Нестеров Владимир Николаевич, Лёгкий Александр Дмитриевич

ХАОТИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ В КУСОЧНО-ЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЕ

Источник
Альманах современной науки и образования
Тамбов: Грамота, 2011. № 8 (51). C. 69-75. ISSN 1993-5552.
Адрес журнала: www.gramota.net/editions/1.html
Содержание данного номера журнала: www.gramota.net/materials/1/2011/8/

МАТЕМАТИКА, ФИЗИКА, СТРОИТЕЛЬСТВО, АРХИТЕКТУРА, ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

УДК 534.014.1

Владимир Николаевич Нестеров, Александр Дмитриевич Лёгкий
Волгоградский государственный архитектурно-строительный университет

ХАОТИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ В КУСОЧНО-ЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЕ©

Введение

Исследование сложной динамики и хаоса в нелинейных системах являются одним важнейших научных направлений в современной физике [1; 2].

Динамический хаос встречается в системах разной природы: механике, гидродинамике, радиофизики. Существенную роль в зарождении динамического хаоса играет нелинейность системы. В связи с этим актуальной задачей являются исследование динамического хаоса в системе с минимальной мерой нелинейности. В настоящей работе с помощью компьютерного моделирования исследовано неавтономной динамической системы с нелинейностью нулевой меры.

Строительные конструкции имеют обычно статическую структуру, но при эксплуатации они достаточно часто периодическим воздействиям, приводящей к колебаниям в строительной конструкции. Учет возникновения колебаний в различных строительных конструкциях имеют большое значение. Так, например, пренебрежение такими явлениями привело к разрушению Такомского моста (штат Вашингтон, США, 1940 г.). К аналогичной катастрофе чуть не привели колебания Волгоградского моста (Волгоград, Россия, 2010 г.). Колебания строительных конструкций могут иметь регулярный или хаотический характер. Регулярные колебания достаточно хорошо изучены. По хаотическим колебаниям существует множество вопросов, на которые еще не даны ответы.

Модель

Рассматриваемая модель описывается дифференциальным уравнением

$$m*x''(t)+2*\quad *x'(t)+k(x(t))x(t)=f*\sin\quad t \tag{1}$$

где

m - эффективная масса,

β - коэффициент затухания,

f - амплитуда вынуждающей силы,

ω - частота вынуждающей силы

$x''(t),\ x''(t),\ x(t)$ - ускорение, скорость, смещение материальной точки

$k(x(t))$ - коэффициент возвращающей силы, задаваемый формулой:

$$k(t)=\begin{cases} k1 \text{ при x} \ge 0 \\ k2 \text{ при x}<0 \end{cases} \quad (k1 \ne k2) \tag{2}$$

Коэффициент возвращающей силы описывает неоднородную среду с границей в нуле, эта же точка является точкой нелинейности.

Физическая реализация модели

Предлагаемая модель описывает достаточно широкий класс элементов технических конструкций. Так она описывает движение тела массой m, подверженного воздействию упругих пружин различной жесткости (Рис. 1).

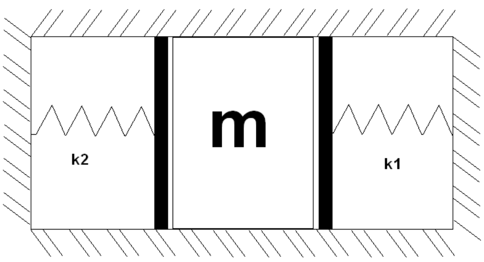


Рис. 1. *Элемент технической конструкции движущегося тела под действием пружин различной жесткости*

Этой же моделью можно описать динамику конструкции, опирающейся по всей длине на сплошное основание, которое может упруго деформироваться под действием приложенной к нему нагрузке [3].

Графики резонансных кривых

1. Кусочно-линейная система с соотношением собственных частот линейных участков системы

