Коротков Анатолий Васильевич

ПОЛИКВАДРАТИЧНЫЕ ФОРМЫ

Основанием для определения поликвадратичных форм является найденная раннее семимерная векторная алгебра, отличающаяся от трёхмерной векторной алгебры, в которой используется лишь понятие биквадратичных форм. При этом определены симметрические скалярные функции не только для двух векторов, но и скалярное произведение четырёх и шести векторов, а также угол и расстояние между четырьмя и шестью векторами.

Адрес статьи: www.gramota.net/materials/1/2012/10/35.html

Источник

Альманах современной науки и образования

Тамбов: Грамота, 2012. № 10 (65). C. 112-113. ISSN 1993-5552.

Адрес журнала: www.gramota.net/editions/1.html

Содержание данного номера журнала: www.gramota.net/materials/1/2012/10/

Similarly the population of infinite length number sequences for other values of s can be brought, so for $s=s_7$ these sequences look as follows.

Table 10

x_1	x_2	x_3	x_4	t				x_1	x_2	x_3	x_4	t			
154	194	194	462	559				371	468	468	1113	1347			
28	34	34	84	101				63	80	80	189	229			
14	10	10	42	47				7	12	12	21	27			
56	26	26	168	181				-21	-8	-8	-63	-67			
322	146	146	966	1039				-133	-60	-60	-399	-429			
x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	t			x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	t		
154	194	194	194	656	753			371	468	468	468	1581	1815		
28	34	34	34	118	135			63	80	80	80	269	309		
14	10	10	10	52	57			7	12	12	12	33	39		
56	26	26	26	194	207			-21	-8	-8	-8	-71	-75		
322	146	146	146	1112	1185			-133	-60	-60	-60	-459	-489		
x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	t		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	t	
154	194	194	194	194	850	947		371	468	468	468	468	2049	2283	
28	34	34	34	34	152	169		63	80	80	80	80	349	389	
14	10	10	10	10	62	67		7	12	12	12	12	45	51	
56	26	26	26	26	220	233		-21	-8	-8	-8	-8	-79	-83	
322	146	146	146	146	1258	1331		-133	-60	-60	-60	-60	-519	-549	
x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	t	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	t
154	194	194	194	194	194	1044	1141	371	468	468	468	468	468	2517	2751
28	34	34	34	34	34	186	203	63	80	80	80	80	80	429	469
14	10	10	10	10	10	72	77	7	12	12	12	12	12	57	63
56	26	26	26	26	26	246	259	-21	-8	-8	-8	-8	-8	-87	-91
322	146	146	146	146	146	1404	1477	-133	-60	-60	-60	-60	-60	-579	-609

Thus the solution of basic equation of particular theory of relativity can be found:

$t^2-(x_1^2+x_2^2+x_3^2)=\pm s^2$

as well as similar equation of octo-dimensional time-space

$t^2-(x_1^2+x_2^2+\ldots+x_7^2)=\pm s^2$

in the integers with different interval square values for time-like and space-like variants. These solutions are the base for obtaining other correlations determined by integer values t, x_i, s, such as velocity, so one can speak of quantified physical values.

Generally speaking, the construction of n-dimensional space is possible for square of interval, though these solutions won't correspond to definite vector algebra, i.e. this variant may be not admissible.

References

1. **Коротков А. В.** Элементы классификации пифагоровых чисел. Новочеркасск: Набла, 2009. 73 с.
2. **Нейдриен С.** Нанотехнологии и двойная спираль // В мире науки. 2004. № 9.
3. **Сяхович В. И.** Пифагоровы точки. Минск: Изд. центр БГУ, 2007. 288 с.

УДК 512.7
Физико-математические науки

Основанием для определения поликвадратичных форм является найденная раннее семимерная векторная алгебра, отличающаяся от трёхмерной векторной алгебры, в которой используется лишь понятие биквадратичных форм. При этом определены симметрические скалярные функции не только для двух векторов, но и скалярное произведение четырёх и шести векторов, а также угол и расстояние между четырьмя и шестью векторами.

