Костюкова Нина Ивановна
ОБОСНОВАНИЕ РЕШЕНИЙ МЕТОДАМИ ТЕОРИИ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ
Адрес статьи: www.gramota.net/materials/1/2011/4/12.html
Статья опубликована в авторской редакции и отражает точку зрения автора(ов) по рассматриваемому вопросу.

Источник
Альманах современной науки и образования
Тамбов: Грамота, 2011. № 4 (47). C. 68-73. ISSN 1993-5552.
Адрес журнала: www.gramota.net/editions/1.html
Содержание данного номера журнала: www.gramota.net/materials/1/2011/4/

© Издательство "Грамота"
Информация о возможности публикации статей в журнале размещена на Интернет сайте издательства: www.gramota.net
Вопросы, связанные с публикациями научных материалов, редакция просит направлять на адрес: almanac@gramota.net

УДК 519.6

Нина Ивановна Костюкова
Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

ОБОСНОВАНИЕ РЕШЕНИЙ МЕТОДАМИ ТЕОРИИ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ©

Предмет теории массового обслуживания. Предметом теории массового обслуживания является количественная оценка процессов, связанных с массовым обслуживанием. Цель теории - разработка математических методов для анализа процессов массового обслуживания и оценки качества функционирования обслуживающей системы.

Все задачи массового обслуживания имеют вполне определенную структуру, которая схематически может быть изображена, как это показано на Рис. 1.

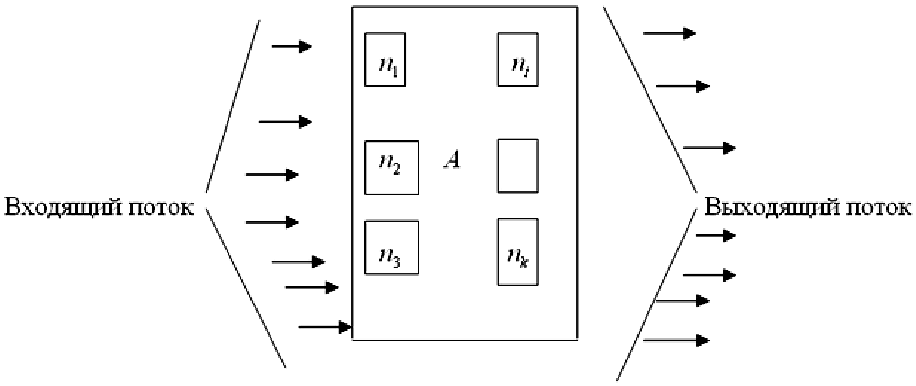

Рис. 1

Элементами такой структуры являются аппараты (мастерские по ремонту, зенитные комплексы, средства разведки и так далее), которые обслуживают поступающие требования (объекты, требующие ремонта, воздушные цели в зоне ПВО, объекты разведки, и так далее); поступающие требования образуют некоторую временную последовательность событий, которая называется ***потоком требований***.

Поток требований, нуждающихся в обслуживании и поступающих в обслуживающую систему, называется ***входящим***. ***Поток*** требований, покидающих обслуживающую систему, называется ***выходящим***. При этом требования, поступающие в обслуживающую систему, могут покидать ее, оставшись необслуженными. Входящий поток, функционирование обслуживающей системы и, как результат обслуживания, выходящий поток подлежат количественному описанию. Функционирование обслуживающей системы в целом определяется, в первую очередь, ее организацией. На практике часто обслуживание одного требования осуществляется последовательно несколькими обслуживающими аппаратами. При этом, как правило, очередной обслуживающий аппарат начинает работу по обслуживанию требования после того, как предыдущий закончил свою работу. Таким образом, процесс обслуживания носит многофазовый характер. Примером двухфазной системы служит процесс поиска и поражения подводных лодок в тех случаях, когда поиск лодок осуществляется одним видом сил, а поражение - другими, действующими по вызову. На практике могут встречаться самые разнообразные виды организации обслуживающих систем, наиболее типичными из которых являются:

- системы, где все обслуживающие аппараты системы одинаковы;
- обслуживающие аппараты, входящие в данную систему, неодинаковы.

