

Антонова Анастасия Александровна, Катаев Сергей Павлович

## **МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ ВЕРХНЕЙ ЧАСТИ ТЕЛА ВОДИТЕЛЯ ПРИ РЕЗКОМ ТОРМОЖЕНИИ**

В статье рассмотрена математическая модель движения верхней части тела водителя при резком торможении. Ограничением движения тела водителя является рулевая колонка. За основу решения взяты дифференциальные уравнения Лагранжа второго рода. Решение произведено численно методом Рунге-Кутты. Определены углы отклонения от вертикали, угловые скорости и ускорения сегментов тела водителя. Построены зависимости этих параметров от времени. Решение проверено путем сверки результатов с данными других авторов.

Адрес статьи: [www.gramota.net/materials/1/2012/10/4.html](http://www.gramota.net/materials/1/2012/10/4.html)

**Статья опубликована в авторской редакции и отражает точку зрения автора(ов) по рассматриваемому вопросу.**

Источник

### **Альманах современной науки и образования**

Тамбов: Грамота, 2012. № 10 (65). С. 17-21. ISSN 1993-5552.

Адрес журнала: [www.gramota.net/editions/1.html](http://www.gramota.net/editions/1.html)

Содержание данного номера журнала: [www.gramota.net/materials/1/2012/10/](http://www.gramota.net/materials/1/2012/10/)

### **© Издательство "Грамота"**

Информация о возможности публикации статей в журнале размещена на Интернет сайте издательства: [www.gramota.net](http://www.gramota.net)  
Вопросы, связанные с публикациями научных материалов, редакция просит направлять на адрес: [almanac@gramota.net](mailto:almanac@gramota.net)

- непрерывно контролировать состояния расчетов с покупателями и поставщиками по просроченным задолженностям.

Основной проблемой деятельности ООО «Дорожник-3» является отрицательное значение показателя рентабельности продаж, что сопровождается тенденцией к его снижению. Таким образом, первоочередной задачей является повышение эффективности деятельности предприятия.

Очевидно, что для того, чтобы повысить рентабельность продаж и в дальнейшем увеличить приток денежных средств, необходимо снизить себестоимость выполняемых работ. В условиях кризиса сокращение издержек – один из наиболее действенных инструментов, которым предприятие может воспользоваться для стабилизации финансового положения [2].

На основании выявленных проблем в деятельности ООО «Дорожник-3» одним из основных и наиболее радикальных направлений улучшения финансового состояния является поиск внутренних резервов по увеличению прибыльности и экономической эффективности его деятельности. Получение наиболее выгодного в финансовом отношении результата деятельности предприятия в условиях рыночной экономики во многом зависит от того, как решает предприятие вопросы снижения затрат.

В традиционном представлении важнейшим путем снижения затрат является экономия всех видов ресурсов, используемых в деятельности предприятия: трудовых и материальных. Однако одни мероприятия по совершенствованию применяемой техники и технологии не дадут должной отдачи без улучшения организации производства и труда. Дополнительная экономия возникает при совершенствовании структуры управления предприятия в целом. Она выражается в сокращении расходов на управление и в экономии заработной платы и начислений на нее в связи с высвобождением управленческого персонала. При улучшении использования основных фондов снижение себестоимости происходит в результате повышения надежности и долговечности транспортных средств, в связи с чем уменьшаются затраты на их ремонт, в том числе на заработную плату рабочим, его производящим.

В структуре затрат ООО «Дорожник-3» по содержанию и текущему ремонту автомобильных дорог значительную величину занимают материальные ресурсы. Отсюда понятно значение экономии материальных ресурсов, рационального их использования. На первый план здесь выступает применение ресурсосберегающих технологий.

Таким образом, для повышения эффективности деятельности предприятия, сохранения его конкурентоспособности необходимо проводить мероприятия по снижению затрат, выявлять возможные резервы уменьшения себестоимости выполняемых работ.

#### Список литературы

1. **Богачев В. Ф.** Промышленность России: антикризисные стратегии предприятий. СПб.: Издательский дом «Коврус», 2003. 352 с.
2. **Попова М.** Как вывести предприятие из финансового кризиса // Финансовый директор. 2005. № 3. С. 33-35.
3. **Стратегия и тактика антикризисного управления фирмой** / Т. А. Богданова, А. П. Градов и др.; под ред. А. П. Градова и Б. И. Кузина. СПб.: Специальная литература, 2006. 511 с.

