

Жежеря Николай Илларионович

ОПРЕДЕЛЕНИЕ Z-ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ПЕРЕДАТОЧНЫХ ФУНКЦИЙ С ДИНАМИЧЕСКИМИ ЗВЕНЬЯМИ ПЕРВОГО ПОРЯДКА УПРАВЛЯЕМЫХ ПРОЦЕССОВ С ФИКСАТОРОМ НУЛЕВОГО ПОРЯДКА ЦИФРОВЫХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

В цифровых системах автоматического управления выделяются управляемые процессы. Рассматриваются управляемые процессы с передаточными функциями, состоящими из двух-пяти динамических апериодических звеньев первого порядка и интегрирующего звена с фиксатором нулевого порядка. Передаточные функции управляемых процессов с фиксаторами разложены на алгебраические суммы простых слагаемых. Для каждой передаточной функции управляемого процесса с фиксатором определено z-преобразование.

Адрес статьи: www.gramota.net/materials/1/2012/12-2/8.html

Статья опубликована в авторской редакции и отражает точку зрения автора(ов) по рассматриваемому вопросу.

Источник

Альманах современной науки и образования

Тамбов: Грамота, 2012. № 12 (67): в 2-х ч. Ч. II. С. 33-44. ISSN 1993-5552.

Адрес журнала: www.gramota.net/editions/1.html

Содержание данного номера журнала: www.gramota.net/materials/1/2012/12-2/

© Издательство "Грамота"

Информация о возможности публикации статей в журнале размещена на Интернет сайте издательства: www.gramota.net

Вопросы, связанные с публикациями научных материалов, редакция просит направлять на адрес: almanac@gramota.net

Расчетный удельный расход за отопительный период, МДж/м²:

$$q_h^{des} = Q_h^y / A_h, \quad (4)$$

где Q_h^y – расход тепловой энергии на отопление здания в течение отопительного периода, МДж;
 A_h – отапливаемая площадь здания, м².

Результаты сравнения приведены на Рис. 4 (а, б).

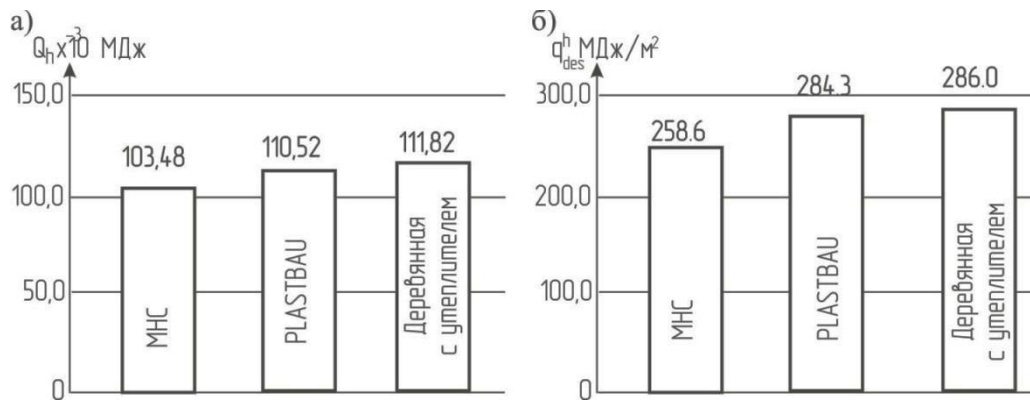


Рис. 4. Оценка энергоэффективности малоэтажных зданий: а - общие теплотери здания за отопительный период, МДж; б - расчетный удельный расход за отопительный период, МДж/м²

Таким образом, использование в малоэтажных зданиях конструкции МНС приведет к сокращению теплотерь через стены до 50%, общих теплотерь здания за отопительный период до 9% и позволит снизить удельный расход тепловой энергии за отопительный период до 12%.

Список литературы

1. Гилязидинова Н. В., Рудковская Н. Ю., Санталова Т. Н. Использование шлакопено стекла в малоэтажном домостроении // Альманах современной науки и образования. Тамбов: Грамота, 2009. № 6 (25). С. 48-49.
2. Емельянова Т. А., Денисова А. П. Малоэтажные жилые дома из местных строительных материалов // Гражданское строительство. 2011. № 41. С. 34-35.
3. Патент № 98441. РФ. Многослойный строительный элемент / Т. А. Емельянова, А. П. Денисова // БИ. 2010. № 29.
4. СНиП 23-01-99*. Строительная климатология: введ. 01.01.2000. М.: Госстрой России, 2000.
5. СНиП 23-02-2003. Тепловая защита зданий: введ. 01.10.2003. М.: АО «ЦПИТЭС ЦНИИСК», 2003.
6. Широков Е. И. Экодом нулевого энергопотребления: реальный шаг к устойчивому развитию // Архитектура и строительство России. 2009. № 2.

УДК 681.5:62-5

Технические науки

В цифровых системах автоматического управления выделяются управляемые процессы. Рассматриваются управляемые процессы с передаточными функциями, состоящими из двух-пяти динамических аperiodических звеньев первого порядка и интегрирующего звена с фиксатором нулевого порядка. Передаточные функции управляемых процессов с фиксаторами разложены на алгебраические суммы простых слагаемых. Для каждой передаточной функции управляемого процесса с фиксатором определено z-преобразование.

Ключевые слова и фразы: цифровая система автоматического управления; передаточная функция; z-преобразование; аperiodическое звено первого порядка; интегрирующее звено; фиксатор нулевого порядка.