В первом случае вновь поступившее требование обслуживается одним из свободных аппаратов, причем предпочтения при этом не отдается ни одному из них. Такая организация ***системы*** обслуживания носит название ***неупорядоченной***. Во втором случае все аппараты, как правило, пронумерованы, и новое требование обслуживается только первым аппаратом, если он свободен. Если же первый аппарат занят обслуживанием ранее поступившего требования, то новое требование поступает во второй аппарат; если занят второй, то в третий и так далее. Таким образом, новое требование обслуживается тем свободным аппаратом, который имеет наименьший номер. Такие ***системы*** называются ***упорядоченными***. Возможны и другие способы организации обслуживающей системы. Так, например, обслуживающие аппараты могут загружаться только в порядке очереди. Освободившийся аппарат становится в очередь и не загружается до тех пор, пока не получат работу все аппараты, освободившиеся раньше его. Естественно, функционирование обслуживающей системы характеризуется не только ее организацией, но и качеством работы каждого обслуживающего аппарата, однако решение вопроса о качестве работы каждого обслуживающего аппарата выходит за рамки теории массового обслуживания. В теории массового обслуживания работа каждого обслуживающего аппарата характеризуется временем, затрачиваемым им на обслуживание одного требования. Выходящий поток характеризуется по-разному в зависимости от организации взаимодействия входящего потока и

© Костюкова Н. И., 2011

обслуживающей системы. Это взаимодействие находится в тесной связи с характером задачи массового обслуживания. Так, нередко создаются такие ситуации, когда поступившее в обслуживающую систему требование, найдя все обслуживающие аппараты занятыми, становится в очередь и ждет, пока один из них не освободится. В таких случаях выходящий поток будет состоять целиком из обслуженных требований. Бывают и такие ситуации, когда требование, поступившее в систему, найдя все обслуживающие аппараты занятыми, покидает ее, не дожидаясь обслуживания; в результате выходящий поток будет состоять как из обслуженных, так и не обслуженных требований. В первом случае возникают такие вопросы, как определение длины очереди, времени ожидания начала обслуживания и так далее. Во втором - такие, как определение числа не обслуженных требований, степени загруженности обслуживающей системы и так далее. Эти два случая не исчерпывают всех возможных способов «поведения» требования, поступившего в систему в момент, когда все обслуживающие аппараты заняты. Возможны такие положения, когда требование может находиться в системе обслуживания не больше определенного времени, после чего покидает систему независимо от того, начато обслуживание или нет. Системы массового обслуживания, а в соответствии с этим и задачи могут различаться в зависимости от порядка принятия требований на обслуживание в том случае, когда образуется очередь.

При этом возможны следующие основные случаи:

- требования поступают на обслуживание в порядке очереди, освободившийся аппарат принимает на обслуживание требование, поступившее ранее других;
- освободившийся аппарат принимает на обслуживание требование, которое в кратчайшее время должно покинуть систему;
- требования поступают на обслуживание в случайном порядке в соответствии с заданными вероятностями.