УДК 531/611

#### Технические науки

*В статье рассмотрена математическая модель движения верхней части тела водителя при резком торможении. Ограничением движения тела водителя является рулевая колонка. За основу решения взяты дифференциальные уравнения Лагранжа второго рода. Решение произведено численно методом Рунге-Кутты. Определены углы отклонения от вертикали, угловые скорости и ускорения сегментов тела водителя. Построены зависимости этих параметров от времени. Решение проверено путем сверки результатов с данными других авторов.*

*Ключевые слова и фразы:* инерциальная система; математическая модель; рулевая колонка.

**Анастасия Александровна Антонова**

**Сергей Павлович Катаев**, к. физ.-мат. наук, доцент

*Кафедра теоретической механики*

*Пермский национальный исследовательский политехнический университет*

*antonova.a.2010@yandex.ru; kats46@mail.ru*

#### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ ВЕРХНЕЙ ЧАСТИ ТЕЛА ВОДИТЕЛЯ ПРИ РЕЗКОМ ТОРМОЖЕНИИ<sup>©</sup>

Ежегодно автомобильные компании тратят огромные деньги на проведение краш-тестов, определяя слабые места водителя, пассажиров, самого автомобиля и даже пешеходов. Результаты исследований показывают, что отдельные части тела человека при ДТП травмируются неодинаково [3; 11; 12]. Кроме того, характер травмы

зависит и от вида столкновения [14]. Согласно статистическим данным, основная причина получения тяжёлых и смертельных травм — удары о передний щиток, рулевую колонку и ветровое стекло. С ударами о ветровое стекло связаны такие травмы как повреждение черепа, сотрясение мозга и т.п. [Там же].

Подробная задача о поведении шеи при фронтальном, боковом ударах и ударе сзади рассмотрена в статье [7] с учетом форм позвонков. Интересно рассмотреть характер движения всей верхней части тела, определить возникающие реакции.

Создание математических моделей для описания процессов, происходящих при столкновениях, позволит значительно снизить затраты на проведение краш-тестов, увеличить их количество и отладку нововведений, т.к. плата за один реальный тест составляет порядка 100000 долларов [6].

#### Постановка задачи

Рассмотрена математическая модель верхней части тела водителя. Модель разбита на четыре сегмента и представляет собой систему с четырьмя степенями свободы: нижний отдел туловища (НОТ), средний отдел туловища (СОТ), верхний отдел туловища (ВОТ) и голова. Такие части выделены в теле человека по принципу сегментирования, основанному на ориентировании по антропометрическим точкам на десять частей. Начало и конец сегмента должны касаться оси вращения в суставе. Сегмент «голова» рассматривается от макушки до остистого отростка 7-го шейного позвонка, ВОТ – от 7-го шейного позвонка до нижнегрудной точки, СОТ – от нижнегрудной до пупковой точки, НОТ выделяется тремя плоскостями: поперечная проходит по верхнему краю пупка, а две другие идут наискосок до лонного сращения через подвздошные оси, эти три плоскости образуют равнобедренный треугольник с постоянным углом  $74^\circ$ . Для данного сегментирования известны массы, геометрическое место центров тяжести, моменты инерции (Табл. 1).

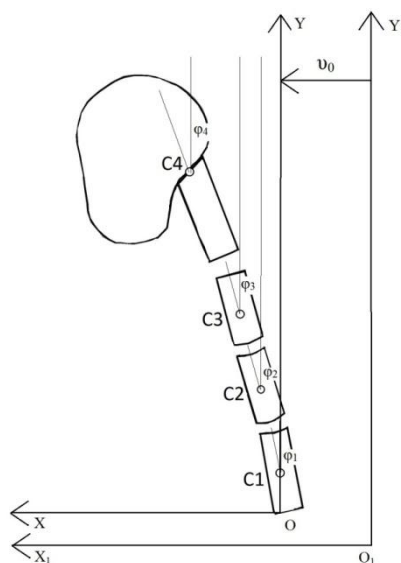
**Табл. 1.** Заданные параметры для модели

	Голова	ВОТ	СОТ	НОТ
$m$ , кг	5,02	11,5	11,64	8,16
Центр масс	0,55	0,507	0,45	0,354
Сагиттальный момент инерции, кг*м	272	1726	1281	657

Параметры определены радиоизотопным методом на рассеченных трупах [4]. Погрешность оценки масс 3%, моментов инерции – до 10%. Ошибки обусловлены не самим методом, а неточным рассечением. Данные соответствуют параметрам молодого мужчины ростом 175 см и весом 75 кг.

