

Ипатова Валентина Михайловна, Ипатов Дмитрий Евгеньевич, Болбот Александра Юрьевна
ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КВАЗИГЕОСТРОФИЧЕСКОЙ ЦИРКУЛЯЦИИ ОКЕАНА

Адрес статьи: www.gramota.net/materials/1/2011/6/24.html

Статья опубликована в авторской редакции и отражает точку зрения автора(ов) по рассматриваемому вопросу.

Источник

Альманах современной науки и образования

Тамбов: Грамота, 2011. № 6 (49). С. 72-75. ISSN 1993-5552.

Адрес журнала: www.gramota.net/editions/1.html

Содержание данного номера журнала: www.gramota.net/materials/1/2011/6/

© Издательство "Грамота"

Информация о возможности публикации статей в журнале размещена на Интернет сайте издательства: www.gramota.net

Вопросы, связанные с публикациями научных материалов, редакция просит направлять на адрес: almanac@gramota.net

УДК 532.5

Валентина Михайловна Ипатова, Дмитрий Евгеньевич Ипатов, Александра Юрьевна Болбот
Московский физико-технический институт

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КВАЗИГЕОСТРОФИЧЕСКОЙ ЦИРКУЛЯЦИИ ОКЕАНА[©]

Работа выполнена при поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009-2013 годы, РФФИ (проект 09-01-00284-а) и АВЦП «Развитие научного потенциала высшей школы» (проект 2.1.1/11133).

Будем предполагать, что область изменения горизонтальных переменных x, y представляет собой прямоугольник $\Omega = (0, L_x) \times (0, L_y)$. Пусть $T < +\infty$, в области $Q = \Omega \times (0, T)$ рассматривается квазигеострофическая модель циркуляции океана

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t} \Delta \Psi + J(\Psi, \Delta \Psi) + \frac{\partial \Psi}{\partial x} - \Delta^2 \Psi = f, \\ \Psi|_{\partial\Omega} = 0, \quad \Delta \Psi|_{\partial\Omega} = 0, \quad \Psi|_{t=0} = \Psi_0(x, y), \end{cases} \quad (1)$$

где $\Psi = \Psi(x, y, t)$ - функция тока; $f = f(x, y, t)$ - внешнее воздействие, создаваемое ветром; Δ - пологительные константы; $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ - оператор Лапласа; $J(p, q) = \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\partial q}{\partial y} - \frac{\partial p}{\partial y} \frac{\partial q}{\partial x}$ - якобиан.

Введем сетку (x_i, y_j) , где $x_i = ih_x$, $i = 0, \dots, N_x + 1$, $h_x = L_x / (N_x + 1)$, $y_j = jh_y$, $j = 0, \dots, N_y + 1$, $h_y = L_y / (N_y + 1)$.

Пусть τ - шаг сетки по времени, $t_k = k\tau$, $k = 0, \dots, K$, $K = T/\tau$.

Обозначим через $\bar{\Psi}_{ij}^k$ значение сеточной функции в узле (x_i, y_j, t_k) , $\bar{\Psi}^k$ - сеточную функцию на k -ом слое по времени.

Динамическую модель (1) аппроксимируем системой конечно-разностных соотношений

$$\begin{cases} \frac{\Delta_h^{-k+1} - \Delta_h^{-k}}{\tau} + D_x^{-k+1} - \Delta_h^2^{-k+1} + J_A(\bar{\Psi}^k, \Delta_h^{-k}) = \bar{f}^{k+1}, \\ k = 0, \dots, K-1, \quad \bar{\Psi}^0 = \bar{\Psi}_0, \end{cases} \quad (2)$$

где Δ_h - пятиточечный лапласиан,

$$(\Delta_h)_{ij} = (\bar{\Psi}_{i+1,j} - 2\bar{\Psi}_{i,j} + \bar{\Psi}_{i-1,j})/h_x^2 + (\bar{\Psi}_{i,j+1} - 2\bar{\Psi}_{i,j} + \bar{\Psi}_{i,j-1})/h_y^2,$$