Как правило, в большинстве задач массового обслуживания входящий поток зависит от целого ряда случайных факторов, и поэтому очень трудно регулировать количество поступающих требований или определить, какое число требований поступит за данный промежуток времени. Поэтому входящий поток обычно описывается с помощью вероятностных характеристик. Организация обслуживающей системы заключается в распределении поступающих требований между обслуживающими аппаратами. От того, насколько успешно будут решены вопросы организации, зависит качество функционирования обслуживающей системы. Здесь под качеством функционирования системы понимается не то, насколько хорошо выполнено обслуживание, а то, насколько полно загружена система обслуживания, не простаивает ли оборудование, не образуется ли очередь. Задачей теории массового обслуживания является отыскание функциональных зависимостей величин, характеризующих качество функционирования обслуживающей системы, от характеристик входящего потока, параметров, задающих возможности одного обслуживающего аппарата, и способов организации всей обслуживающей системы в целом. Качество функционирования системы существенно зависит от того, как организовано управление процессом обслуживания, поэтому задача отыскания количественных характеристик организации управления является очень важной. Эти зависимости могут носить как детерминированный, так и вероятностный характер, но в обоих случаях они позволяют определить, насколько хорошо будет работать обслуживающая система при данных значениях входящих параметров. После выбора количественных характеристик возникает не менее трудная задача по определению такого набора значений параметров, при котором обслуживающая система будет функционировать наилучшим образом. *Входящий поток (поток требований)*. Всякая обслуживающая система функционирует с целью удовлетворения заявок (требований) на обслуживание. Поэтому поток требований является одним из основных и наиболее важных понятий теории массового обслуживания. Изучение потока требований - первая задача, возникающая как при теоретической разработке проблем массового обслуживания, так и при практическом применении ее методов к решению конкретных задач. Это нетрудно понять, если представить себе мысленно любую задачу типа массового обслуживания. Какая бы цель перед нами ни стояла, чтобы предпринять какие-то конкретные шаги по реорганизации обслуживающей системы для улучшения качества ее функционирования, мы всегда должны сначала самым тщательным образом изучить поток требований, поступающих в эту систему. Тем более важно уметь описывать поток требований количественно. Ниже приводятся математические методы, которые позволяют это делать. Если выбрать некоторый момент времени $t_0 = 0$ за начальный, то в ряде процессов нельзя или, по крайней мере, довольно трудно точно предсказать момент поступления следующего требования, а также моменты поступления всех следующих за ним требований. Процесс поступления заявок на обслуживание есть случайный процесс. Поток требований может быть описан некоторой функцией $X(t)$, определяющей число требований, которые нуждаются в обслуживании (за промежуток времени $(0,t)$). Функция $X(t)$ - это случайная величина для каждого значения t. Действительно, если мы выберем промежутки времени тоже одинаковой продолжительности, то и в этом случае не можем быть уверены, что в каждой из этих промежутков поступит одинаковое число требований. Ведь за данный промежуток времени $(0,t)$ может не поступить ни одного требования, а может поступить $1,2,...,n$ требований. Но какой бы продолжительности промежутки времени мы ни выбирали, не может быть такого положения, что в течение этого промежутка поступит 1,5 требования, 2,3 требования и так далее. Таким образом, особенностью случайной величины. Описываемой функции $X(t)$, для всякого значения t является то, что она может принимать только значения целых чисел $-0,1,2,...,k$ (где k- целое число). Очевидно, что число требований, поступивших за промежуток времени $(0,t)$, зависит от величины этого промежутка, то есть от значения t. Так, весьма вероятно, что, например, за минуту самолет не обнаружит ни одной подводной лодки, находящейся в районе. Вероятность не обнаружения лодки за несколько часов поиска будет гораздо меньше, чем за одну минуту. Поэтому функция $X(t)$, которая определяет число требований, поступающих за время t, зависит от параметра t и, следовательно, является случайной функцией. Эта случайная функция принимает только целые неотрицательные значения при любых значениях t (t не может быть меньше нуля) и с возрастанием t не убывает. Действительно, число требований, нуждающихся в обслуживании и поступающих в некоторую систему, может быть только целым положительным и с течением времени не может убывать. Если проделать несколько опытов и в каждом регистрировать значения $X(t)$, то полученные при этом функции, как правило, не будут совпадать. Пусть $x(t)$ - функция, образованная значением $X(t)$ в данном опыте. Эта функция уже не является случайной. Она называется реализацией случайной функции $X(t)$ в данном опыте.