Николай Илларионович Жежера, д.т.н., профессор

Кафедра систем автоматизации производства

Оренбургский государственный университет

nik-gegera@rambler.ru

ОПРЕДЕЛЕНИЕ Z-ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ПЕРЕДАТОЧНЫХ ФУНКЦИЙ С ДИНАМИЧЕСКИМИ ЗВЕНЬЯМИ ПЕРВОГО ПОРЯДКА УПРАВЛЯЕМЫХ ПРОЦЕССОВ С ФИКСАТОРОМ НУЛЕВОГО ПОРЯДКА ЦИФРОВЫХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ[©]

Принципиальная схема автоматизации установки пиролиза изношенных шин с теплообменниками в реакторе и питающем бункере приведена на Рисунке 1 [9, с. 42; 11, с. 33]. Эта схема содержит: бункер 1 загрузки изношенных шин, обогреваемый бункер 2, теплообменник 3 подогрева атмосферного воздуха, подаваемого в топку реактора, дымовыми газами, отводимыми в атмосферу, вентилятор 4 отвода дымовых газов

в атмосферу, устройство 5 вывода управляющих сигналов на электрические исполнительные механизмы и электродвигатели, датчик 6 уровня изношенных шин в обогреваемом бункере 2, конвейер скребковый 7, вентилятор 8 отвода пиролизного газа из верхней части реактора 21, конденсатор 9 жидкостной фракции из пиролизного газа, клапан 10 подачи пиролизного газа внешним потребителям, заслонку 11 загрузки изношенных шин в реактор 21, датчик 12 уровня изношенных шин, заслонки регулирующие 13, 26 и 27, датчик 14 расхода пиролизного газа, расходомер 15 для оценки динамического расхода газа [10, с. 47] в горизонтальной плоскости в массе изношенных шин в реакторе, теплообменник 16, установленный внутри реактора для нагревания крошки изношенных шин, труба 17 в виде кольца с отверстиями в верхней части для подвода рециркулируемого газа в крошку изношенных шин и расположенная в нижней части реактора, устройства 28 и 34 вывода управляющих сигналов на электрические исполнительные механизмы и электродвигатели, шнековый конвейер 29, заслонку 30 выгрузки твёрдого остатка пиролиза изношенных шин из реактора, вентилятор 31 подачи части пиролизного газа в реактор на рециркуляцию и в топку 18 реактора на сжигание, устройство связи с объектом 32, управляющую вычислительную машину (УВМ) 33.

Автоматизированная установка пиролиза изношенных шин с теплообменниками в реакторе и питающем бункере содержит следующие системы: систему автоматического управления давлением и амплитудой переменного давления в реакторе путём изменения подвода рециркулируемых газов в нижнюю часть этого реактора (элементы 21, 22, 23, 32, 33, 34, ИМ4, 26, 25); систему автоматического регулирования уровня материала в реакторе (элементы 12, 23, 32, 33, 32, 5, ИМ1, 11, 21); систему автоматического управления выгрузкой твёрдого остатка пиролиза из нижней части реактора (элементы 24, 23, 32, 33, 32, 28, М4, 29, ИМ5, 30); систему автоматического регулирования температуры пиролиза изношенных шин в реакторе путём изменения подвода части пиролизного газа в топку 18 (элементы 20, 23, 32, 33, 32, 34, ИМ3, 27, 18, 16, 21); систему автоматического регулирования уровня материала в обогреваемом бункере 2 (элементы 6, 23, 32, 33, 32, 5, М1, 7, 2); системы автоматического контроля расхода пиролизных газов, выходящих из верхней части реактора (элементы 14, 23, 32, 33) и динамического расхода рециркулируемых газов в реакторе (элементы 21, 15, 23, 32, 33); системы дистанционного управления регулирующей заслонкой 13 (элементы 33, 32, 34, ИМ2, 13) и вентиляторами 4, 8 и 31 (элементы 33, 32, 34, М2, 4, М3, 8, М5, 31).

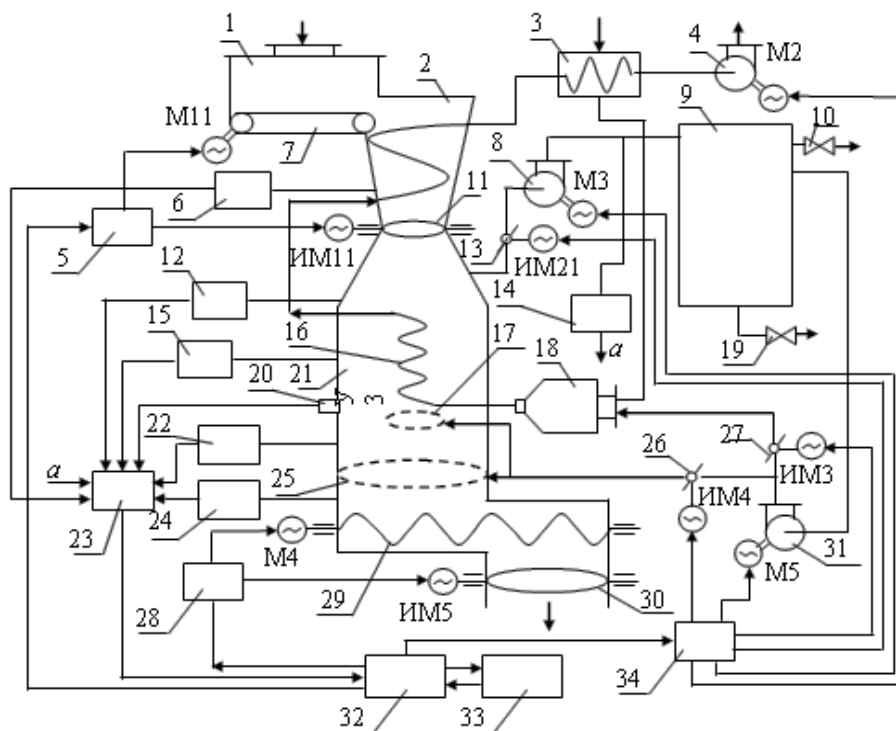


Рис. 1. Принципиальная схема автоматизации установки пиролиза изношенных шин с теплообменниками в реакторе и питающем бункере

Система автоматического управления давлением газов в реакторе 21 путём изменения подвода рециркулируемых газов в нижнюю часть реактора предназначена для поддержания периодически изменяемого давления рециркулируемых газов пиролиза в реакторе в пределах 20-40% от номинального значения. Давление воспринимается и преобразуется в электрический аналоговый сигнал с помощью преобразователя 22 типа Метран-22. Сигнал поступает в управляющую вычислительную машину 33 через усилитель 23 и устройство связи с объектом 32. В соответствии с полученным сигналом от датчика и заданной программой УВМ выдаёт управляющий сигнал на исполнительный механизм ИМ4 регулирующего органа 26 через усилитель 34.

