существующие системы управления базами данных не располагают средствами нормализации, следовательно, проводимые в данной работе исследования являются актуальными. Следующий этап этой работы - реализация разработанного алгоритма на языке высокого уровня с учётом выбора лучшей логической структуры из числа альтернативно возможных. Выбор может быть осуществлён по таким критериям, как требуемый объём памяти и скорость выполнения транзакций.

Список литературы

1. **Диго С. М.** Базы данных: проектирование и использование. М.: Финансы и статистика, 2005. 592 с.
2. **Карпова Т. С.** Базы данных: модели, разработка, реализация. СПб.: Питер, 2001. 304 с.
3. **Краморенко Н. В.** Базы данных. Владивосток: Издательство Дальневосточного университета, 2004. 86 с.
4. **http://ru.wikipedia.org**

УДК 51

Софья Васильевна Холявина
Лесосибирский педагогический институт (филиал) Сибирского федерального университета

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ИНВЕРСИИ В ГЕОМЕТРИИ ЦИРКУЛЯ©

Геометрией циркуля называется раздел геометрии, изучающий геометрические построения одним циркулем. Основной ее теоремой является теорема Мора-Маскерони: «*Все задачи на построение, разрешимые циркулем и линейкой, могут быть точно решены и одним лишь циркулем*». Ее оригинально доказал А. Адлер в 1890 году, применив метод инверсии.

Инверсией J относительно окружности ω называется отображение плоскости, переводящее произвольную точку M, отличную от O, в точку M', удовлетворяющую условиям:

1. точка M' принадлежит лучу OM;
2. $OM \cdot OM' = R^2$.

Точка O называется центром инверсии, R - радиусом инверсии, точка M' инверсной (обратной) точке M относительно точки O при радиусе R, а окружность ω - базисной окружностью инверсии. Фигура, образованная всеми точками, инверсными точкам данной фигуры, называется фигурой, инверсной данной фигуре.

Отметим простейшие свойства инверсии, вытекающие из определения.

1. Если точка M инверсна точке M', то и обратно, точка M' инверсна точке M.
2. Центр инверсии не имеет образа.
3. Для всех точек плоскости, отличных от центра инверсии, инверсия является взаимно-однозначным соответствием.
4. Каждая точка базисной окружности инверсна самой себе.
5. Если данная точка лежит вне базисной окружности, то инверсная ей точка лежит внутри этой окружности, и наоборот.
6. Если одна из двух взаимно инверсных точек удаляется от центра инверсии, то другая приближается к нему, и наоборот.
7. При инверсии луч, исходящий из центра инверсии, преобразуется в себя.
8. При инверсии прямая, проходящая через центр инверсии, преобразуется в себя, а прямая, не проходящая через центр инверсии - в окружность, проходящую через него.
9. При инверсии окружность, проходящая через центр инверсии, преобразуется в прямую (причем эта прямая перпендикулярна к линии центров данной окружности и базисной окружности), а окружность, не проходящая через центр инверсии - в окружность, также не проходящую через него.

© Холявина С. В., 2011

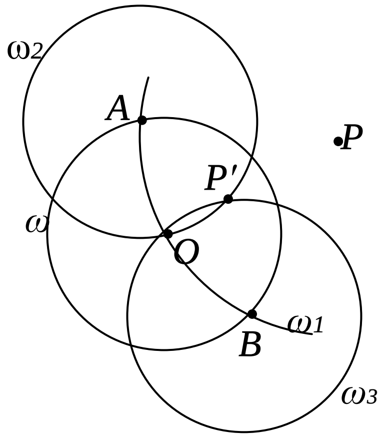
10. При инверсии плоскость, проходящая через центр инверсии (без центра инверсии), преобразуется в себя.

На основании этих свойств получаются способы построения взаимных в инверсии точек, которое может быть выполнено при помощи одного только циркуля.