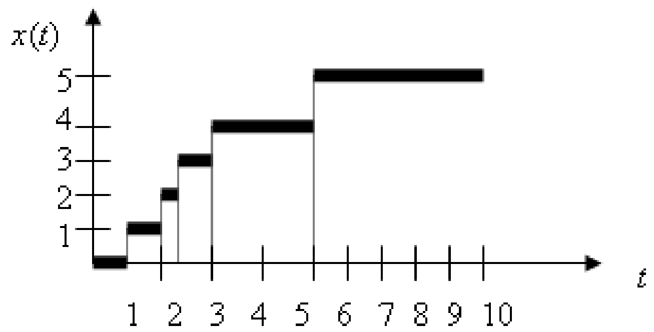

Рис. 2. *Реализация случайной функции* $X(t)$

На рисунке изображена одна из реализаций случайной функции $X(t)$. Если считать, что Рис. 2 изображает график обнаружения подводных лодок (на оси t отложено время в сутках, а на оси $x(t)$ - число обнаружений), то этот график означает следующее. После начала поиска в течение суток не было ни одного обнаружения. За вторые сутки было два обнаружения подводных лодок, одно в начале, а второе через 12 часов. За третьи сутки было одно обнаружение. В начале четвертых суток было еще одно обнаружение. Последнее, пятое, обнаружение было в середине пятых суток. Это, конечно, не означает, что по такому закону обнаружения будут происходить каждый раз. Поэтому функция и называется реализацией случайной функции. Говоря более строго, в данном случае реализацией случайной функции является неслучайная функция одного аргумента времени. Для полного описания случайной функции практически невозможно определить все ее реализации, так как их может быть бесчисленное множество. Поэтому используют другой способ ее задания. Случайная функция $X(t)$ будет полностью определена, если для любых положительных промежутков времени $t_1, t_2, ..., t_n$ мы можем указать число требований, поступивших за каждый из этих промежутков. Но как было сказано выше, число требований, поступивших за любой из этих отрезков времени, есть величина случайная. Следовательно, нужно уметь характеризовать случайные величины. Как известно, полная характеристика случайной величины дается законом распределения. Но нам нужно знать одновременно поведение функции $X(t)$. За промежутки времени продолжительностью $t_1, t_2, ..., t_n$. Поэтому необходимо дать характеристику группы случайных величин $X(t_1), X(t_2), ..., X(t_n)$ Такой характеристикой является n-мерный закон распределения группы случайных величин: $X(t_1), X(t_2), ..., X(t_n)$.Но функция $X(t)$ может принимать только целые положительные значения, поэтому она может быть задана более просто. Для полного определения потока требований достаточно знать, какова будет вероятность того, что за время $(0, t_1)$ поступит k_1 требований, за время $(0, t_2)$ поступит k_2 требований и так далее. Если эта вероятность будет известна для любой группы целых положительных $k_1, k_2, ..., k_n$ и положительных $t_1, t_2, ..., t_n$ то поток требований можно полностью описать. Эту вероятность мы будем обозначать через $p\{X(t_1) = k_1, X(t_2) = k_2, ..., X(t_n) = k_n\}$.Очевидно, что эта вероятность может быть отлична от нуля только в том случае, если при $t_1 \prec t_2 \prec ... \prec t_n$ величины $k_i (i = 1, 2, 3, ..., n)$ удовлетворяют условию $k_1 \le k_2 \le ... \le k_n$.Это утверждение вытекает из того, что функция не убывает с возрастанием t. Знание функции $F(t_1, t_2, ..., t_m; k_1, k_2, ..., k_n) = p\{X(t_1) = k_1, X(t_2) = k_2, ..., X(t_n) = k_n\}$ для любых $t_1, t_2, ..., t_n$ и $k_1, k_2, ..., k_n$ полностью определяет поток требований. Зная эти вероятности, мы всегда сможем ответить на любой вопрос о потоке требований и определить любую его характеристику. В частности, можно определить вероятность того, что за промежуток времени $(0, t)$ поступит $k (k = 0, 1, 2, ..., n)$ требований. Вероятность этого будет равна $F(t, k) = p\{X(t) = k\}$.Так, например, вероятность того, что за время t не поступит ни одного требования, равна $F(t,0) = p\{X(t)=0\}$.Вероятность того, что в течение суток в исследуемую систему обслуживания каждый час будет поступать только одно требование, будет равна $F(1,2,3,...,24:1,2,3,...,24) = p\{X(1)=1; X(2)=2;..., X(24)=24\}$. Напомним, что все это множество определить при условии, что функция $F(t_1,t_2,...,t_n;k_1,k_2,...,k_n)$ известна. Но задача отыскания такой функции в общем случае является весьма трудной. Таким образом, принципиально может быть описан любой поток требований. Но, как мы видели, описание не будет простым и достаточно удобным. Изучение процессов массового обслуживания при таком описании потока требований является весьма трудной задачей. Часто на практике встречаются потоки, которые обладают свойствами, позволяющими найти более простые способы их описания. Так, многие потоки требований обладают свойством стационарности. ***Стационарными*** являются потоки, для которых вероятность поступления определенного количества требований в течение определенного промежутка не зависит от начала времени, а зависит от длины промежутка. Строго говоря, поток называется стационарным, если закон распределения группы случайных величин $X(t_1), X(t_2),..., X(t_n)$ совпадает с законом распределения $X(t_1+a)-X(a), X(t_2+a)-X(a),..., X(t_n+a)-X(a)$,то есть распределение случайных величин зависит от $t_1,t_2,...,t_n$ и не зависит от величин a , где a - любой произвольный отрезок времени. Как частный случай из этих рассуждений получается, что для стационарных потоков $p\{X(t)=k\} = p\{X(t+a)-X(a)=k\}$,где $k=0,1,2,...,n$, то есть вероятность того, что ровно k требований будет получено за промежуток времени $0,t$, равна вероятности получения k требований за промежуток времени $(a,a+1)$ при любом значении a .Таким образом, наличие свойства стационарности значительно облегчает изучение потока требований. Действительно, если известен характер потока требований, поступающих в обслуживающую систему с некоторого начального момента $t_0=0$, то для того, чтобы получить характеристики потока, начиная с момента $t=a$, нет необходимости изучать этот поток заново: можно воспользоваться характеристиками, полученными ранее. Число требований, поступающих в систему обслуживания после момента $t=a$, то есть $X(t+a)-X(a)$, при наличии свойства стационарности будет подчиняться тому же закону, что и $X(t)$.Свойством стационарности обладают многие реальные потоки требований. В некоторых реальных потоках число требований (поступивших в систему после произвольного момента времени t) не зависит от того, какое число требований поступило в систему до момента t . Это свойство независимости называется **отсутствием последствия**, или, точнее, поток требований называется потоком без последствия в тех случаях, когда закон распределения группы $X(t_i+a)-X(a)(i=0,1,2,...,n)$ при $t>0$ и любом $a>0$ не зависит от значения величины $X(t)$ при $t<a$. В частности, условная вероятность поступления k требований за промежуток времени $(a,a+t)$ при предположении, что количество требований, поступивших в систему до a , будет любым, совпадает с безусловной вероятностью этого события.