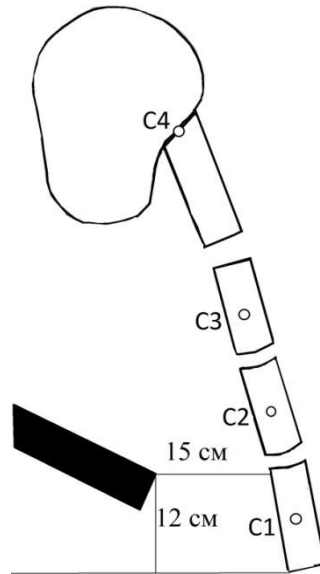
Математическая модель (Рис. 1), состоящая из четырех сегментов, движется в инерциальной системе отсчета  $X_1O_1Y_1$  равномерно и прямолинейно со скоростью  $v_0$ . С самим телом связана неинерциальная система координат  $XOY$ , дающая перемещение «водителя» в «салоне». Положение тела «водителя» задано углами отклонения от вертикали  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$  для НОТ, СОТ, ВОТ и головы, соответственно.

Между сегментами, в «суставах», смоделированы пружинки жесткостями  $c_1, c_2, c_3$  и  $c_4$ , заменяющие упругость мышц. Величины  $c$  взяты достаточно условно.  $c_1$  и  $c_2$  приняты 50 Н/м,  $c_3$  – 40 Н/м и  $c_4$  – 30 Н/м. На систему действуют силы тяжести и упругости.



**Рис. 1.** Математическая модель тела водителя в салоне автомобиля

При виртуальном столкновении «автомобиля» с неподвижным препятствием происходит удар модели о «рулевую колонку». Рулевая колонка расположена на высоте 12 см и отдалении 15 см от «тела» (Рис. 2).



**Рис. 2.** Расположение рулевой колонки

Задача рассмотрена без применения теории удара. Пока необходимо найти параметры, описывающее положение системы в любой момент времени.

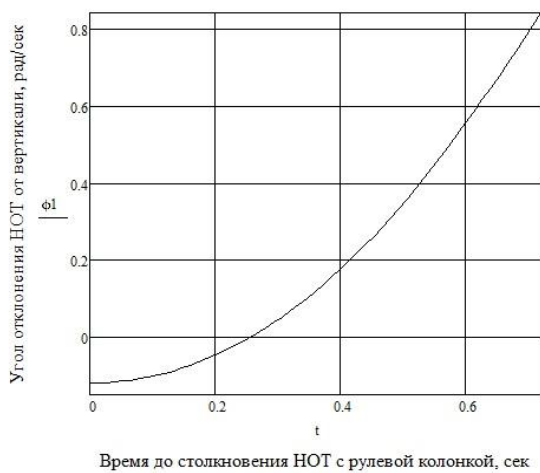
*Решение задачи и обсуждение результатов*

Удобнее всего решить задачу посредством составления дифференциальных уравнений Лагранжа второго рода. Связываем инерционную и неинерционную системы координат через радиус-вектора. Уравнения достаточно громоздки, сводим все к матричному виду. Далее методом Крамера находим углы отклонения и скорости. Методом Рунге-Кутты находим те же параметры при необходимых условиях торможения. Рассмотрен момент столкновения «тела» водителя с «рулевой колонкой», расположенной на высоте 12 см и отдалении 15 см от «тела» (Рис. 2). При таких заданных параметрах на момент столкновения получились следующие результаты (Табл. 2).