I случай. Точка **P** *- вне окружности.*

Дано:
$\omega(O, r)$,
$P \neq O$

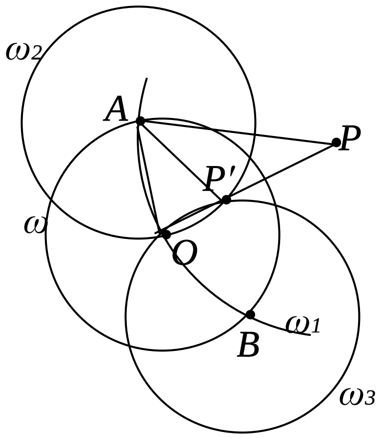
Построить:
$P' = J_\omega(P)$



Построение:

1. $\omega 1(P, OP)$
2. $\omega 1 \cap \omega = A, B$
3. $\omega 2(A, r)$
4. $\omega 3(B, r)$
5. $\omega 2 \cap \omega 3 = P'$
6. P' - искомая

Доказательство:

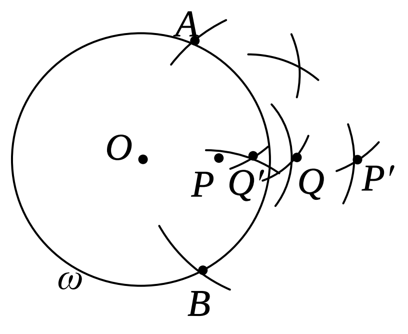


1. Рассмотрим ΔAOP и $\Delta AOP'$: $AP=PO$, $AO=AP'$ => ΔAOP и $\Delta AOP'$ равнобедренные, ΔAOP ⊔ $\Delta AOP'$ по двум сторонам и углу между ними;
2. $\dfrac{OP}{OA} = \dfrac{OA}{OP'}$, $OP*OP'=r^2$.

II случай. Точка **P** *- внутри окружности.*

Дано:
$\omega(O, r)$, $P \neq O$

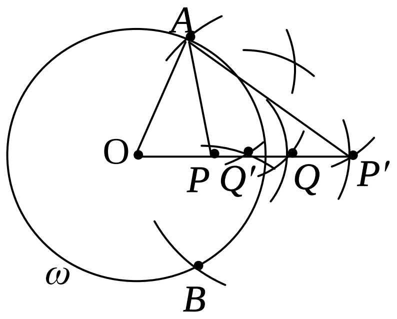
Построить:
$P' = J_\omega(P)$



Построение:

1. Q/ $Q=2OP$
2. $Q' = J_\omega(Q)$
3. $OP'=2OQ'$
4. P' - искомая

Доказательство:



1. $OQ*OQ'=r^2$;
2. $OQ=2OP$, $OQ'=\dfrac{OP'}{2}$, тогда $OQ*OQ'=2OP*\dfrac{OP'}{2}=OP*OP'=r^2$.

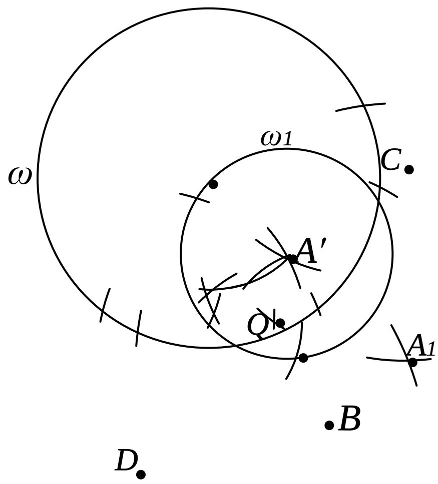
III случай. Точка P принадлежит окружности.

В этом случае точка P сама себе инверсна.

Для того, чтоб доказать основную теорему геометрии циркуля, необходимо показать разрешимость аксиом циркуля и линейки одним циркулем. Применение метода инверсии позволяет это сделать, рассмотрев решение 6 задач, что упрощает доказательство основной теоремы по сравнению с первым методом, который требует решения 9 задач. Для наглядности приведем пример решения одной из задач двумя методами.

Задача. Построение точки пересечения двух прямых, каждая из которых заданна двумя точкам (метод инверсии).

Дано: A, B, C, D - точки	Построение:
Построить: $Q=AB \cap CD$	1. ω (A, r) 2. $A'/\ \omega 1$ $(A', AA')= J\ \omega$ (CD) 3. $P=AB \cap \omega 1$ 4. $Q= J\ \omega$ (P) 5. Q - искомая