Функциональная схема системы автоматического управления (САУ) давлением газов в реакторе пиролиза изношенных шин при переменном давлении рециркулируемых газов приведена на Рисунке 2.

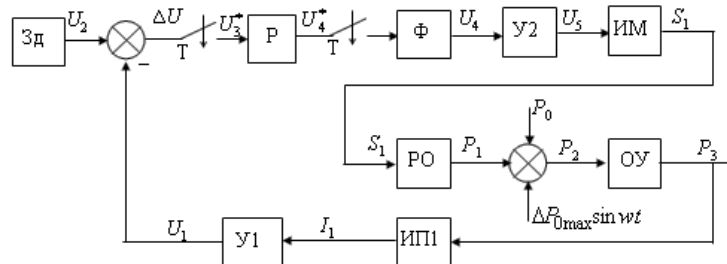


Рис. 2. Функциональная схема САУ давлением газов в реакторе пиролиза изношенных шин при переменном давлении рециркулируемых газов: ИП1 - измерительный преобразователь давления типа Метран-22; У1, У2 - усилители; Зд - датчик; Т - квантователь; Р - цифровой регулятор; Ф - фиксатор; ИМ - исполнительный механизм; РО - регулирующий орган; ОУ - объект управления

Функциональные элементы на Рисунке 2 соответствуют следующим позициям из Рисунка 1: ИП1 (измерительный преобразователь давления типа Метран-22) - 22; У1, У2 (усилители) - 23, 34; Зд (датчик регулируемой величины) - входит в 33; Т (квантователь) - входит в 32; Р (цифровой регулятор) - 33; Ф (фиксатор) - входит в 32; ИМ (исполнительный механизм) - ИМ4; РО (регулирующий орган) - 26; ОУ (объект управления) - 21, 25.

Сигналы на функциональной схеме (Рисунок 2) имеют следующие наименования: P_1 - давление в реакторе пиролиза изношенных шин, Па; I_1 - ток на выходе измерительного преобразователя ИП1, А; U_1 - напряжение на выходе усилителя У1, В; U_2 - напряжение на выходе датчика Зд, В; ΔU - разность напряжений, поступающих от усилителя У1 и датчика Зд, В; U_3^* - дискретный сигнал по напряжению на входе регулятора Р, В; U_4^* - дискретный сигнал по напряжению на выходе регулятора Р, В; U_4 - напряжение на выходе фиксатора Ф, В; U_5 - напряжение на выходе усилителя У2, В; S_1 - перемещение регулирующего дискового затвора, м; P_1 - давление на выходе регулирующего органа, Па; P_0 - статическое давление в объекте управления, подводимое в реактор, Па; $\Delta P_{0\max} \sin \omega t$ - давление в объекте управления, создаваемое при периодических возмущениях, Па; P_2 - общее давление, подводимое в объект управления, Па.

На Рисунке 3 приведена функциональная схема управляемого процесса [5; 8, с. 106; 12] САУ давлением газов в реакторе пиролиза изношенных шин при переменном давлении рециркулируемых газов, который объединяет часть элементов схемы, представленной на Рисунке 2.

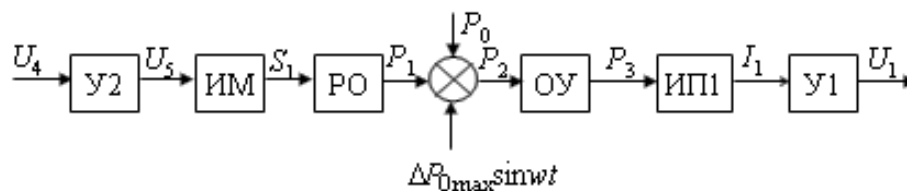


Рис. 3. Функциональная схема управляемого процесса САУ давлением газов в реакторе пиролиза изношенных шин при переменном давлении рециркулируемых газов

Объект управления (ОУ), в соответствии со схемами, представленными на Рисунках 1, 2 и 3, входят труба 25 в виде кольца с отверстиями в верхней части для подвода рециркулируемых газов в крошку изношенных шин и расположенная в нижней части реактора 21 и реактор. Математические описания устройств и процессов как объектов систем автоматического управления рассмотрены в работах [3, с. 39; 4, с. 49; 6, с. 58; 7, с. 49].

На основании теоретических положений, рассмотренных применительно к Рисунку 3, на Рисунке 4 представлена структурная схема управляемого процесса САУ давлением газов в реакторе пиролиза изношенных шин с использованием датчика давления (ИП1) с передаточной функцией $\kappa_1 / (T_1^2 s^2 + 2T_1 \xi_1 s + 1)$, электрического моторного исполнительного механизма κ_4 / s , объекта автоматического управления (ОУ) $\kappa_6 / (T_a + \kappa_7)$, регулирующего органа (РО) κ_5 , и усилителей κ_2 и κ_3 .