$$\frac{{}_2}{{}_1} = \sqrt{10}$$

2. Линейные системы с собственной частотой $_1$

3. Линейные системы с собственной частотой $_2$

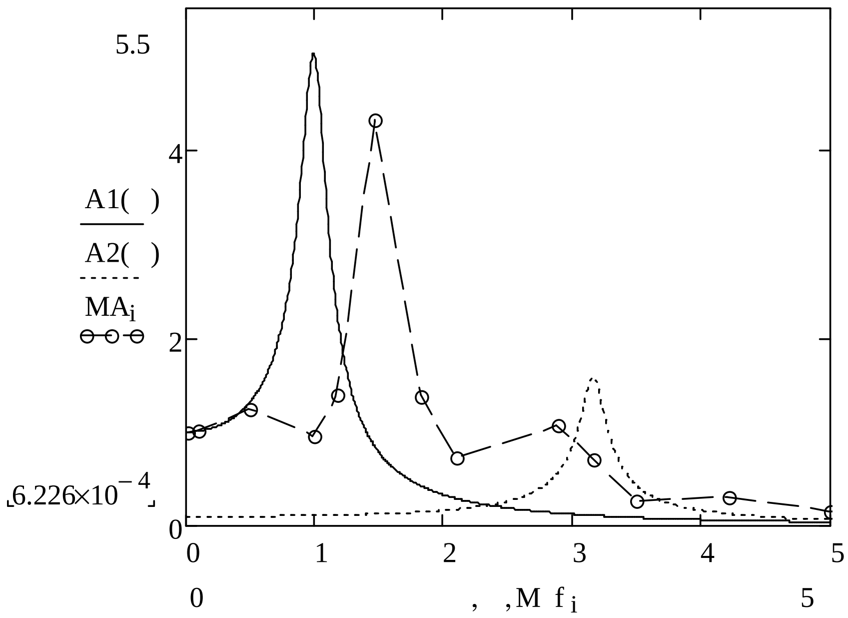


Рис. 2

Из графика (Рис. 2) видно, что кусочно-линейная система имеет три резонансных максимума. Получены временные зависимости и фазовые портреты вынужденных колебаний кусочно-линейной системы (Табл. 1).

Результаты моделирования

Для моделирования выбрана система с коэффициентом затухания β=0.1 и с соотношением коэффициентов жесткости $\frac{k_2}{k_1} = 10$, что соответствует соотношению собственных частот, линейных участков системы

$$\frac{{}_2}{{}_1} = \sqrt{10}$$

В результате моделирования получим вид резонансной кривой (Рис. 2). На этом же графике (Рис. 2) построены для сравнения резонансные кривые для линейных систем с собственными частотами $_1$ и $_2$ (Рис. 2).