Свойством отсутствия последствия обладают также многие реальные потоки.

Обозначим $P\{X(t)=k\} = V_k(t)$, где $k=0,1,2,...$ Иными словами, $V_k(t)$ есть вероятность того, что за промежуток времени (o,t) при $t>0$ поступит точно k требований. Стационарный поток без последствия имеет важное свойство: его можно полностью охарактеризовать системой функций $V_k(t)$, где $k=1,2,3,...$ Вероятность $P = P\{X(t_1)=k_1;\ X(t_2)=k_2,..., X(t_n)=k_n\}$ выражается через

$V_k(t)(k=0,1,2,...,n$) следующим образом: $P = \prod_{i=1}^{n} V_{s_i}(t_i - T_{i-1})$, где $s_i = k_i - k_{i-1}$.Поэтому, чтобы описать стационарный поток без последствия, достаточно получить систему функций $V_k(t), k=0,1,2,...n$. $t>0$. Это свойство в значительной степени упрощает изучение таких потоков и облегчает их описание.

В целом ряде случаев, когда мы имеем дело с конкретной системой обслуживания, характер потока требований таков, что в любой момент времени практически может поступить только одно требование. Потоки, обладающие этим свойством, называются ***однородными***. Свойство однородности имеет важное значение. Оно показывает, что в таких потоках невозможно (или почти невозможно) одновременное появление двух или большего числа требований.

Если обозначить через (t) вероятность появления за промежуток времени $(0,t)$ не меньше двух требований, то можно более точно сформулировать свойство однородности: поток требований называется однородным, если $\lim_{t\to 0}\frac{(t)}{t}$ или $(t) = O(t)^*$ при $t \to 0$. Иными словами, вероятность того, что появится больше одного требования за малый промежуток времени t , есть бесконечно малая величина более высокого порядка, чем t . Это и означает, что почти невероятно поступление двух или нескольких требований за малый промежуток времени. В некоторых реальных потоках это свойство является очевидным, а в некоторых интуитивно очевидным или, по крайней мере, справедливым с достаточно хорошим приближением к действительности. Особый интерес представляют так называемые простейшие потоки. ***Простейшими по-***

токами требований называются потоки, одновременно обладающие свойствами стационарности, ординарности и отсутствия последствия. Для этих потоков значительно проще получить аналитические решения задач массового обслуживания, которые лучше изучены. Поскольку простейший поток является стационарным и у него отсутствует последствие, для его полного описания вполне достаточно знать систему функций $V_0(t), V_1(t), V_2(t)$. Рассмотрим предел $\lim_{t\to 0}\frac{W(t)}{t} = \ \succ 0$, где $W(t) = 1 - V_0(t)$.