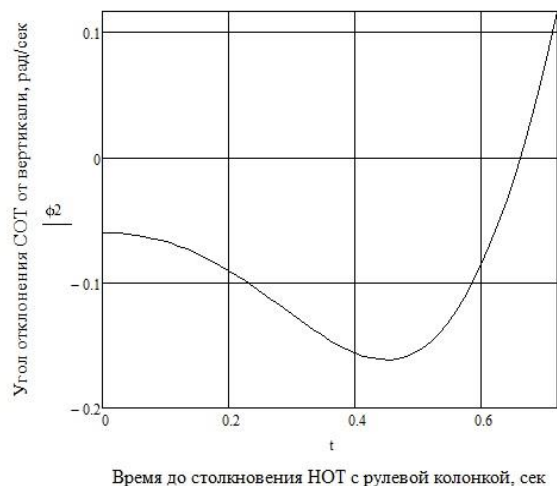
**Табл. 2.** Параметры, описывающие положение системы при столкновении с рулевой колонкой при  $t=0,72$  сек

Углы отклонения сегментов от вертикали, рад				Скорость отклонения сегментов от вертикали, рад/сек			
НОТ	СОТ	ВОТ	голова	НОТ	СОТ	ВОТ	голова
0,84	0,12	3,47	1,28	2,51	2,29	3,83	7

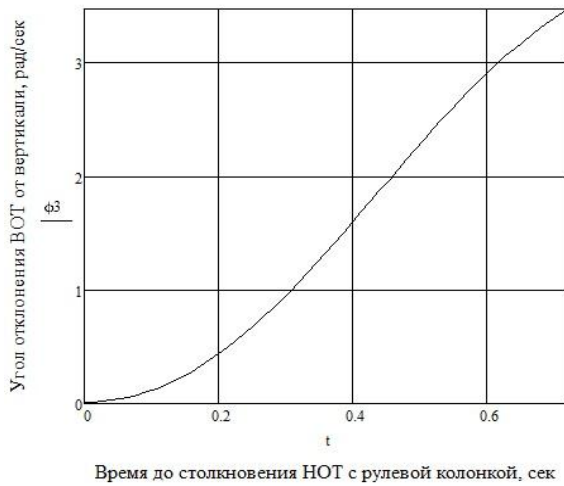
По результатам построены графики зависимости получившихся параметров от времени (Рис. 3-10).



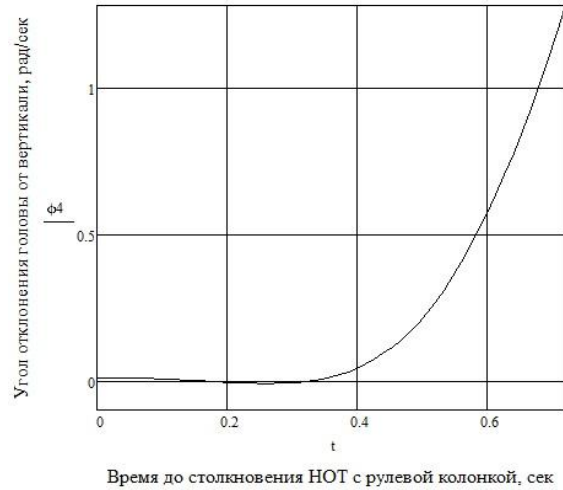
**Рис. 3.** Зависимость угла отклонения НОТ по времени от вертикали



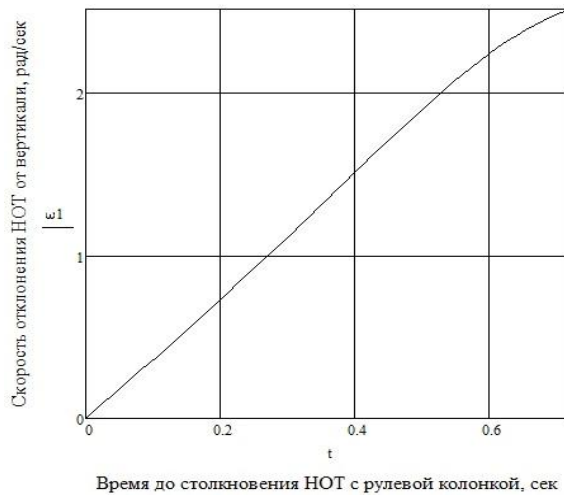
**Рис. 4.** Зависимость угла отклонения СОТ по времени от вертикали