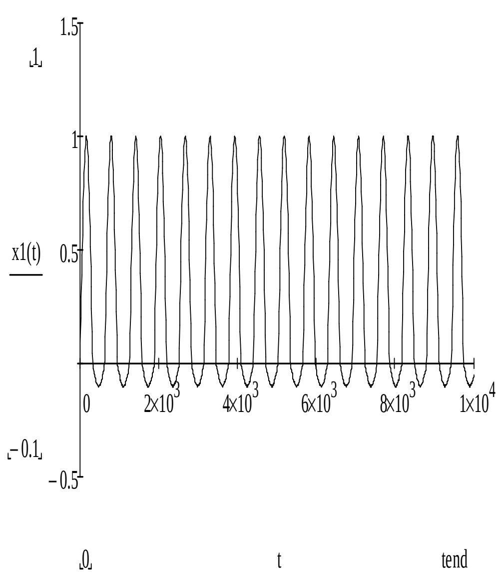
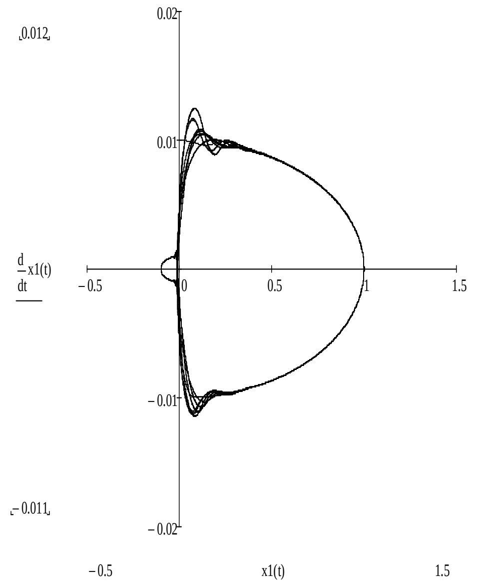
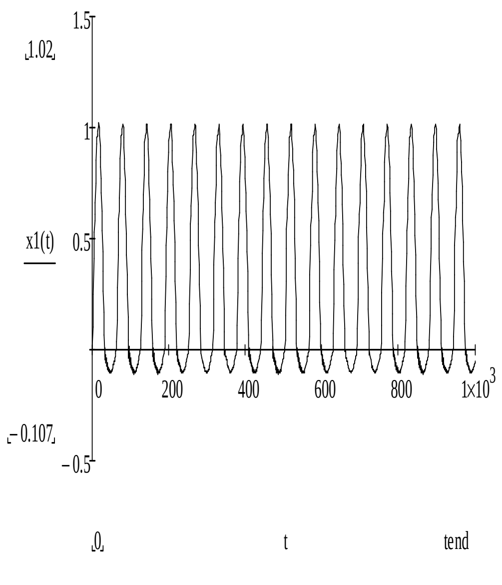
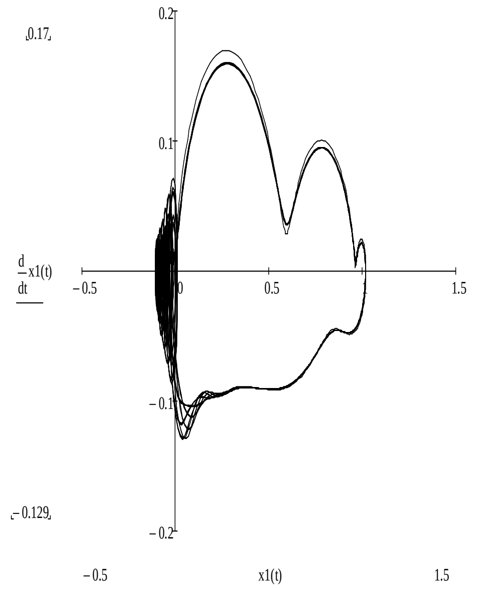
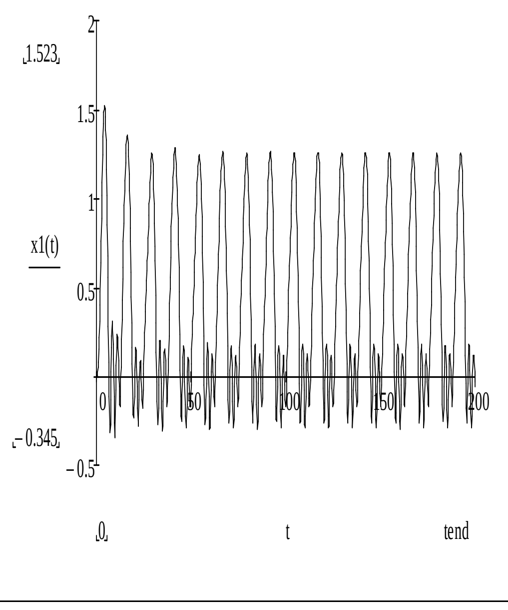
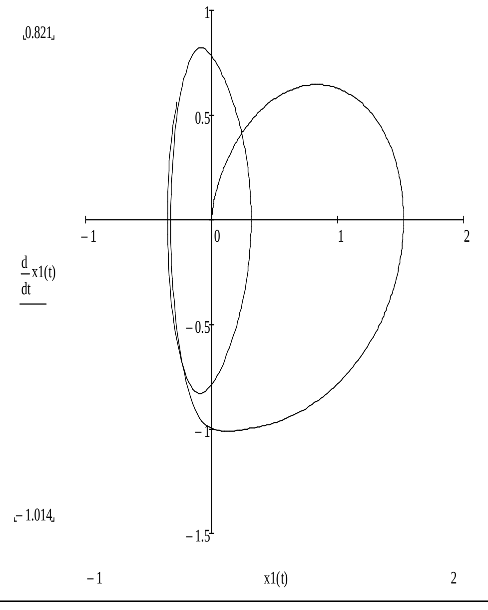
Соотношение собственных частот линейных участков системы $\frac{{}_2}{{}_1} = \sqrt{10}$

