МАТЕМАТИКА, ФИЗИКА, СТРОИТЕЛЬСТВО, АРХИТЕКТУРА, ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

УДК 621.38(62-52)

Гурбан Садых оглу Абдуллаев
Сумгаитский государственный университет, Азербайджан

МОДЕЛИ ГИБКИХ АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ ПРОИЗВОДСТВ (ГАП) БУРИЛЬНЫХ ТРУБ И ИХ ЭЛЕМЕНТОВ©

1. Введение

Производство бурильных труб осуществляется на четырех основных участках, образующих непрерывный цикл: определение натяга резьбы труб, нанесение резьбоуплотнительной смазки на резьбовую часть труб, подбор муфты по натягу (замка) и навертка ее на трубу, измерение внутренней длины и длины труб, маркировка, климовка и упаковка. К вспомогательному участку относится участок приготовления резьбоуплотнительной смазки. Изделия с участка на участок транспортируются разными способами [1-3].

Оценка производительности основного оборудования заключается в нахождении максимальной производительности ГАП бурильных труб (БТ) на основе оптимального распределения потоков БТ различных типов по рабочим позициям для обработки при условии, что остальные элементы ГАП БТ и, в частности, транспортно-складская система обеспечивают соответствующую загрузку рабочих позиций. В общем случае рассчитанная таким образом максимальная производительность является верхней оценкой производительности, которую можно достичь при выбранном составе основного оборудования ГАП.

2. Постановка задачи

Предметом данной статьи является разработка по известным техническим характеристикам элементов и подсистем ГАП БТ и определение показателей, характеризующих производственную систему в целом.

3. Методы решения

Исходными данными для моделей оценки производительности ГАП БТ являются плановое задание и характеристики основного оборудования.

Предположим, что есть расписание функционирования ГАП БТ, обеспечивающее в стационарном режиме производительность F изделий в единицу времени, соответственно вектор x называют миксом и обозначают MIX.

Введем обозначения: F - интенсивность общего (входного/выходного) потока БТ, равная производительности; ${}_K$ - интенсивность потока БТ K-го типа, $K=1,\bar{\mathrm{K}}$. Для K -го типа БТ возможны различные технологии обработки, образующие множество T_K. Пронумеруем множество T_K числами 1,…, s_K, где к=1, $\bar{\mathrm{K}}$. Тогда ${}_{sk}$ - интенсивность потока изделий к-го типа, обрабатываемых по технологии s,к $=1,\bar{\mathrm{K}}$, $S=1,S_k$; ${}_{isk}$ - интенсивность потока БТ требований на выполнение операции i, поступающего на j-ю РП (в дальнейшем элементы, образующие основное оборудование, будем называть рабочими позициями и обозначать $РП_j$ $\left(j=1,\bar{J}\right)$, где J - число рабочих позиций на участке ГАП БТ. Каждую РП характеризуют следующие параметры: $I_j=\left\{i_1,...,i_p\right\}$ - множество операций, выполняемых на $РП_j$; $J_i=\left\{j_1,...,j_q\right\}$ - множество РП, выполняющих i-ю операцию; Q_j - коэффициент предельной загрузки $РП_j$, учитывающий простои из-за профилактических ремонтов и технических осмотров, т.е. $Q_j \angle 1,\ j=1,\bar{J}$; ${}_{ij}$ - время выполнения i-й операции на $РП_j$, i $i\in I_j$ и порождаемой потоком БТ к- го типа, который обрабатывается по s-й технологии (холодная обработка БТ) $j=1,\bar{J},i\in I\left(j\right),k=1,\bar{K},s=1,\bar{S}_k$.

Для интенсивностей перечисленных потоков выполняются следующие условия:

1. Все интенсивности являются неотрицательными числами, т.е. для любых j, I, s, k

$${}_k,\ {}_{sk},\ {}_{isk},\ {}_{jisk}\geq 0 \qquad (1.1)$$

2. Для интенсивности потока БТ любого типа выполняется условие

$${}_k=\ {}_kF,k=1,\bar{K}, \qquad (1.2)$$

где K - доля к-го типа БТ в общем потоке, определяемая заданным MIX.

3. Условие сохранения потока БТ к-го типа

$$\sum_{s=1}^{sK}\ {}_{sk}=\ {}_K,\ \ K=1,\bar{\mathrm{K}}, \qquad (1.3)$$

т.е. суммарный поток БТ к-го типа по различным технологиям холодной обработки дает поток БТ к-го типа.