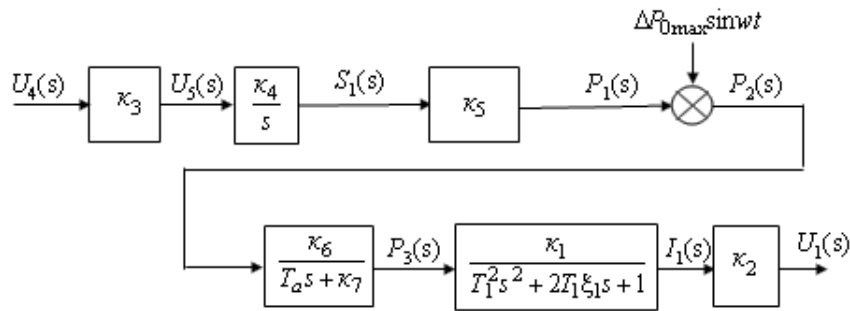


Рис. 4. Структурная схема управляемого процесса САУ давлением газов в реакторе пиролиза изношенных шин

На Рисунке 5 приведена общая структурная схема дискретной САУ давлением газов в реакторе пиролиза изношенных шин при переменном давлении рециркулируемых газов (применительно к функциональной схеме, представленной на Рисунке 2).

На Рисунке 5 представлены: $G_p(s)$ - передаточная функция цифрового регулятора; $G_{ho}(s)$ - передаточная функция фиксатора Φ на Рисунке 2 (экстраполятора нулевого порядка); $G_{yn}(s)$ - передаточная функция управляемого процесса, функциональная схема которого приведена на Рисунке 3; $U_2(s)$ - управляющий сигнал от задатчика, В; $U_3^*(s)$, $U_4^*(s)$ - дискретные сигналы на входе и выходе цифрового регулятора, В; $U_1(s)$ - выходной сигнал САУ давления газа - напряжение на выходе усилителя напряжения, подключенного к выходу измерительного преобразователя ИП1 (Рисунок 3), В; $U_4(s)$ - аналоговый сигнал напряжения на выходе фиксатора нулевого порядка, В.

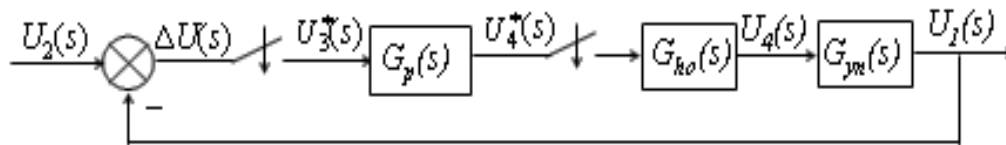


Рис. 5. Структурная схема цифровой системы автоматического управления давлением газов в реакторе пиролиза изношенных шин при переменном давлении рециркулируемых газов

Передаточная функция управляемого процесса $G_{yn}(s)$, согласно структурной схеме (Рисунок 4) САУ давлением газов в реакторе пиролиза изношенных шин (применительно к функциональной схеме, представленной на Рисунке 3), имеет вид

$$G_{yn}(s) = \frac{\kappa_1 \kappa_2 \kappa_3 \kappa_4 \kappa_5 \kappa_6}{(T_1^2 s^2 + 2\xi_1 T_1 s + 1) \cdot s \cdot (T_a s + \kappa_7)}. \quad (1)$$

Теоретически установлены следующие значения параметров: $T_1=0,2$ с, $\xi_1=4,812$, $\kappa_1=0,16 \cdot 10^{-7}$ А/Па - постоянная времени, коэффициент демпфирования и коэффициент преобразования измерительного преобразователя давления Метран-22 [2, с. 35]; $\kappa_2=10^6$ В/А - коэффициент усиления по мощности электрического усилителя, установленного перед исполнительным механизмом; $\kappa_3=10^7$ В/В; $\kappa_4=0,0005$ рад/В; $\kappa_5=0,08$ (м³/с)/рад; $\kappa_6=1$ (м³/с)/Па; $\kappa_7=1,11$; $T_a=0,06$ с - коэффициенты преобразования и постоянная времени объекта управления.

Передаточная функция датчика давления как динамического звена второго порядка в соответствии с Рисунком 4 имеет вид $W_1(s) = \kappa_1 / (T_4 s^2 + 2\xi_1 T_1 s + 1)$. Однако это динамическое звено в зависимости от значений T_1 и ξ_1 превращается в колебательное звено или в два последовательно соединенных аperiodических звена первого порядка с передаточной функцией

$$W_1(s) = \frac{\kappa_1}{(T_4 + 1)(T_5 + 1)}.$$

Приравнявая знаменатели колебательного звена и аperiodического звена второго порядка, получим $T_4=0,021$ и $T_5=1,903$. Принимаем, что $T_a / \kappa_7 = T_3$ и $T_3=0,06 / 1,11=0,054$, $\kappa_1 \kappa_2 \kappa_3 \kappa_4 \kappa_5 \kappa_6 / \kappa_7 = \kappa_8 = \kappa_0$, $\kappa_0=5,8$, тогда формула (1) принимает вид

$$G_{yn}(s) = \frac{\kappa_0}{s \cdot (T_3 s + 1)(T_4 + 1)(T_5 + 1)}. \quad (2)$$

Управляемый процесс $G_{yn}(z)$, согласно Рисунку 5, с фиксатором нулевого порядка [12]

$$G_{ho}(s) = (1 - e^{-Ts})/s \text{ или } G_{ho}(z) = 3 \left[(1 - z^{-1}) / \right] \quad (3)$$

принимает вид

$$G_{ho} G_{yn}(z) = \frac{k_0(z-1)}{z} 3 \left[\frac{1}{s^2(T_3+1)(T_4+1)(T_5+1)} \right]. \quad (4)$$

Чтобы провести z-преобразование выражения (4), необходимо вначале частное в квадратных скобках разложить на алгебраическую сумму простых выражений. Проведем разложение на алгебраическую сумму простых слагаемых более общего для систем автоматического управления выражения, которое содержит пять аperiodических звеньев первого порядка и интегрирующее звено

$$\frac{1}{s^2(T_1+1)(T_2+1)(T_3+1)(T_4+1)(T_5+1)}, \quad (5)$$

принимая для рассматриваемого выше примера, что $T_3 = T_1$, $T_4 = T_2$ и $T_5 = T_3$.