Величина t называется параметром (интенсивностью) потока. Она может быть неограниченно большой и неограниченно малой, но не может быть отрицательной. Функция $W(t) = 1 - V_0(t)$ является вероятностью того, что за время t в систему поступит по крайней мере одно требование. Действительно, так как

$\sum_{k=0}^{\infty} V_k(t) = 1$, то $1 - V_0(t) = sum^{\infty}{}_{k=1} V_k(t)$. Но $W(t) = 1 - V_0(t)$, то есть $W(t) = \sum_{k=1}^{\infty} V_k(t)$

Следовательно, $W(t)$ есть вероятность того, что за время t в систему поступит по крайней мере одно требование на обслуживание.

Для простейшего потока вероятность поступления равно l требований за время t выражается через параметр потока следующим образом:

$$V_k(t) = \frac{(\ t)^k}{k!} e^{-\ t} (k = 0,1.2,...) \qquad (1)$$

Таким образом, для простейшего потока число требований в промежутке t распределено по закону Пуассона с параметром t, поэтому простейший поток иногда называют стационарным пуассоновским потоком. Простейший поток полностью определяется системой функций (1). Функции $V_k(t)$ зависят только от параметра потока (если не считать t). Напомним, что $V_k(t)$ есть вероятность поступления ровно k требований за время $(0,t)$. Следовательно, чтобы дать полную характеристику простейшего потока, достаточно знать только одну величину - параметр потока.

Рассмотрим физический смысл параметра . Покажем, что для простейшего потока параметр равен математическому ожиданию числа требований, поступивших в систему за единицу времени. Чтобы доказать это, вычислим математическое ожидание числа требований, поступивших за промежуток времени $(0,t)$ по формуле

$$M_t[k] = sum_{k=1}^{\infty} kV_k(t) = sum_{k=1}^{\infty} k\frac{(\ t)^k}{k!} e^{-\ t} = e^{-\ t}\ t sum_{k=1}^{\infty} \frac{(\ t)^{k-1}}{(k-1)!}$$

Но сумма $sum_{k=1}^{\infty} \frac{(\ t)^{k-1}}{(k-1)!}$ является разложением в ряд функции $e^{\ t}$ по степеням t, поэтому $M_t[k] = \ te^{-\ t}e^{\ t} = \ t$. Таким образом, если анализ показывает, что изучаемый поток является простейшим, то для его полного описания достаточно вычислить математическое ожидание числа требований, поступивших за единицу времени. Простейший поток обладает еще одним очень интересным свойством: для него вероятность получения в течение промежутка времени длительности t ровно k требований достигает наибольшего значения для $t = \frac{k}{\ }(k = 0,1,2,...)$. В частности, при $\ = 1$ максимумы будут достигаться в моменты времени, равные $0,1,2,...n$ единиц времени.

Необходимо помнить, что этот показатель обслуживания ничего общего не имеет с оценкой качества обслуживания, а характеризует лишь пропускную способность одного обслуживающего аппарата. При этом предполагается, что если обслуживание требования, поступившего в систему, закончилось, то заявка удовлетворена полностью. В силу самых различных причин время обслуживания может меняться от одного требования к другому. Одной из важных причин является неполная идентичность поступающих требований. Другая, не менее важная причина - это состояние и возможности самих обслуживающих аппаратов. Поэтому в общем случае время обслуживания является случайной величиной и, следовательно, может быть описано законом распределения.

Если обозначить время обслуживания через , то полной его характеристикой будет функция распределения $F(t) = p\{\ < t\}(t \geq 0)$. Так как время обслуживания не может быть отрицательной величиной, то $F(t) = 0, t < 0$. О том, какой конкретный вид имеет функция распределения $F(t)$, ничего нельзя сказать заранее без детального изучения функционирования обслуживающего аппарата. Даже в одной обслуживающей системе время обслуживания разных аппаратов может характеризоваться различными функциями распределения. Однако для простоты будем рассматривать системы, которые состоят из однотипных обслуживающих аппаратов, характеризуемых общим законом распределения времени обслуживания. Естественно, что знание функции распределения времени обслуживания как случайной величины имеет для нас весьма существенное значение, так как позволяет получить ответы на ряд важных вопросов. Допустим, что в результате анализа функционирования обслуживающей системы мы определили вид функции распределения времени обслуживания для аппаратов этой системы:

$F(t)=1-\dfrac{1}{(t+1)^2}$, где t - время в мин. Функция $F(t)$ действительно может иметь такой вид, так как $0\le 1-\dfrac{1}{(t+1)^2}$ при условии, что $0\le t<\infty$ и $F'_{(i)}=\dfrac{2}{(t+1)^3}>0$ при $t>0$, то есть $F(t)$ монотонно возрастает.