$$D_x \bar{\Psi}_{ij} = (\bar{\Psi}_{i+1,j} - \bar{\Psi}_{i-1,j})/(2h_x),$$

$$\begin{aligned} J_A(p, q)_{ij} = & \frac{1}{12h_x h_y} ((p_{i+1,j} - p_{i-1,j})(q_{i,j+1} - q_{i,j-1}) - (p_{i,j+1} - p_{i,j-1})(q_{i+1,j} - q_{i-1,j}) + \\ & + p_{i+1,j}(q_{i+1,j+1} - q_{i+1,j-1}) - p_{i-1,j}(q_{i-1,j+1} - q_{i-1,j-1}) - p_{i,j+1}(q_{i+1,j+1} - q_{i-1,j+1}) + \\ & + p_{i,j-1}(q_{i+1,j-1} - q_{i-1,j-1}) + q_{i,j+1}(p_{i+1,j+1} - p_{i-1,j+1}) - q_{i,j-1}(p_{i+1,j-1} - p_{i-1,j-1}) - \\ & - q_{i+1,j}(p_{i+1,j+1} - p_{i+1,j-1}) + q_{i-1,j}(p_{i-1,j+1} - p_{i-1,j-1})) - \text{якобиан Аракавы [1]}. \end{aligned}$$

При вычислении разностных операторов, входящих в (2), полагается $\bar{\Psi}_{ij} = 0, \Delta_h \bar{\Psi}_{ij} = 0$, если $(x_i, y_j) \in \partial\Omega$.

Вычисления по схеме (2) сводятся к решению на каждом шаге по времени линейной системы

$$\Delta_h^{-k+1} + D_x^{-k+1} - \Delta_h^2^{-k+1} = \bar{F}^{k+1}, \quad (3)$$

где $\bar{F}^{k+1} = \Delta_h^{-k} + \bar{f}^{k+1} - J_A(\bar{\Psi}^k, \Delta_h^{-k})$.

По переменной y используется дискретное преобразование Фурье. Разложим правую часть (3) $F_{ij}^{k+1} = \sum_{m=1}^{N_y} V_{im} \sin\left(\frac{mj}{N_y+1}\right)$, где $V_{im} = \frac{2}{N_y+1} \sum_{m=1}^{N_y} F_{ij}^{k+1} \sin\left(\frac{mj}{N_y+1}\right)$. Решение (3) разыскивается в виде $\Psi_{ij}^{k+1} = \sum_{m=1}^{N_y} \Psi_{im} \sin\left(\frac{mj}{N_y+1}\right)$. Тогда (3) сводится для каждого $m = \overline{1, N_y}$ к системе

$$(\Delta_x \Psi)_{im} - \Psi_{im} + (D_x \Psi)_{im} - (\Delta_x^2 \Psi)_{im} + 2 \Psi_{im} (\Delta_x \Psi)_{im} - \frac{2}{m} \Psi_{im} = V_{im}, \quad (4)$$

$$\text{где } (\Delta_x \Psi)_{im} = \frac{\Psi_{i+1,m} - 2\Psi_{im} + \Psi_{i-1,m}}{h_x^2}, \quad (\Delta_x^2 \Psi)_{im} = \frac{(\Delta_x \Psi)_{i+1,m} - 2(\Delta_x \Psi)_{im} + (\Delta_x \Psi)_{i-1,m}}{h_x^2}, \quad \frac{2}{m} = \frac{4}{h_y^2} \sin^2\left(\frac{m}{2(N_y+1)}\right).$$

Для решения (4) применяется метод монотонной пятиточечной прогонки [2].

При проведении тестовых расчетов на ЭВМ, использовались следующие параметры модели:

$$L_x = 1200 \text{ км}; \quad L_y = 1200 \text{ км}; \quad \nu = 7.2 \cdot 10^{-5} \text{ 1/(км} \cdot \text{час)}, \quad \omega = 1.8 \text{ км}^2 / \text{час},$$

$$f = 1.36 \cdot 10^{-5} \sin(2 \pi y / L_y) \text{ 1/час}^2, \quad T = 1 \text{ час}, \quad N_x = 27 \text{ и } N_y = 59.$$

На Рис. 1-5 приведены результаты расчетов функции тока по схеме (2) в моменты времени 0, 12, 24, 96 и 192 часа соответственно.