Ключевые слова и фразы: линейное вещественное векторное пространство; скалярное произведение четырех и шести векторов; биквадратичные формы; поликвадратичные формы.

Анатолий Васильевич Коротков, к.т.н., д.ф.-м.н., доцент
Международный центр теоретической физики, г. Новочеркасск
avkorotkov1945@yandex.ru

ПОЛИКВАДРАТИЧНЫЕ ФОРМЫ©

Предпосылкой и основанием для определения поликвадратичных форм является наличие в семимерной векторной алгебре симметрических скалярных функций не только двух векторов – скалярного произведения двух векторов **(AB)**, но также четырех **(ABCD)** и шести **(ABCDEF)** векторов. При этом скалярные произведения четырех и шести векторов соответственно имеют вид:

(ABCD) = 1/3 (**(AB)(CD)** + **(BC)(AD)** + **(CA)(BD)**) И

(ABCDEF) = 1/15(**(AB)(CD)(EF)+(BC)(DE)(AF)+(CD)(EA)(BF)+**
+(DE)(AB)(CF)+(EA)(BC)(DF) +(BC)(AD)(EF)+(CD)(BE)(AF)+
+(DE)(CA)(BF)+(EA)(DB)(CF)+(AB)(EC)(DF) +(CA)(BD)(EF)+
+(DB)(CE)(AF)+(EC)(DA)(BF)+(AD)(EB)(CF)+(BE)(AC)(DF)),

а скалярные четвертая и шестая степени векторов

(AAAA) = **(AA)(AA)**

и **(AAAAAA)** = **(AA)(AA)(AA)**

определяются второй и третьей степенями скалярных квадратов векторов, т.е. в конечном итоге степенями квадратичной формы.

В линейном векторном пространстве большей размерности могут быть получены симметрические скалярные функции большего числа векторов, также определяемые произведением скалярных произведений пар векторов. Аналогичным образом соответственно должны быть определены большие степени квадратичных форм.

Биквадратичной формой назовем однородный многочлен четвертой степени от нескольких букв, образованный произведением двух однородных многочленов второй степени от тех же букв. Обозначим эти буквы через $x_1, x_2, \ldots, x_n$. В общем виде биквадратичная форма может быть записана так:

$$f^2(x_1, x_2, \ldots, x_n)=\begin{pmatrix} d_{11}x_1x_1+d_{12}x_1x_2+\ldots+d_{1n}x_1x_n+ \\ +d_{22}x_2x_2+\ldots+d_{2n}x_2x_n+ \\ \ldots\ldots\ldots \\ +d_{nn}x_nx_n \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} d_{11}x_1x_1+d_{12}x_1x_2+\ldots+d_{1n}x_1x_n+ \\ +d_{22}x_2x_2+\ldots+d_{2n}x_2x_n+ \\ \ldots\ldots\ldots \\ +d_{nn}x_nx_n \end{pmatrix}$$

Коэффициенты в этой форме записи образуют треугольную матрицу, однако эта форма записи неудобна. Если в поле (или в кольце), из которого берутся коэффициенты формы, выполнимо деление на два, то удобнее каждый недиагональный коэффициент разделить на два и записать два раза, при произведениях букв в обоих порядках. Запись примет вид:

$$f^2(x_1, x_2, \ldots, x_n)=\begin{pmatrix} a_{11}x_1x_1+a_{12}x_1x_2+\ldots+a_{1n}x_1x_n+ \\ +a_{21}x_2x_1+a_{22}x_2x_2+\ldots+a_{2n}x_2x_n+ \\ \ldots\ldots\ldots \\ +a_{n1}x_nx_1+a_{n2}x_nx_2+\ldots+a_{nn}x_nx_n \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} a_{11}x_1x_1+a_{12}x_1x_2+\ldots+a_{1n}x_1x_n+ \\ +a_{21}x_2x_1+a_{22}x_2x_2+\ldots+a_{2n}x_2x_n+ \\ \ldots\ldots\ldots \\ +a_{n1}x_nx_1+a_{n2}x_nx_2+\ldots+a_{nn}x_nx_n \end{pmatrix},$$

причем $a_{ij}=a_{ji}$. Такую запись биквадратичной формы назовем правильной.