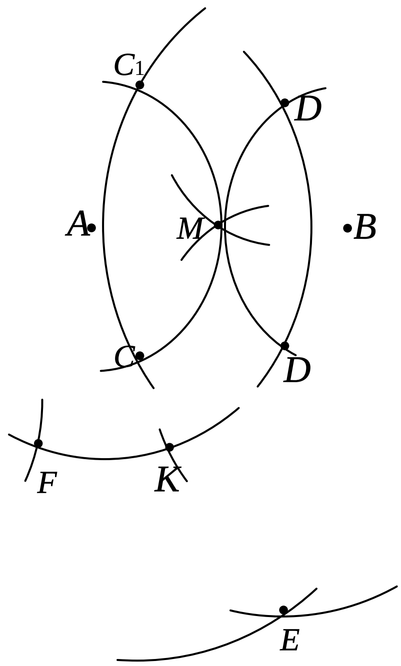


Доказательство: так как точка A - центр базисной окружности, прямая AB перейдет в себя при инверсии относительно этой окружности, а прямая CD - в окружность $\omega 1$, проходящую через точку A. Точка P - точка пересечения образов прямых AB и CD при инверсии относительно базисной окружности. Тогда точка Q, прообраз точки P относительно этой окружности, есть точка пересечения прообразов прямых AB и CD, то есть самих этих прямых.

II метод

Дано:
AB, CD-прямые

Построить:
$M=AB\bigcap CD$



Построение:
1. *C1=SAB*(*C*), *D1=SAB*(*D*)
2. $\omega(D1,CC1)$
3. $\omega1(C,CD)$
4. $\omega(D1,CC1)\bigcap\omega1(C,CD)=E$
5. *FK* - отрезок / $\frac{DE}{CD}=\frac{DD_1}{FK}$
6. $\omega2(D,FK)$
7. $\omega3(D1,FK)$
8. $\omega2(D,FK)\bigcap\omega3(D1,FK)=M$
9. *M* - искомая

Доказательство:

1. т.к *C1=SAB*(*C*), *D1=SAB*(*D*), то для нахождения т. *M* нужно найти точку пересечения прямых *CD* и *C1D1*,т.е. *DM=MD*1*=FK*;

2. *CC1D1E* - параллелограмм, => $D, D1, E\notin DE$;

3. $\Delta CDE \sqcup \Delta MDD1$ (по двум углам), поэтому $\frac{DE}{DD_1}=\frac{CE}{D_1M}$, но *CE=CD=C1D1*, отрезок

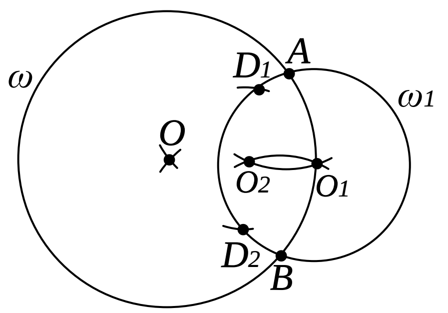
$FK=\frac{DD_1\cdot CD}{DE}=D1M$ является четвертым пропорциональным к отрезкам *DE*, *DD*1и *CD*.

Использование метода инверсии позволяет установить общий способ решения задач на построение в геометрии циркуля. Каждое построение, выполняемое циркулем и линейкой, дает в плоскости чертежа фигуру *Ф*, состоящую из окружностей, прямых и отдельных точек. Фигура *Ф'* инверсная фигуре *Ф* относительно окружности $\omega(O, r)$, принятой за окружность инверсии, с центром *O*, не лежащим ни на одной из прямых и окружностей фигуры *Ф*, будет состоять только из точек и окружностей, которые могут быть построены одним лишь циркулем. К тому же некоторые конструктивные задачи, традиционно решаемые с помощью циркуля и линейки рациональней решаются с помощью метода инверсии. Примером такой задачи является задача на нахождение центра окружности.

Задача. Дана окружность, центр которой неизвестен. Построить ее центр.

Дано:
ω - окружность

Построить:
O - центр окружности ω



Построение:

1. $O1\in\omega$
2. $\omega1(O1, r)$
3. $\omega1\bigcap\omega=A, B$
4. $\omega2\ (O2, O1O2)=J\ \omega\ (AB)$
5. $\omega2\bigcap\omega1=D1, D2$
6. $\omega3\ (D1, r)$
7. $\omega4\ (D2, r)$
8. $\omega3\bigcap\omega4=O$
9. *O* - искомая

Доказательство: точки *A* и *B* сами себе инверсны, так как лежат на окружности инверсии. Таким образом, данная начерченная фигура и прямая *AB* являются взаимно инверсными фигурами.

Список литературы

1. **Адлер А.** Теория геометрических построений. М.: Учпедгиз, 1957. 230 с.
2. **Болтянский В. Г., Бескин Н. М. и др.** Общий принцип геометрических построений // ЭЭМ. М., 1963. Т. 4. Геометрия. 567 с.
3. **Костовский А. Н.** Геометрические построения одним циркулем. М.: Физматгиз, 1959. 109 с.