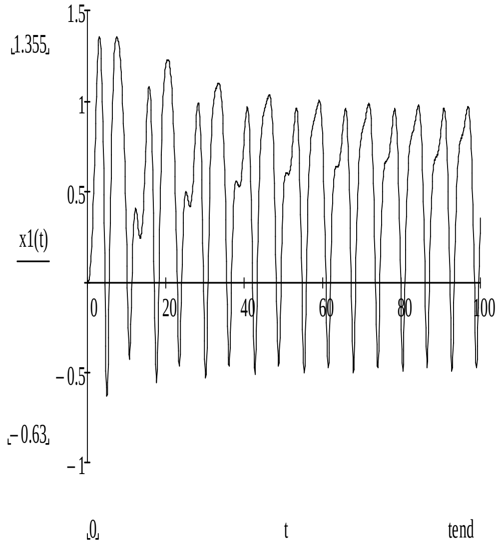
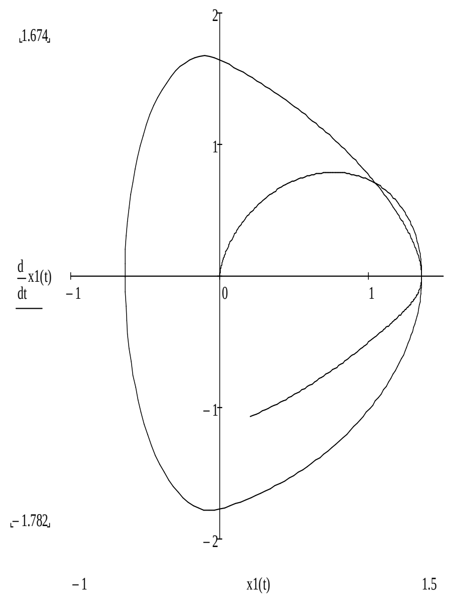
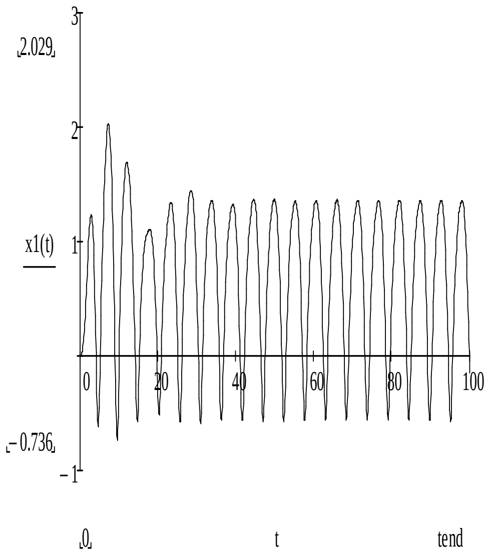
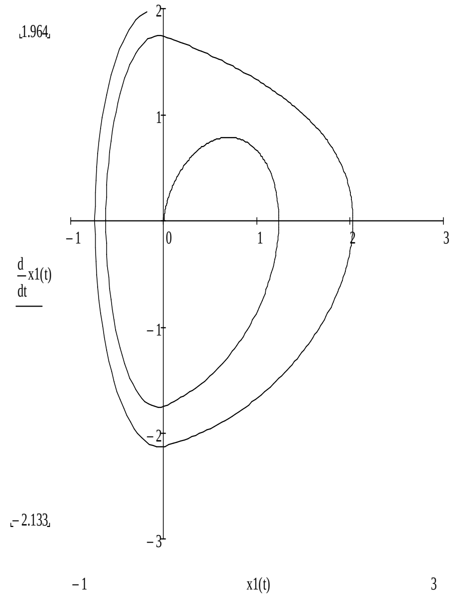
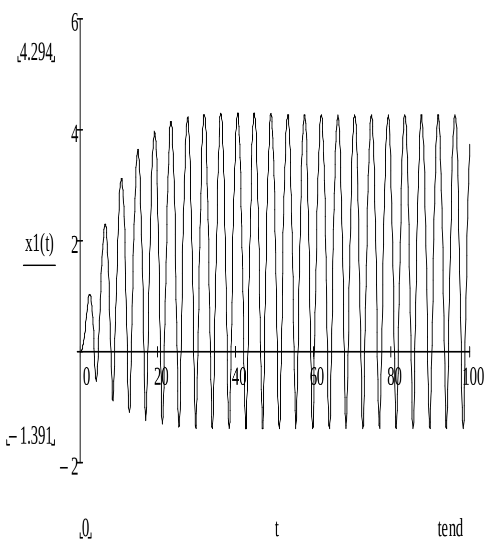
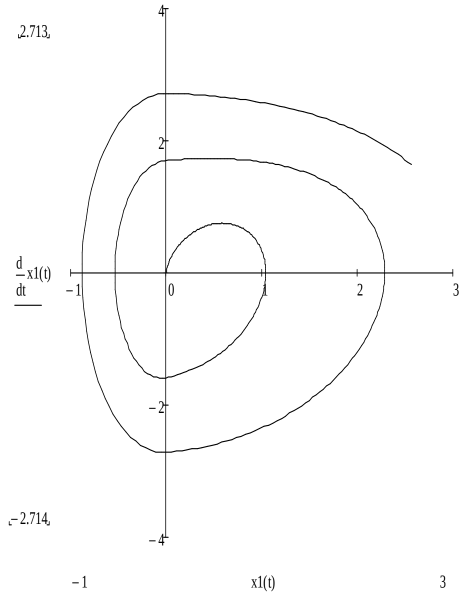
Коэффициент затухания β=0.1.