Разложение выражения (5) на алгебраическую сумму простых слагаемых проведем поочередно для выражений $1/s^2(T_1+1)(T_2+1)$, $1/s^2(T_1+1)(T_2+1)(T_3+1)$, $1/s^2(T_1+1)(T_2+1)(T_3+1)(T_4+1)$ и $1/s^2(T_1+1)(T_2+1)(T_3+1)(T_4+1)(T_5+1)$, чтобы охватить значительное количество реальных систем автоматического управления. Передаточные функции рассматриваемых управляемых процессов содержат интегрирующее звено с передаточной функцией $1/s$ и аperiodические звенья первого порядка, имеющие передаточную функцию $1/(T+1)$. Второе s в знаменателе в формуле (5) появляется от последовательно соединенного с управляемым процессом фиксатора нулевого порядка, который имеет передаточную функцию (3).

1. Разложение на алгебраическую сумму простых слагаемых выражения $1/s^2(T_1+1)(T_2+1)$

$$\begin{aligned} \frac{1}{s^2(T_1+1)(T_2+1)} &= \frac{1}{(T_1+1)} \cdot \frac{1}{(T_2+1)} = \left[\frac{1}{s} - \frac{T_1}{(T_1+1)} \right] \cdot \left[\frac{1}{s} - \frac{T_2}{(T_2+1)} \right] = \\ &= \left[\frac{1}{s^2} - \frac{1}{s} \frac{T_2}{(T_2s+1)} - \frac{1}{s} \frac{T_1}{(T_1+1)} + \frac{T_1}{(T_1+1)} \cdot \frac{T_2}{(T_2+1)} \right] = \\ &= \left[\frac{1}{s^2} - T_2 \left(\frac{1}{s} - \frac{T_2}{(T_2s+1)} \right) - T_1 \left(\frac{1}{s} - \frac{T_1}{(T_1+1)} \right) + \left(\frac{T_1}{(T_1+1)} - \frac{T_2}{(T_2+1)} \right) \left(\frac{1}{(T_1-T_2)} \right) \right] = \\ &= \left[\frac{1}{s^2} - \frac{(T_1+T_2)}{s} + \frac{T_2^2}{(T_2s+1)} + \frac{T_1^2}{(T_1+1)} + \frac{1}{(T_1-T_2)} \frac{T_1}{(T_1+1)} - \frac{1}{(T_1-T_2)} \frac{T_2}{(T_2+1)} \right] = \\ &= \left[\frac{1}{s^2} - \frac{(T_1+T_2)}{s} + \left(\frac{T_2^2}{(T_2s+1)} - \frac{1}{(T_1-T_2)} \frac{T_2}{(T_2+1)} \right) + \left(\frac{T_1^2}{(T_1+1)} + \frac{1}{(T_1-T_2)} \frac{T_1}{(T_1+1)} \right) \right] = \\ &= \left[\frac{1}{s^2} - \frac{(T_1+T_2)}{s} + \frac{T_2}{(T_2s+1)} \cdot \frac{(T_1T_2 - T_2^2 - 1)}{(T_1-T_2)} + \frac{T_1}{(T_1+1)} \cdot \frac{(T_1^2 - T_1T_2 - 1)}{(T_1-T_2)} \right] = \\ &= \left[\frac{1}{s^2} - \frac{(T_1+T_2)}{s} + \frac{(T_1^2 - T_1T_2 - 1)}{(T_1-T_2)} \cdot \frac{T_1}{(T_1+1)} + \frac{(T_1T_2 - T_2^2 - 1)}{(T_1-T_2)} \cdot \frac{T_2}{(T_2+1)} \right]. \end{aligned}$$

Таким образом, для выражения с двумя аperiodическими звеньями первого порядка и интегрирующим звеном алгебраическая сумма простых слагаемых имеет следующий вид

$$\frac{1}{s^2(T_1+1)(T_2+1)} = \frac{1}{s^2} - \frac{(T_1+T_2)}{s} + \frac{(T_1^2 - T_1T_2 - 1)}{(T_1-T_2)} \cdot \frac{T_1}{(T_1+1)} + \frac{(T_1T_2 - T_2^2 - 1)}{(T_1-T_2)} \cdot \frac{T_2}{(T_2+1)}. \quad (6)$$

Введем коэффициенты

$$K_1 = \frac{(T_1^2 - T_1T_2 - 1)}{(T_1 - T_2)}, \quad K_2 = \frac{(T_1T_2 - T_2^2 - 1)}{(T_1 - T_2)}. \quad (7)$$

С учетом этих коэффициентов выражение (6) принимает вид

$$\frac{1}{s^2(T_1+1)(T_2+1)} = \frac{1}{s^2} - \frac{(T_1+T_2)}{s} + K_1 \cdot \frac{T_1}{(T_1+1)} + K_2 \cdot \frac{T_2}{(T_2+1)}. \quad (8)$$

Z-преобразование передаточных функций систем автоматического управления, представленных в виде простых слагаемых, проводится в данной работе с использованием таблиц перехода от изображений по Лапласу к z-преобразованиям [1]. Например, изображение по Лапласу, имеющее вид $1/s^2$, соответствует

z -преобразованию $Tz/(z-1)^2$, где s - оператор Лапласа (в некоторых книгах обозначается буквой p), z - оператор z -преобразования, T - время квантования непрерывного сигнала после преобразования его в дискретный сигнал, с.