Матрица $A = \begin{Vmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & a_{n2} & \ldots & a_{nn} \end{Vmatrix}$ является матрицей квадратичной формы.

Она симметрична, т.е. $A^т=A$.

Биквадратичная форма может быть записана более компактно, если использовать матричные обозначения. Вынося x_i из i-той строки, получим

$f^2(x_1, x_2, \ldots, x_n)= (X^тAX)*(X^тAX)$,

где через X обозначена матрица-столбец $(x_1, x_2, \ldots, x_n)^т$, а через $X^тAX$ – квадратичная форма $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$.

Пусть в биквадратичной форме $f^2(x_1, x_2, \ldots, x_n)= (X^тAX)*(X^тAX)$ делается линейное преобразование переменных с невырожденной матрицей: X=BY. Тогда биквадратичная форма от букв $x_1, x_2, \ldots, x_n$ преобразуется в биквадратичную форму от букв $y_1, y_2,\ldots, y_n$ (компонент столбца Y), а именно в $f_1^2(Y)=Y^т(B^тAB)Y*Y^т(B^тAB)Y$.

Покажем, что форма $f_1^2(Y)$ автоматически получилась правильно записанной. Для этого достаточно убедиться в том, что матрица $B^тAB$ симметрична, что легко проверяется:

$(B^тAB)^т = B^тAB$.

Отметим, что квадратичная форма $f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = X^тAX$ линейным преобразованием переменных X=BY приводится к каноническому виду:

$B^TAB = \mathrm{diag.}\ (b_1, b_2, \ldots, b_n)$. Если к тому же квадратичная форма положительно определена, т.е. коэффициенты b_i положительны, то преобразованием Y=CZ, где $C = \mathrm{diag.}\ (b_1^{-1/2}, b_2^{-1/2}, \ldots, b_n^{-1/2})$, квадратичная форма приводится к сумме квадратов букв, а биквадратичная – к ее квадрату, т.е.

$f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = X^тAX = Y^T(B^TAB)Y = Z^TC^T(B^TAB)CZ = z_1^2 + z_2^2 +\ldots+ z_n^2$

и следовательно

$f^2(x_1, x_2, \ldots, x_n) = (f(x_1, x_2, \ldots, x_n))^2 = (z_1^2 + z_2^2 +\ldots+ z_n^2)^2$

Аналогичным образом можно построить триквадратичную форму:

$f^3(x_1, x_2, \ldots, x_n) = (f(x_1, x_2, \ldots, x_n))^3 = (z_1^2 + z_2^2 +\ldots+ z_n^2)^3$

Вообще для поликвадратичной формы при тех же допущениях имеем:

$f^к(x_1, x_2, \ldots, x_n) = (f(x_1, x_2, \ldots, x_n))^к = (z_1^2 + z_2^2 +\ldots+ z_n^2)^к$,

при этом $2к \le n$.

Отметим, что с помощью полилинейных скалярных функций – скалярных произведений *n* векторов, можно определять многогранные углы многомерных геометрических фигур, например, так:

$\mathrm{Cos}(\mathbf{A}_1,\mathbf{A}_2,\ldots,\mathbf{A}_n) = (\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2\ldots\mathbf{A}_n)/|\mathbf{A}_1||\mathbf{A}_2|\ldots|\mathbf{A}_n|$

Список литературы

1. **Фаддеев Д. К.** Лекции по алгебре. М.: Наука (Главная редакция физико-математической литературы), 1984.