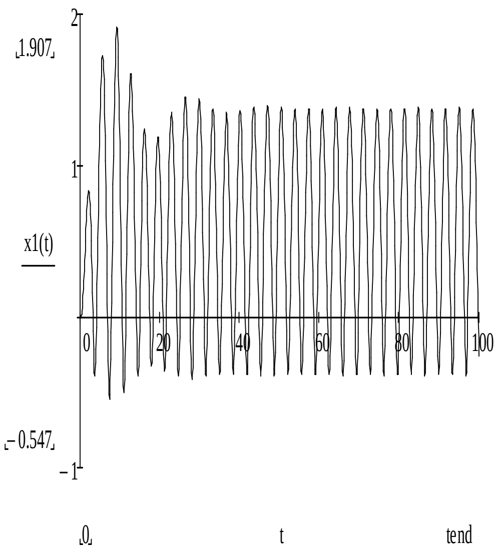
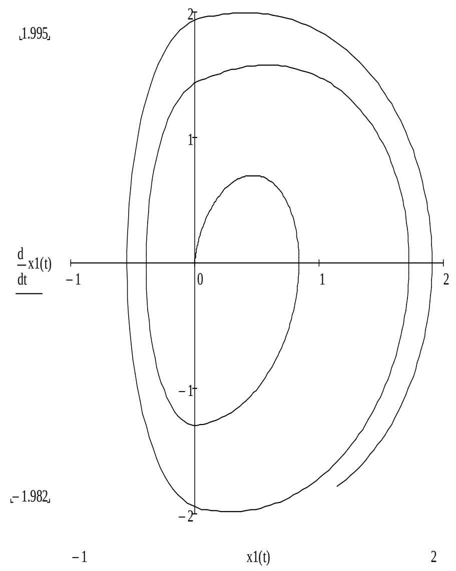
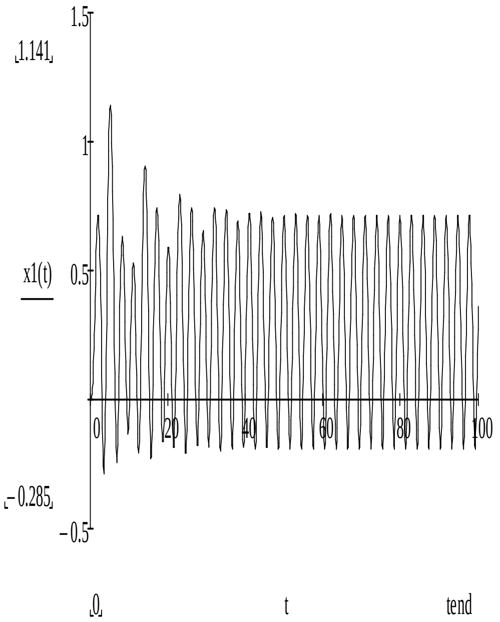
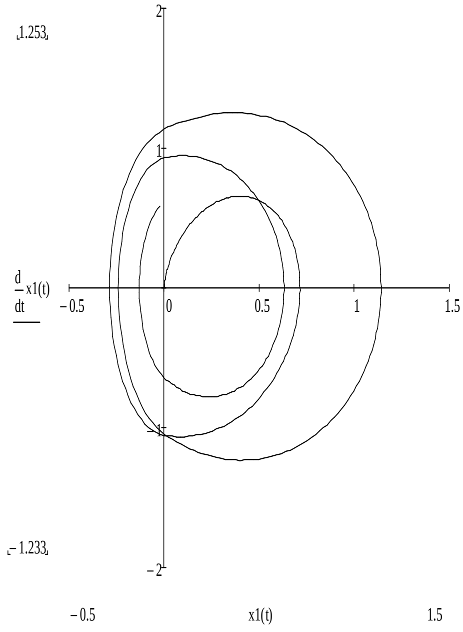
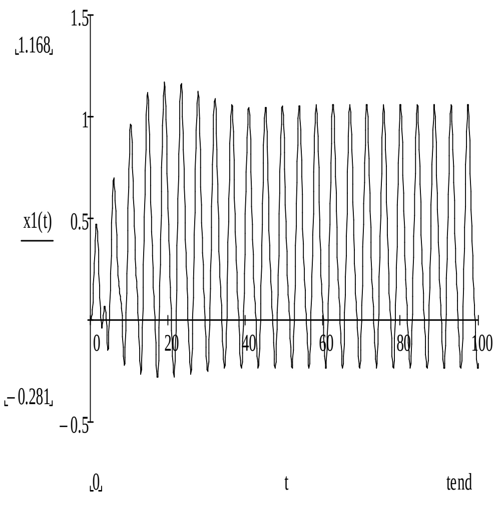
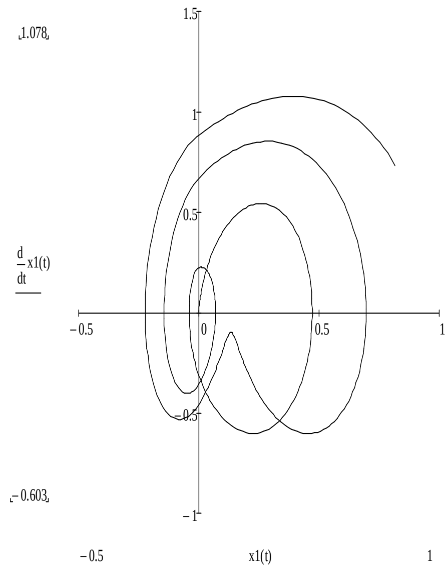
Фазовые портреты имеют парный вид хаотических колебаний (Табл. 1). На фазовых портретах можно выделить аттракторы, устойчивые предельные циклы и устойчивые торы.