Z -преобразование выражения (8) как передаточной функции управляемого процесса с фиксатором нулевого порядка имеет вид

$$\begin{aligned} G_{ho}G_{yn}(z) &= \frac{\kappa_0(z-1)}{z} \cdot 3 \left[\frac{1}{s^2(T_1+1)(T_2+1)} \right] = \frac{\kappa_0(z-1)}{z} \cdot 3 \left[\frac{1}{s^2} - \frac{(T_1+T_2)}{s} + K_1 \cdot \frac{T_1}{(T_1+1)} + K_2 \cdot \frac{T_2}{(T_2+1)} \right] = \\ &= \frac{\kappa_0(z-1)}{z} \cdot 3 \left[\frac{1}{s^2} - \frac{(T_1+T_2)}{s} + K_1 \cdot \frac{1}{\left(s + \frac{1}{T_1}\right)} + K_2 \cdot \frac{1}{\left(s + \frac{1}{T_2}\right)} \right] = \\ &= \frac{\kappa_0(z-1)}{z} \cdot \left[\frac{Tz}{(z-1)^2} - \frac{(T_1+T_2)z}{(z-1)} + K_1 \cdot \frac{z}{\left(z - e^{-\frac{1}{T_1}T}\right)} + K_2 \cdot \frac{z}{\left(z - e^{-\frac{1}{T_2}T}\right)} \right], \end{aligned} \quad (9)$$

где T - период квантования непрерывного сигнала, с.

2. Разложение на алгебраическую сумму простых слагаемых выражения $1/s^2(T_1+1)(T_2+1)(T_3+1)$

$$\begin{aligned} \frac{1}{s^2(T_1+1)(T_2+1)(T_3+1)} &= \left[\frac{1}{s^2} - \frac{(T_1+T_2)}{s} + K_1 \cdot \frac{T_1}{(T_1+1)} + K_2 \cdot \frac{T_2}{(T_2+1)} \right] \cdot \frac{1}{(T_3+1)} = \\ &= \left[\frac{1}{s^2} \frac{1}{(T_3+1)} - \frac{(T_1+T_2)}{(T_3+1)} \frac{1}{(T_3+1)} + K_1 \cdot \frac{T_1}{(T_1+1)} \frac{1}{(T_3+1)} + K_2 \cdot \frac{T_2}{(T_2+1)} \frac{1}{(T_3+1)} \right] = \\ &= \left[\left(\frac{s}{s^2} - \frac{T_3}{(T_3+1)} \right) \frac{1}{(T_3+1)} - \frac{(T_1+T_2)}{(T_3+1)} \frac{1}{(T_3+1)} + K_1 \cdot \frac{T_1}{(T_1+1)} \frac{1}{(T_3+1)} + K_2 \cdot \frac{T_2}{(T_2+1)} \frac{1}{(T_3+1)} \right] = \\ &= \left[\frac{1}{s^2} - \frac{T_3}{s(T_3+1)} - \frac{(T_1+T_2)}{(T_3+1)} + K_1 \cdot \frac{T_1}{(T_1+1)} \frac{1}{(T_3+1)} + K_2 \cdot \frac{T_2}{(T_2+1)} \frac{1}{(T_3+1)} \right] = \\ &= \left[\frac{1}{s^2} - (T_3+T_2+T_1) \frac{1}{s(T_3+1)} + K_1 T_1 \cdot \frac{1}{(T_1+1)} \frac{1}{(T_3+1)} + K_2 T_2 \cdot \frac{1}{(T_2+1)} \frac{1}{(T_3+1)} \right] = \\ &= \left[\frac{1}{s^2} - (T_3+T_2+T_1) \left(\frac{1}{s} - \frac{T_3}{(T_3+1)} \right) + \frac{K_1 T_1}{(T_1-T_3)} \cdot \left(\frac{T_1}{(T_1+1)} - \frac{T_3}{(T_3+1)} \right) + \frac{K_2 T_2}{(T_2-T_3)} \cdot \left(\frac{T_2}{(T_2+1)} - \frac{T_3}{(T_3+1)} \right) \right] = \\ &= \left[\frac{1}{s^2} - \frac{(T_3+T_2+T_1)}{s} + \frac{T_3(T_3+T_2+T_1)}{(T_3+1)} + \frac{K_1 T_1}{(T_1-T_3)} \cdot \left(\frac{T_1}{(T_1+1)} - \frac{T_3}{(T_3+1)} \right) + \frac{K_2 T_2}{(T_2-T_3)} \cdot \left(\frac{T_2}{(T_2+1)} - \frac{T_3}{(T_3+1)} \right) \right] = \\ &= \left[\frac{1}{s^2} - \frac{(T_3+T_2+T_1)}{s} + \frac{T_3(T_3+T_2+T_1)}{(T_3+1)} + \frac{K_1 T_1}{(T_1-T_3)} \cdot \left(\frac{T_1}{(T_1+1)} - \frac{T_3}{(T_3+1)} \right) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{K_2 T_2}{(T_2-T_3)} \cdot \left(\frac{T_2}{(T_2+1)} - \frac{T_3}{(T_3+1)} \right) \right] = \\ &= \left[\frac{1}{s^2} - \frac{(T_3+T_2+T_1)}{s} + \frac{T_3(T_3+T_2+T_1)}{(T_3+1)} + \frac{K_1 T_1}{(T_1-T_3)} \cdot \frac{T_1}{(T_1+1)} - \frac{K_1 T_1}{(T_1-T_3)} \cdot \frac{T_3}{(T_3+1)} + \right. \\ &\quad \left. \frac{K_2 T_2}{(T_2-T_3)} \cdot \frac{T_2}{(T_2+1)} - \frac{K_2 T_2}{(T_2-T_3)} \cdot \frac{T_3}{(T_3+1)} \right] = \\ &= \left[\frac{1}{s^2} - \frac{(T_3+T_2+T_1)}{s} + \frac{K_1 T_1}{(T_1-T_3)} \cdot \frac{T_1}{(T_1+1)} + \frac{K_2 T_2}{(T_2-T_3)} \cdot \frac{T_2}{(T_2+1)} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{T_3(T_3+T_2+T_1)}{(T_3+1)} - \frac{K_2 T_2}{(T_2-T_3)} \cdot \frac{T_3}{(T_3+1)} - \frac{K_1 T_1}{(T_1-T_3)} \cdot \frac{T_3}{(T_3+1)} \right] = \end{aligned}$$

$$= \left[\frac{1}{s^2} - \frac{(T_3 + T_2 + T_1)}{s} + \frac{K_1 T_1}{(T_1 - T_3)} \cdot \frac{T_1}{(T_1 + 1)} + \frac{K_2 T_2}{(T_2 - T_3)} \cdot \frac{T_2}{(T_2 + 1)} + \left((T_3 + T_2 + T_1) - \frac{K_1 T_1}{(T_1 - T_3)} - \frac{K_2 T_2}{(T_2 - T_3)} \right) \cdot \frac{T_3}{(T_3 + 1)} \right].$$