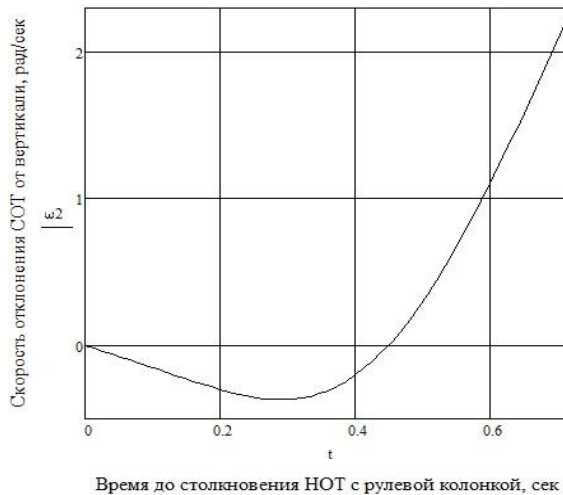
**Рис. 5.** Зависимость угла отклонения ВОГ по времени от вертикали



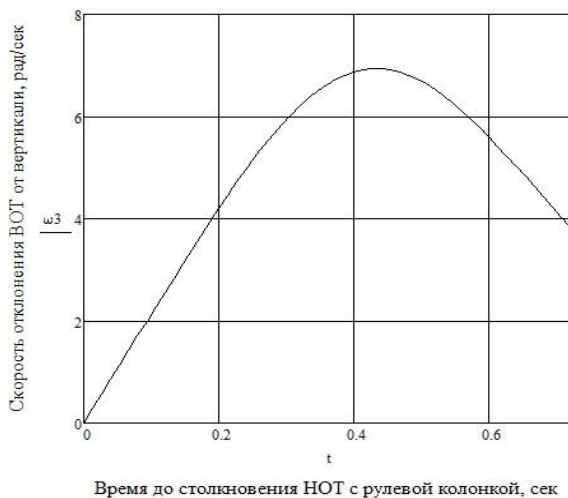
**Рис. 6.** Зависимость угла отклонения головы от вертикали



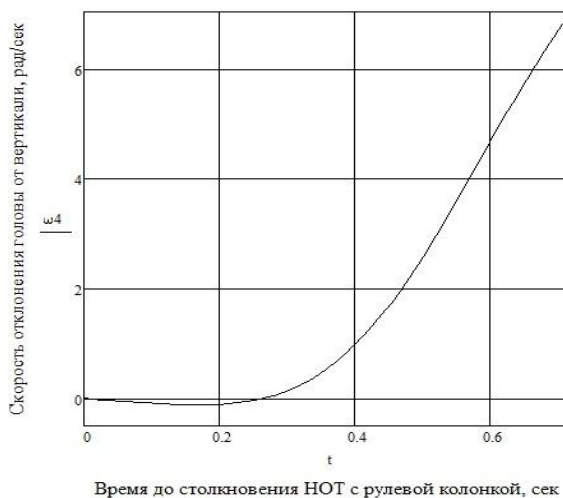
**Рис. 7.** Зависимость угловой скорости НОТ по времени



**Рис. 8.** Зависимость угловой скорости СОТ по времени



**Рис. 9.** Зависимость угловой скорости ВОГ по времени

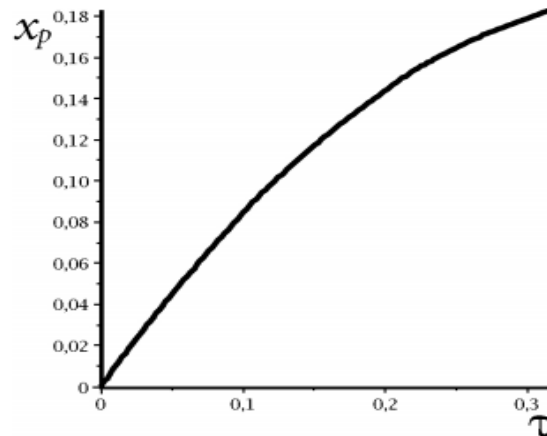


**Рис. 10.** Зависимость угловой скорости головы по времени

Графическое представление движения рассматриваемой модели показывает, что НОТ при резком торможении наклоняется вперед по параболической зависимости, угловая скорость его возрастает практически линейно. СОТ почти сразу же отклоняется назад, его угловая скорость немного уменьшается, а затем

начинает возрастать почти по параболической зависимости. ВОГ движется вперед, увеличивая наклон вперед. Закон изменения его угла отклонения похож на косинусоиду на участке от 0 до  $\pi$ , скорость сегмента примерно за первую половину временного промежутка до столкновения с рулевой колонкой увеличивается, а затем уменьшается примерно до половины максимального значения скорости. Угол отклонения от вертикали и изменение угловой скорости головы происходят по одинаковой зависимости – сначала почти незаметное отклонение назад и уменьшение скорости, после – параболическое возрастание.