4. Поток БТ к-го типа по s-й технологии интенсивности $_{sk}$ порождает поток требований такой же интенсивности на выполнение i-й операции $_{isk,}$ если i-я операция присутствует в к-м типе БТ $\left(\ K = 1 \right)$, и поток нулевой интенсивности в ином случае $\left(\ K = 0 \right)$, т.е.

$$_{sk} = \ _{K} \ _{sk,} \ i = 1, \overline{I}\ ,\ K = 1, \overline{K}\ ,\ s = 1, \overline{S}_k \tag{1.4}$$

5. Условие эргодичности

$$Qj = \sum_{i \in I(j)} \ _{ij} \sum_{K=1}^{\mathrm{K}} \sum_{s=1}^{S_k} \ _{jisk,} j = 1, \overline{J} \tag{1.5}$$

Здесь Qj - загрузка j-й РП; величина $\sum_{k=1}^{k} \sum_{s=1}^{Sk} \ _{jisk}$ - интенсивность потока требований на выполнение i-й операции, поступающего на j-ю РП. Так как производительность ГАП, равная F, по предложению реализуется, то каждая РП успевает выполнять все требуемые операции и, следовательно, загрузка любой РП не должна превосходить p_j, т.е. $Qj \le Pj$.

Перечисленные условия можно рассматривать как ограничения, которым должны удовлетворять интенсивности потоков в системе ГАП. Тогда задачу о максимальной производительности ГАП можно сформулировать следующим образом: максимизировать производительность системы $\left(F \to \max \right)$, при ограничениях (1.1)-(1.5).

Упростим систему ограничений (1.1)-(1.5), исключив переменные $_{K}, \ _{isk,} \ i = 1, \overline{I}, K = 1, \overline{K}, s = 1, \overline{S}_k$:

$$\sum_{k=1}^{S_k} \ _{sk} = \ _{K} F, K = 1, \overline{\mathrm{K}} \tag{1.6}$$

$$\sum_{j \in I(i)} \ _{jisk} = \ _{ki} \ _{sk}, i = 1, \overline{I}, K = \overline{1, \mathrm{K}},\ s = \overline{1, S_K} \tag{1.7}$$

$$\sum_{i \in I(j)} \ _{ij} \sum_{k=1}^{\mathrm{K}} \sum_{s=1}^{S_k} \ _{jisk} \le \mathrm{P}j,\ j = \overline{1, j}$$

$F, \ _{sk}, \ _{jisk} \ge 0$ для любых j, i, s, k;

$F \to \max$.

Таким образом, построенная модель представляет собой задачу линейного программирования, в которой число ограничений равно $\mathrm{K} + J + IK\overline{S}$, а число переменных равно $1 + K\overline{S} + I\overline{J}\mathrm{K}\overline{S}$, где $\overline{S} = \frac{1}{\mathrm{K}} \sum_{K=1}^{\mathrm{K}} S_k$ - среднее число технологий, по которым может обрабатываться БТ определенного типа; $\overline{J} = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^{I} \left| J\left(i \right) \right|$ - среднее число РП, выполняющих одинаковую операцию.

Рассмотрим некоторые особенности модели ГАП БТ. Во-первых, число переменных и ограничений увеличивается примерно пропорционально числу типов БТ в плановом задании и среднему числу технологий, по которым они могут обрабатываться. В практических приложениях этот факт в значительной степени определяет большую размерность получаемой задачи линейного программирования. Во-вторых, число переменных примерно в $\overline{J}$ раз больше числа ограничений. Это приводит к тому, что чем более взаимозаменяемо оборудование ГАП БТ, тем больше размерность получаемой задачи линейного программирования. Кроме того, значительно возрастает вариативность при выборе значений искомых переменных, определяющих интенсивности потоков ГАП БТ.

Указанные особенности приводят к тому, что при практической реализации решение заданной задачи требует значительных вычислительных затрат и поэтому может оказаться не реализуемо за разумное время.

Рассмотрим путь сокращения размерности данной задачи, для чего введем новую переменную $_{ij} = \sum_{k=1}^{\mathrm{K}} \sum_{s=1}^{S_k} \ _{jisk}$ - интенсивность потока ГАП БТ требований на выполнение i-й операции, который поступает на j -ю РП.