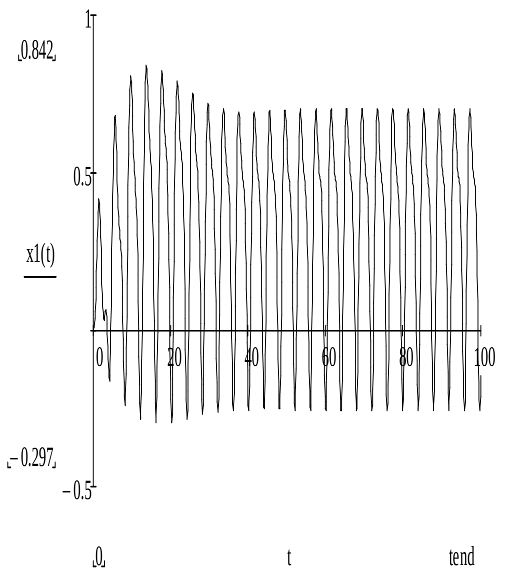
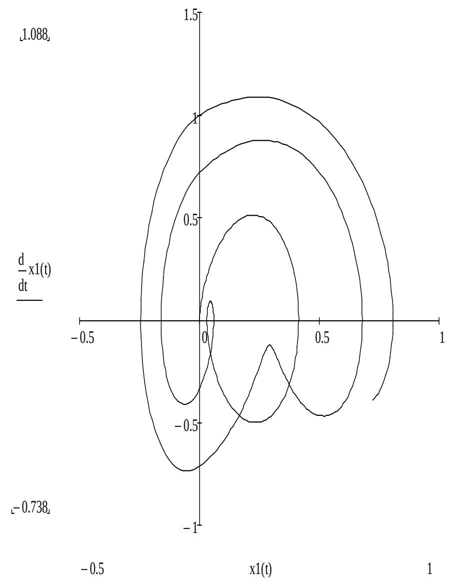
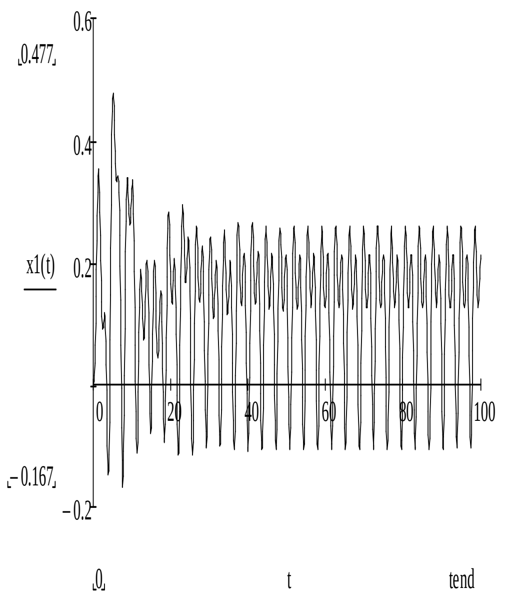
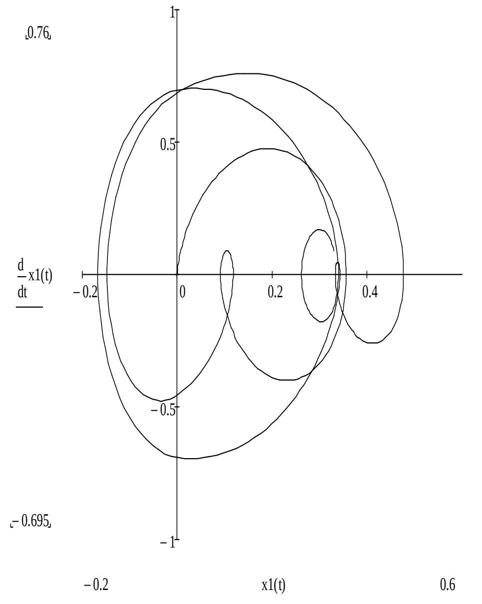
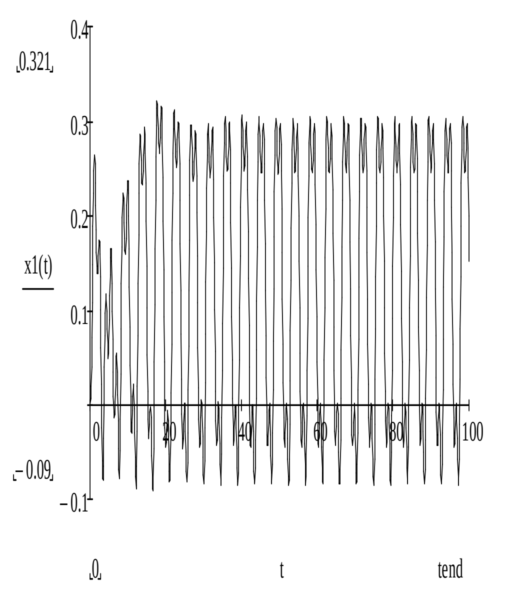
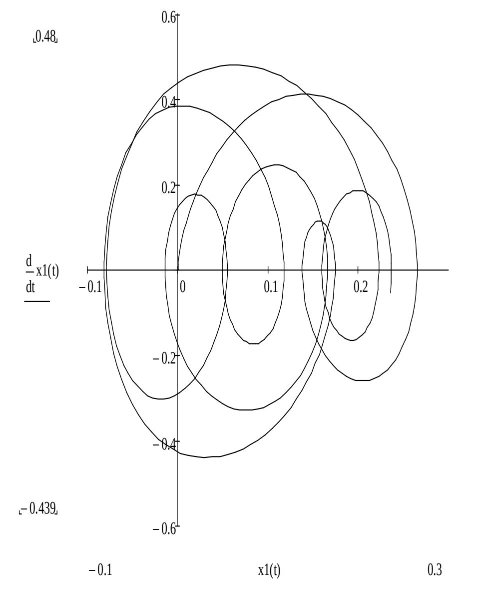
На основании моделирования сделан вывод о необходимости учета описанных явлений при проектировании строительных конструкций.