Введем коэффициенты

$$K_3 = \frac{K_1 T_1}{(T_1 - T_3)}, \quad K_4 = \frac{K_2 T_2}{(T_2 - T_3)}, \quad K_5 = (T_3 + T_2 + T_1) - \frac{K_1 T_1}{(T_1 - T_3)} - \frac{K_2 T_2}{(T_2 - T_3)} \quad (10)$$

или

$$K_5 = (T_3 + T_2 + T_1) - K_3 - K_4. \quad (11)$$

Таким образом, для выражения с тремя апериодическими звеньями первого порядка и интегрирующим звеном алгебраическая сумма простых слагаемых имеет следующий вид

$$\frac{1}{s^2 (T_1 + 1)(T_2 + 1)(T_3 + 1)} = \frac{1}{s^2} - \frac{(T_3 + T_2 + T_1)}{s} + K_3 \cdot \frac{T_1}{(T_1 + 1)} + K_4 \cdot \frac{T_2}{(T_2 + 1)} + K_5 \cdot \frac{T_3}{(T_3 + 1)}. \quad (12)$$

Z-преобразование выражения (12) как передаточной функции управляемого процесса с фиксатором нулевого порядка имеет вид

$$\begin{aligned} G_{ho} G_{yn}(z) &= \frac{\kappa_0 (z-1)}{z} \mathcal{Z} \left[\frac{1}{s^2 (T_1 + 1)(T_2 + 1)(T_3 + 1)} \right] = \\ &= \frac{\kappa_0 (z-1)}{z} \mathcal{Z} \left[\frac{1}{s^2} - \frac{(T_3 + T_2 + T_1)}{s} + K_3 \cdot \frac{T_1}{(T_1 + 1)} + K_4 \cdot \frac{T_2}{(T_2 + 1)} + K_5 \cdot \frac{T_3}{(T_3 + 1)} \right] = \\ &= \frac{\kappa_0 (z-1)}{z} \mathcal{Z} \left[\frac{1}{s^2} - \frac{(T_3 + T_2 + T_1)}{s} + K_3 \cdot \frac{1}{\left(s + \frac{1}{T_1}\right)} + K_4 \cdot \frac{1}{\left(s + \frac{1}{T_2}\right)} + K_5 \cdot \frac{1}{\left(s + \frac{1}{T_3}\right)} \right] = \\ &= \frac{\kappa_0 (z-1)}{z} \cdot \left[\frac{Tz}{(z-1)^2} - \frac{(T_3 + T_2 + T_1)z}{(z-1)} + \frac{K_3 z}{\left(z - e^{-\frac{1}{T_1} T}\right)} + \frac{K_4 z}{\left(z - e^{-\frac{1}{T_2} T}\right)} + \frac{K_5 z}{\left(z - e^{-\frac{1}{T_3} T}\right)} \right]. \quad (13) \end{aligned}$$

3. Разложение на алгебраическую сумму простых слагаемых выражения
 $1/s^2 (T_1 + 1)(T_2 + 1)(T_3 + 1)(T_4 + 1)$