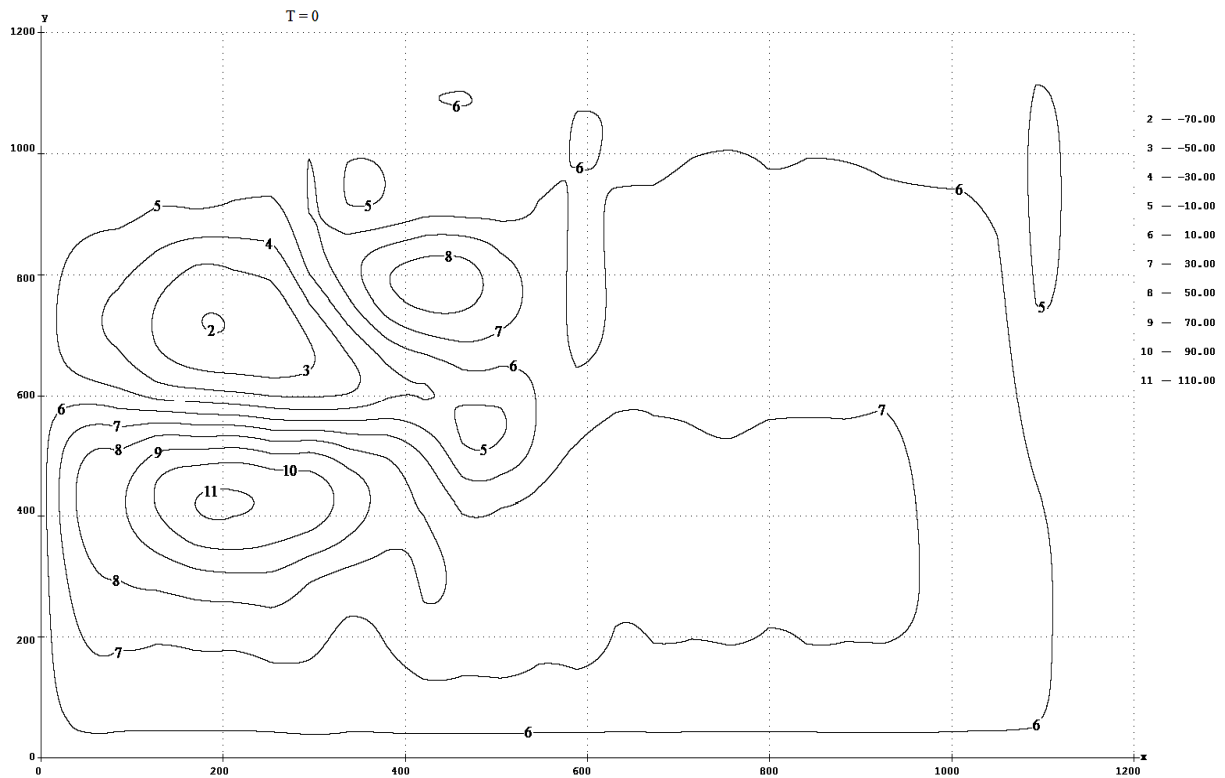


Рис. 1. Изолинии функции тока в начальный момент времени



Рис. 2. Изолинии функции тока через 12 часов

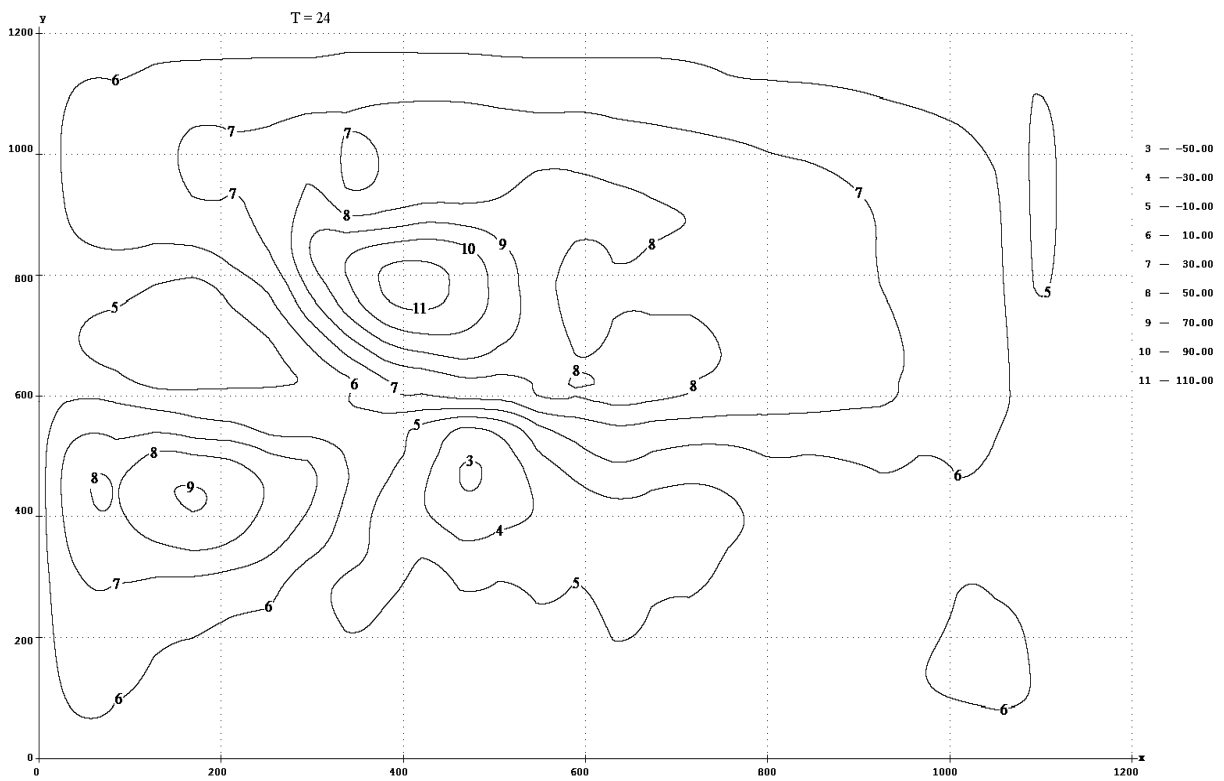