Интуитивно ясно, что интенсивность общего потока БТ при заданных номенклатуре и MIX (при условии, что не учитывается влияние других подсистем ГАП на загрузку основного оборудования) определяется как распределение суммарных потоков БТ требований на выполнение каждой операции по рабочим позициям и не зависит от распределения потоков БТ по типам и технологии обработки. Введем дополнительные условия, которые получаются суммированием по всем Kи s условиям (1.7) с учетом (1.6):

$$\sum_{k=1}^{K}\sum_{s=1}^{S_k}\sum_{j\in J(i)} {}_{jisk} = \sum_{k=1}^{K}\sum_{s=1}^{S_k} {}_{ki}\ {}_{sk} \text{ или } \sum_{j\in J(i)} {}_{ij} = \sum_{K=1}^{K} {}_{ki}\ {}_{k}F, i=\overline{1,I}.$$

Тогда построенная ранее модель эквивалентна следующей задаче линейного программирования, которую будем называть Задачей 1:

$$\sum_{s=1}^{S_K} {}_{sk} = {}_{K}F, K=\overline{1,K}; \quad (1.8)$$

$$\sum_{j\in J(i)} {}_{jisk} = {}_{ki}\ {}_{sk}, i=\overline{1,I},\quad K=\overline{1,K},\quad s=\overline{1,S_k} \quad (1.9)$$

$$\sum_{k=1}^{K}\sum_{s=1}^{S_K} {}_{jisk} = {}_{ij,}\quad i=\overline{1,I},\quad j\in J(i) \quad (1.10)$$

$${}_{sk},\ {}_{jisk} \geq 0 \text{ для любых } j,i,s,k;$$

$$\sum_{i\in I(j)} {}_{ij}\ {}_{ij} \leq \mathrm{P}_{j,} j=\overline{1,J};$$

$$\sum_{j\in j(i)} {}_{ij} = F\sum_{K=1}^{K} {}_{ki}\ {}_{k}, i=\overline{1,I};\ F\geq 0$$

$${}_{ij} \geq 0 \text{ для любых } i,j;\quad F\to\max.$$

Если в рассматриваемой задаче отказаться от ограничений (1.8), (1.9), (1.10), то получим задачу линейного программирования, которую назовем Задачей 2:

$$\sum_{i\in I(j)} {}_{ij}\ {}_{ij} \leq \mathrm{P}_{j}, j=\overline{1,J} \quad (1.11)$$

$$\sum_{j\in J(i)} {}_{ij} = F\sum_{K=1}^{K} {}_{ki}\ {}_{k}, i=\overline{1,I}; \quad (1.12)$$

$\mathrm{F}\geq 0;$

${}_{ij} \geq 0$ для любых I,j;

$\mathrm{F}\to\max$.

Параметры и ограничения Задачи 2 имеют следующий содержательный смысл.

1. ${}_{ij}$ - интенсивность потока БТ требований на выполнение i-й операции, который поступает на j -ю РП.

2. $F\sum_{K=1}^{K} {}_{ki}\ {}_{k}$ - общая интенсивность потока БТ требований на выполнение i-й операции при заданном плане и производительности F для $i=\overline{1,I}$.

3. Соотношения (1.12) задают распределение общего потока требований на выполнение каждой операции БТ по рабочим позициям.

4. Соотношения (1.11) задают ограничения на загрузку рабочих позиций БТ. В этой модели число ограничений равно $I=J$, а число переменных равно $1+I\overline{J}$, т.е. существенно меньше (примерно в $\mathrm{K}\overline{S}$ раз), вычислительная трудоемкость Задачи 2 значительно меньше, чем Задачи 1. Однако необходимо решить вопрос о качестве оценки F_2, получаемой на основе решения Задачи 2 по сравнению с оценкой F_1, получаемой на основе решения Задачи 1. Так как в Задаче 2 используется только часть ограничения Задачи 1, то, очевидно, $F_1\leq F_2$. Покажем, что оценки, получаемые в результате решения этих задач, совпадают. Так как F_2 является решением Задачи 2, то при $F=F_2$ и некоторых ${}_{ij} = {}^{0}_{ij}$, $i=\overline{1,I}$, $j\in J(i)$ выполнимы соотношения (1.11) и (1.12). Тогда, для того чтобы доказать равенство F_1 и $F_{2,}$ достаточно показать, что при некоторых неотрицательных ${}_{sk}$, ${}_{jisk}$, $i=\overline{1,I}$, $j\in J(i)$, $K=\overline{1,\mathrm{K}}$, $s=\overline{1,S_k}$ выполнимы соотношения (1.8), (1.9), (1.10), т.е. совместна относительно переменных ${}_{sk}$, ${}_{jisk}$ система следующих ограничений:

$$\sum_{s=1}^{S_k} {}_{sk} = {}_{k}F_2, K=\overline{1,\mathrm{K}}$$

$$\sum_{j\in J(i)} {}_{jisk} = {}_{ki}\ {}_{sk}, i=\overline{1,I},\ K=\overline{1,\mathrm{K}},\ s=\overline{1,S_k}$$

$$\sum_{K=1}^{K}\sum_{s=1}^{S_k} {}_{jisk} = {}^{0}_{ij}, i=\overline{1,I},\quad j\in J(i)$$

${}_{sk}$, ${}_{jisk}$ для любых j,i,s,k.