В статье А. П. Фалалеева [5] графически представлено движение головы от момента торможения до полной остановки (Рис. 11).



**Рис. 11.** Нормированный график перемещения головы пассажира после начала торможения до полной остановки из [5]:  $\tau$  - время от начала торможения (с),  $x_p$  – угол отклонения головы от вертикали (рад)

Характер движения головы рассматриваемой математической модели и головы модели из статьи [Там же] схожи только лишь в том, что угол отклонения от вертикали увеличивается по параболической зависимости, которые тоже не схожи. Причиной может являться то, что упругость для рассматриваемой модели была взята «на глаз». При наличии известной упругости можно будет говорить о реальности полученных данных.

При наличии динамических и геометрических характеристик сегментов тела можно найти реакции, возникающие в «суставах», оценить их численно, сравнить с допустимыми нагрузками на тело. А также наложить новые условия торможения в виде разных ремней безопасности (дают перемещение от 1,5 до 10 см), снова оценить реакции, посмотреть, какие численные реакции еще нужно погасить, по возможности, устремить их к нулю.

#### Список литературы

1. **Маякова М. В., Теньков А. А., Кочкаров В. И.** Судебно-медицинская оценка повреждений, получаемых в салоне автомобиля живыми лицами [Электронный ресурс]. URL: [http://dspace.bsu.edu.ru/bitstream/123456789/942/1/Kochkarov%20V.I.\\_Sudeb.pdf](http://dspace.bsu.edu.ru/bitstream/123456789/942/1/Kochkarov%20V.I._Sudeb.pdf)
2. **Новописанный Е. А., Шутов А. И.** Возможности использования математического моделирования при имитации столкновения автомобилей [Электронный ресурс]. URL: [http://science-bsea.narod.ru/2011/mashin\\_2011\\_1/novopisny\\_vozmoj.htm](http://science-bsea.narod.ru/2011/mashin_2011_1/novopisny_vozmoj.htm)
3. **Новоселов А. С.** Судебно-медицинская оценка морфологических особенностей повреждений для диагностики водителя и пассажира переднего сидения при фронтальных столкновениях автомобиля [Электронный ресурс]. URL: <http://journal.forens-lit.ru/>
4. **Селуянов В. Н., Чугунова Л. Г.** Масс-инерционные характеристики сегментов тела человека // Современные проблемы биомеханики. 1992. Вып. 7. С. 124-143.
5. **Фалалеев А. П.** Оптимальная сдерживающая система для обеспечения безопасности пассажира при столкновении транспортного средства // Машиноприладобудування та транспорт. Севастополь, 2011. Вып. 118. С. 145-150.
6. **Hack G.** Исследования последствий столкновений транспортных средств // Auto, Moto and Sport. 1999. Vol. 14. P. 36-42.
7. **Horst van der Marike J.** Human Head Neck Response in Frontal, Lateral and Rear End Impact [Электронный ресурс]. URL: [www.alexandria.tue.nl/extra2/200211336.pdf](http://www.alexandria.tue.nl/extra2/200211336.pdf)
8. <http://autorambler.ru/journal/events/26.10.2009/560955162/>
9. <http://pognali.info/articles/safe/remen>
10. [http://www.autoreview.ru/archive/2008/06/chld\\_test/](http://www.autoreview.ru/archive/2008/06/chld_test/)
11. <http://www.euroncap.com/tests.aspx>
12. <http://www.hyundai-solaris.com/stati/crashtest-solaris.html>
13. <http://www.major-nissan.ru/files/resources/pdf/murano.pdf>
14. [http://www.practica.ru/Books/preview/trauma/trauma\\_IV.pdf](http://www.practica.ru/Books/preview/trauma/trauma_IV.pdf)
15. **Shu-Wen Zhou, Li-Xin Guo, Si-Qi Zhang, Chuan-Yin Tang.** Study on Cervical Spine Injuries in Vehicle Side Impact [Электронный ресурс] // The Open Mechanical Engineering Journal. 2010. № 4. P. 29-35. URL: [www.benthamscience.com/open/tomej/articles/V004/29TOMEJ.pdf](http://www.benthamscience.com/open/tomej/articles/V004/29TOMEJ.pdf)