Рис. 3. Изолинии функции тока через 24 часа

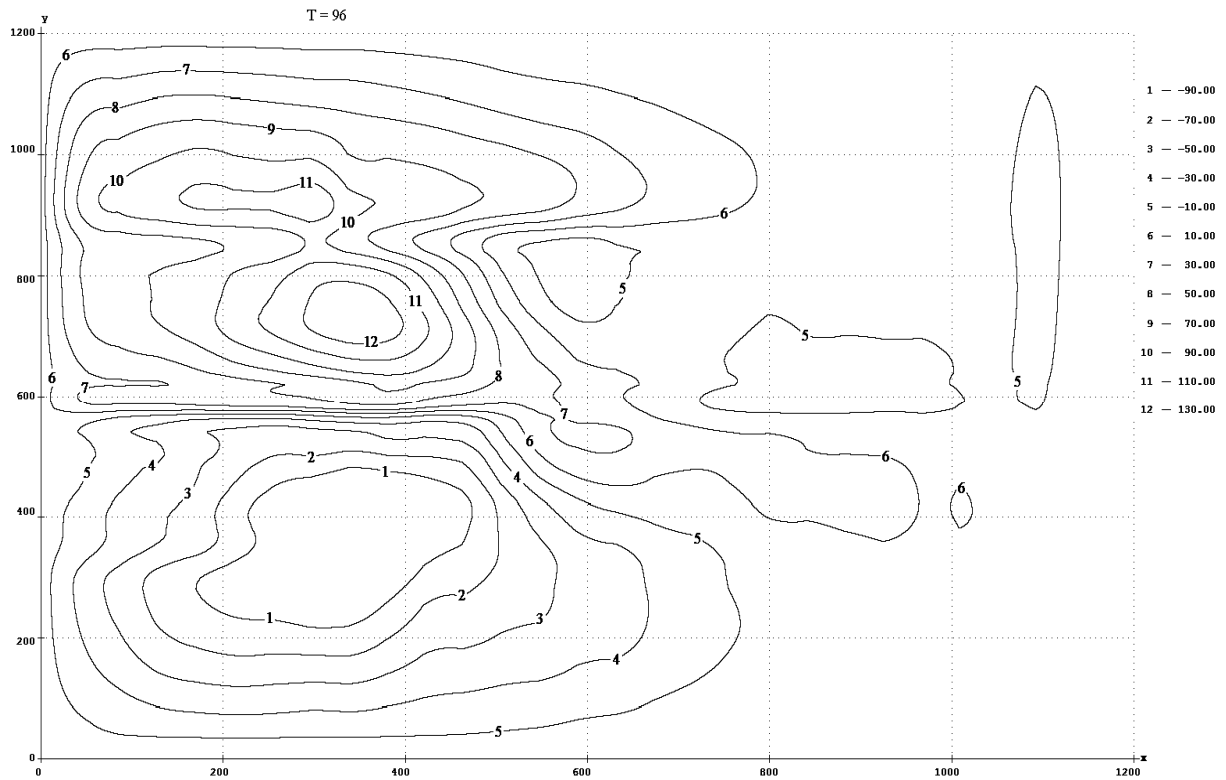


Рис. 4. Изолинии функции тока через 96 часов

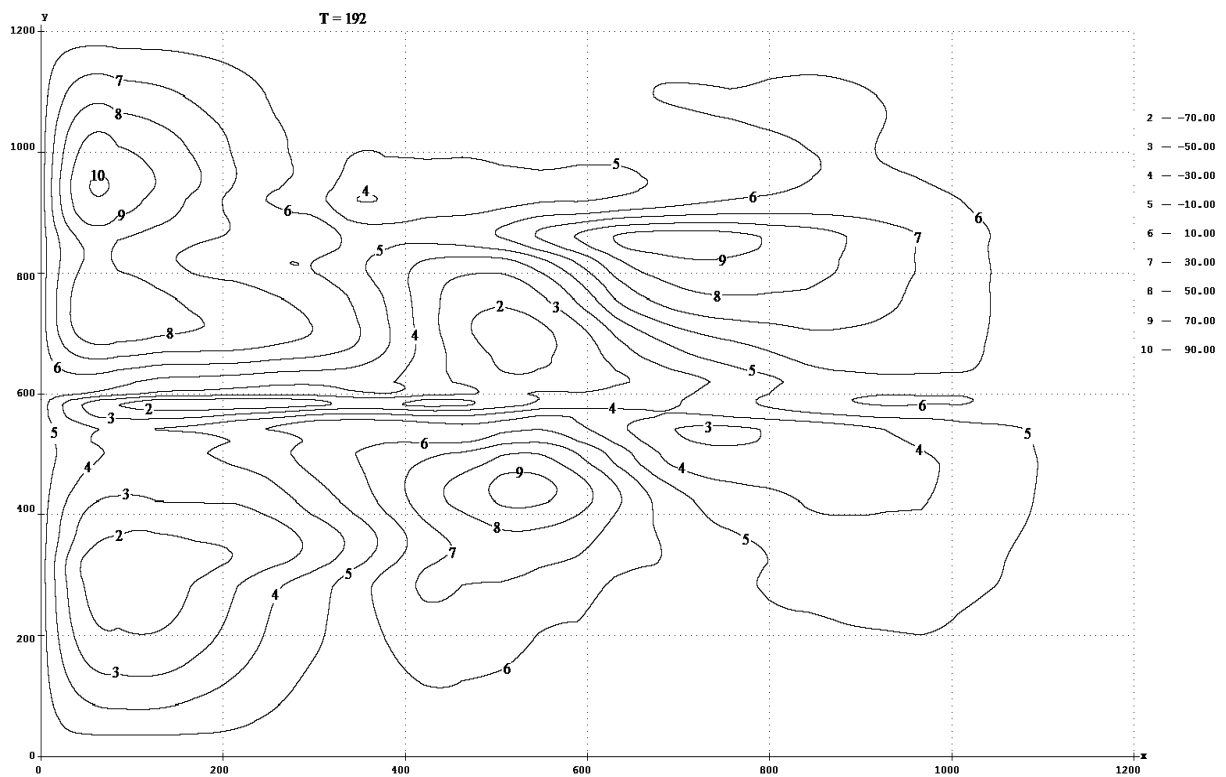


Рис. 5. Изолинии функции тока через 192 часа

Список литературы

1. Мезингер Ф., Аракава А. Численные методы, используемые в атмосферных моделях. Л.: Гидрометеиздат, 1979.
2. Самарский А. А., Николаев Е. С. Методы решения сеточных уравнений. М.: Наука, 1978.