Пусть ${}_1^k,\dots,{}_{s_k}^k$ – произвольные неотрицательные числа $\left(k=\overline{1,\mathrm{K}}\right)$ такие, что $\sum_{s=1}^{S_k}{}_s^K=1.$ Будем интерпретировать ${}_s^k$ как долю БТ к-го типа, обрабатываемых по s-й технологии. Положим, что

$$_{sk}={}_s^k\,{}_kF_2,\qquad {}_{jisk}={}_s^k\,{}_{ij}^0\frac{{}_k\,{}_{ki}}{\sum_{k=1}^{\mathrm{K}}{}_k\,{}_{ki}},$$

где $i=\overline{1,I},\ \ j\in J(i),\ \ K=\overline{1,\mathrm{K}},\ \ s=\overline{1,S_k}$.

Считаем, что в плановом задании нет фиктивных типов БТ, которые фактически не производятся, т.е. ${}_K\succ 0,$ и нет фиктивных операций, которые не присутствуют ни в одном БТ, т.е. для каждого $=\overline{1,I}$ числа ${}_{1i},\dots,{}_{ki}$ не могут все равняться нулю. Тогда $\sum_{k=1}^{\mathrm{K}}{}_k\,{}_{ki}\succ 0$ для каждого и выполняются соотношения:

$_{sk},\ {}_{jisk}\succ 0$ для любых $j,i,s,k;$

$$\sum_{s=1}^{S_k}{}_{sk}=\sum_{s=1}^{S_k}{}_s^k\,{}_kF_2={}_kF_2\sum_{s=1}^{S_k}{}_s^k={}_kF_2,K=\overline{1,\mathrm{K}};$$

$$\sum_{j\in J(i)}{}_{jisk}=\sum_{j\in J(i)}{}_s^k\,{}_{ij}^0\frac{{}_k\,{}_{ki}}{\sum_{k=1}^{\mathrm{K}}{}_k\,{}_{ki}}=\frac{{}_s^k\,{}_k\,{}_{ki}}{\sum_{k=1}^{\mathrm{K}}{}_{ki}\,{}_{ki}}\sum_{j\in J(i)}{}_{ij}^0={}_s^k\,{}_k\,{}_{ki}F_2={}_{ki}\,{}_{sk},$$

$i=\overline{1,I},\ \ K=\overline{1,\mathrm{K}},\ \ s=\overline{1,S_k}$,

так как ${}_{ij}^0$ и F_2 удовлетворяют соотношениям (1.12)

$$\sum_{k=1}^{\mathrm{K}}\sum_{s=1}^{S_k}{}_{jisk}=\sum_{k=1}^{\mathrm{K}}\sum_{s=1}^{S_k}{}_s^k\,{}_{ij}^0\frac{{}_k\,{}_{ki}}{\sum_{k=1}^{\mathrm{K}}{}_k\,{}_{ki}}=\frac{{}_{ij}^0}{\sum_{k=1}^{\mathrm{K}}{}_k\,{}_{ki}}\sum_{k=1}^{\mathrm{K}}{}_k\,{}_{ki}\sum_{s=1}^{S_k}{}_s^k={}_{ij}^0,$$

$i=\overline{1,I},\ \ j\in J(i,)$

так как $\sum_{s=1}^{S_k}{}_s^k=1,k=\overline{1,\mathrm{K}}$.

4. Выводы

Таким образом показано, что решение Задачи 2 дает такое же значение максимальной производительности (БТ) $F,$ как и решение Задачи 1.

Следовательно, в качестве оценки производительности основного оборудования ГАП БТ можно использовать вторую модель, которая имеет вид задачи линейного программирования существенно меньшей размерности, чем первая модель, и дает то же значение оценки. В отличие от первой модели, основанной на распределении БТ, вторая распределяет потоки ГАП операций.

Список литературы

1. **Абдуллаев Г. С.** Гибкие автоматизированные производства в нечеткой среде. Баку: Элм, 2005. 163 с.
2. **Абдуллаев Г. С.** Моделирование и управление гибким автоматизированным производством бурильных труб с применением нечетких систем // Приборы и системы: управление, контроль, диагностика. М., 2004. № 2. С. 18-20.
3. **Шумихин А. Г., Игушев В. Н.** Математическое моделирование и частотные методы при параметрическом синтезе АСР с нечеткими регуляторами // Сб. трудов XV междунар. конф. «Математические методы в технике и технологии». Тамбов, 2002. Т. 5.