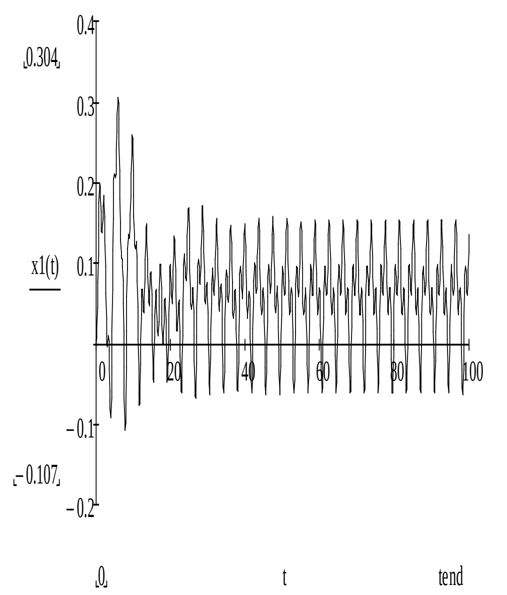
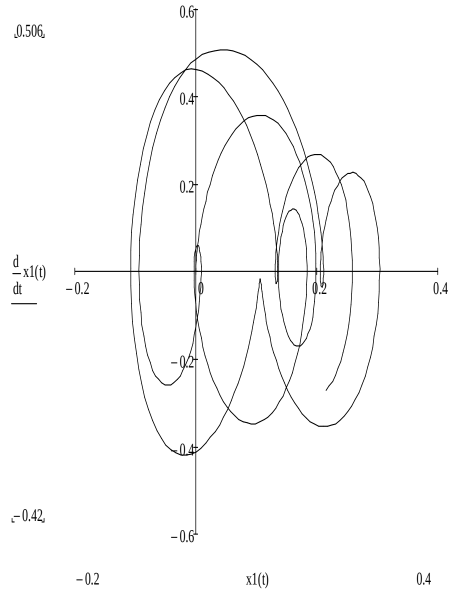
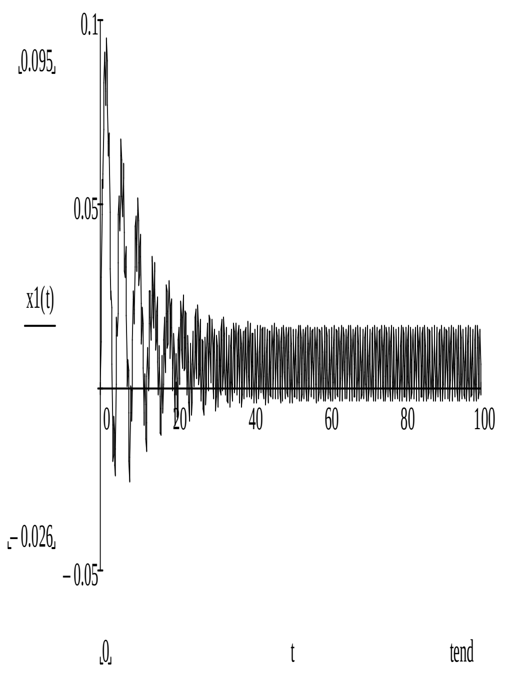
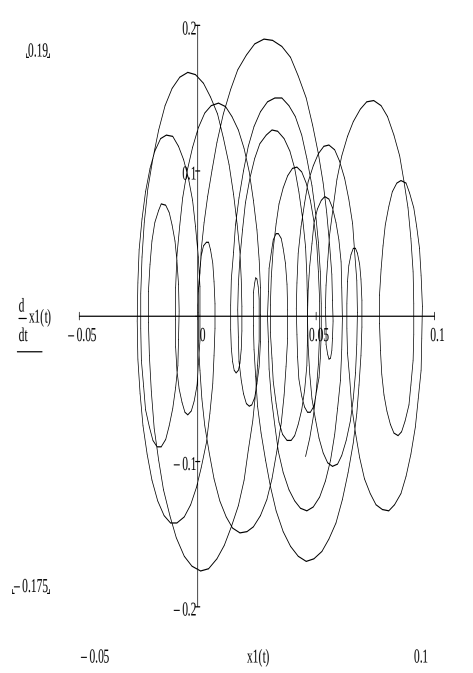
Табл. 1. *Временные зависимости и фазовые портреты вынужденных колебаний кусочно-линейной системы, где циклическая частота вынуждающей силы*

$f = 0.01$		
$f = 0.1$		
$f = 5\times10^{-1}$		

$f = 1 \times 10^{0}$		
$f = 1.175$		
$f = 1.464$		

<table>
<tr>
<td>$f = 1.83$</td>
<td>
</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>$f = 2.104$</td>
<td>
</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>$f = 2.888$</td>
<td>
</td>
<td>
</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>$f = 3.16$</td>
<td>
</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>$f = 3.496$</td>
<td>
</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>$f = 4.208$</td>
<td>
</td>
<td>
</td>
</tr>
</table>

$f = 5\times10^{0}$		
$f = 1\times10^{1}$		

Список литературы

1. **Андреев В. И., Атаров Н. М., Вардян Г. С.** Сопротивление материалов с основаниями теории упругости и пластичности. М.: Издательство АСВ, 1995. 568 с.
2. **Кузнецов С. П.** Динамический хаос и однородно-гиперболические аттракторы: от математике к физике // Успехи физических наук (УФН). 2011. Т. 181. № 2. С. 121-149.
3. **Лоскутов А. Ю.** Очарование хаоса // Там же. 2010. Т. 180. № 12. С. 1305-1329.