Тогда, зная вид функции $F(t)$, можно ответить на целый ряд вопросов. Например, можно определить, какова будет вероятность того, что время обслуживания не превысит 10 мин. Эту вероятность мы получим, подставив $t=10$ в функцию $F(t)$:

$$F(10)=1-\frac{1}{(10+1)^2}\approx 0,99$$

Во многих задачах массового обслуживания большую роль играет показательный закон распределения времени обслуживания, при котором функция распределения времени обслуживания $F(t)$ имеет вид $F(t)=1-e^{-\ t}(t\ge 0)$.

Параметр , входящий в показательный закон распределения, имеет простой физический смысл. Величина $\frac{1}{\ }$ является средним временем обслуживания (математическим ожиданием времени обслуживания). При показательном законе распределения времени обслуживания вероятность того, что обслуживание закончится вскоре после его начала, велика.

На практике, когда мы имеем дело с реальными процессами обслуживания, могут встречаться положения, при которых это свойство не имеет места. Поэтому, несмотря на то что процессы массового обслуживания с показательным законом распределения времени обслуживания до сих пор привлекают внимание многих исследователей, теоретический и практический интерес представляют и другие законы распределения времени обслуживания.

Нужно заметить, что значительные успехи в последнее время достигнуты благодаря использованию метода статических испытаний (метод Монте-Карло). Использование этого метода существенно расширило круг задач теории массового обслуживания, эффективное решение которых может быть получено с помощью вычислительных машин. В частности метод Монте-Карло позволяет получить решение задач массового обслуживания с любым законом распределения времени обслуживания. Следует специально остановиться еще на одном важном свойстве показательного закона распределения времени обслуживания. Оно заключается в том, что при показательном законе распределения времени обслуживания закон распределения оставшейся части времени обслуживания не зависит от того, сколько оно уже длится. Действительно, если обозначить через $f_0(t)$ вероятность того, что обслуживание, которое уже длилось в течение a, продлится еще не менее t, то $f_0(t)=1-F(t)=e^{-\ t}$ и $f_0(a+t)$.Здесь $f_0(t)$ - вероятность того, что время обслуживания будет не меньше t. Так как $F(t)=P\{\ \prec t\}$, то $f_0(t)$, равное $P\{\ \ge t\}$, в сумме с $F(t)$ равно единице. Поэтому $f_0(t)=1-P\{\ \prec t\}=1-F(t)$. По теореме умножения вероятностей вероятность того, что обслуживание продлится не меньше чем $a+t$, равна произведению вероятностей того, что обслуживание продлится не меньше чем a, умноженному на вероятность того, что оно продлится не менее t, при условии, что оно уже длится в течение времени a, то есть $f_0(a+t)=f_0(a)f_0(t)$. Поэтому $f_0(a)f_0(t)=e^{-\ (a+t)}=e^{-\ t}$.Следовательно, имеет место равенство $f_a(t)=e^{-\ t})=f_0(t)$,так как из ранее сказанного видно, что $f_0(t)=e^{-\ t}$.Таким образом, условная вероятность $f_a(t)$ совпадает с вероятностью $f_0(t)$ и, следовательно, закон распределения не зависит от длины промежутка времени $(0,a)$, в течение которого уже длится обслуживание данного требования.

УДК 519.6

Нина Ивановна Костюкова
Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

ОНТОЛОГИЯ КАК ТЕОРИЯ©

Обычно под онтологией подразумевается эксплицитная, то есть явная, спецификация концептуализации, где в качестве концептуализации выступает описание множества объектов и связей между ними. Формально онтология состоит из понятий терминов, организованных в таксономию, их описаний и правил вывода.

Основной вопрос онтологии: что существует?

© Костюкова Н. И., 2011