$$\begin{aligned} &\frac{1}{s^2 (T_1 + 1)(T_2 + 1)(T_3 + 1)(T_4 + 1)} = \\ &= \left[\frac{1}{s^2} - \frac{(T_3 + T_2 + T_1)}{s} + K_3 \cdot \frac{T_1}{(T_1 + 1)} + K_4 \cdot \frac{T_2}{(T_2 + 1)} + K_5 \cdot \frac{T_3}{(T_3 + 1)} \right] \cdot \left(\frac{1}{(T_4 + 1)} \right) = \\ &= \left[\frac{1}{s^2} \frac{1}{(T_4 + 1)} - \frac{(T_3 + T_2 + T_1)}{(T_4 + 1)} + K_3 \cdot \frac{T_1}{(T_1 + 1)} \frac{1}{(T_4 + 1)} + K_4 \cdot \frac{T_2}{(T_2 + 1)} \frac{1}{(T_4 + 1)} + K_5 T_3 \frac{1}{(T_3 + 1)} \frac{1}{(T_4 + 1)} \right] = \\ &= \left[\frac{1}{s^2} \frac{1}{(T_4 + 1)} - \frac{(T_3 + T_2 + T_1)}{(T_4 + 1)} + K_3 \cdot \frac{T_1}{(T_1 + 1)} \frac{1}{(T_4 + 1)} + \right. \\ &\left. + K_4 \cdot \frac{T_2}{(T_2 + 1)} \frac{1}{(T_4 + 1)} + K_5 T_3 \frac{1}{(T_3 + 1)} \frac{1}{(T_4 + 1)} \right] = \\ &= \left[\left(\frac{s}{s^2} - \frac{T_4}{(T_4 + 1)} \right) \frac{1}{(T_4 + 1)} - (T_3 + T_2 + T_1) \left(\frac{1}{(T_4 + 1)} \right) + K_3 T_1 \cdot \left(\frac{T_1}{(T_1 + 1)} - \frac{T_4}{(T_4 + 1)} \right) \frac{1}{(T_1 - T_4)} + \right. \\ &\left. + K_4 \cdot T_2 \left(\frac{T_2}{(T_2 + 1)} - \frac{T_4}{(T_4 + 1)} \right) \frac{1}{(T_2 - T_4)} + K_5 T_3 \left(\frac{T_3}{(T_3 + 1)} - \frac{T_4}{(T_4 + 1)} \right) \frac{1}{(T_3 - T_4)} \right] = \\ &= \left[\frac{1}{s^2} - \frac{T_4}{s} + \frac{T_4^2}{(T_4 + 1)} - \frac{(T_3 + T_2 + T_1)}{(T_4 + 1)} + \frac{(T_3 + T_2 + T_1) T_4}{(T_4 + 1)} + \frac{K_3 T_1}{(T_1 - T_4)} \frac{T_1}{(T_1 + 1)} - \frac{K_3 T_1}{(T_1 - T_4)} \frac{T_4}{(T_4 + 1)} + \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left[\frac{K_4 \cdot T_2}{(T_2 - T_4)(T_2 + 1)} - \frac{K_4 \cdot T_2}{(T_2 - T_4)(T_4 + 1)} + \frac{K_5 T_3}{(T_3 - T_4)(T_3 + 1)} - \frac{K_5 T_3}{(T_3 - T_4)(T_4 + 1)} \right] = \\
& = \left[\frac{1}{s^2} - \frac{(T_4 + T_3 + T_2 + T_1)}{s} + \frac{K_3 T_1}{(T_1 - T_4)(T_1 + 1)} + \frac{K_4 \cdot T_2}{(T_2 - T_4)(T_2 + 1)} + \frac{K_5 T_3}{(T_3 - T_4)(T_3 + 1)} + \right. \\
& + \left. \frac{T_4^2}{(T_4 + 1)} + \frac{(T_3 + T_2 + T_1)T_4}{(T_4 + 1)} - \frac{K_3 T_1}{(T_1 - T_4)(T_4 + 1)} - \frac{K_5 T_3}{(T_3 - T_4)(T_4 + 1)} - \frac{K_4 \cdot T_2}{(T_2 - T_4)(T_4 + 1)} \right] = \\
& = \left[\frac{1}{s^2} - \frac{(T_4 + T_3 + T_2 + T_1)}{s} + \frac{K_3 T_1}{(T_1 - T_4)(T_1 + 1)} + \frac{K_4 \cdot T_2}{(T_2 - T_4)(T_2 + 1)} + \frac{K_5 T_3}{(T_3 - T_4)(T_3 + 1)} + \right. \\
& + \left. \left(T_4 + (T_3 + T_2 + T_1) - \frac{K_3 T_1}{(T_1 - T_4)} - \frac{K_5 T_3}{(T_3 - T_4)} - \frac{K_4 \cdot T_2}{(T_2 - T_4)} \right) \frac{T_4}{(T_4 + 1)} \right] = \\
& = \left[\frac{1}{s^2} - \frac{(T_4 + T_3 + T_2 + T_1)}{s} + \frac{K_3 T_1}{(T_1 - T_4)(T_1 + 1)} + \frac{K_4 \cdot T_2}{(T_2 - T_4)(T_2 + 1)} + \frac{K_5 T_3}{(T_3 - T_4)(T_3 + 1)} + \right. \\
& + \left. \left((T_4 + T_3 + T_2 + T_1) - \frac{K_3 T_1}{(T_1 - T_4)} - \frac{K_5 T_3}{(T_3 - T_4)} - \frac{K_4 \cdot T_2}{(T_2 - T_4)} \right) \frac{T_4}{(T_4 + 1)} \right]
\end{aligned}$$

Принимаем коэффициент

$$K_6 = (T_4 + T_3 + T_2 + T_1) - \frac{K_3 T_1}{(T_1 - T_4)} - \frac{K_5 T_3}{(T_3 - T_4)} - \frac{K_4 \cdot T_2}{(T_2 - T_4)}. \quad (14)$$

Таким образом, для выражения с четырьмя аperiodическими звеньями первого порядка и интегрирующим звеном алгебраическая сумма простых слагаемых имеет следующий вид

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{s^2(T_1 + 1)(T_2 + 1)(T_3 + 1)(T_4 + 1)} = \\
& = \frac{1}{s^2} - \frac{(T_4 + T_3 + T_2 + T_1)}{s} + \frac{K_3 T_1}{(T_1 - T_4)(T_1 + 1)} + \frac{K_4 \cdot T_2}{(T_2 - T_4)(T_2 + 1)} + \frac{K_5 T_3}{(T_3 - T_4)(T_3 + 1)} + \frac{K_6 T_4}{(T_4 + 1)}. \quad (15)
\end{aligned}$$

Z-преобразование выражения (15) как передаточной функции управляемого процесса с фиксатором нулевого порядка имеет вид

$$\begin{aligned}
G_{ho} G_{yn}(z) &= \frac{\kappa_0(z-1)}{z} 3 \left[\frac{1}{s^2(T_1 + 1)(T_2 + 1)(T_3 + 1)(T_4 + 1)} \right] = \\
&= \frac{\kappa_0(z-1)}{z} 3 \left[\frac{1}{s^2} - \frac{(T_4 + T_3 + T_2 + T_1)}{s} + \frac{K_3 T_1}{(T_1 - T_4)(T_1 + 1)} + \frac{K_4 \cdot T_2}{(T_2 - T_4)(T_2 + 1)} + \frac{K_5 T_3}{(T_3 - T_4)(T_3 + 1)} + \frac{K_6 T_4}{(T_4 + 1)} \right] = \\
&= \frac{\kappa_0(z-1)}{z} 3 \left[\frac{1}{s^2} - \frac{(T_4 + T_3 + T_2 + T_1)}{s} + \frac{K_3 T_1}{(T_1 - T_4)} \left(\frac{1}{s + \frac{1}{T_1}} \right) + \right. \\
&+ \left. \frac{K_4 \cdot T_2}{(T_2 - T_4)} \left(\frac{1}{s + \frac{1}{T_2}} \right) + \frac{K_5 T_3}{(T_3 - T_4)} \left(\frac{1}{s + \frac{1}{T_3}} \right) + \frac{K_6}{\left(s + \frac{1}{T_4} \right)} \right] = \\
&= \frac{\kappa_0(z-1)}{z} \left[\frac{Tz}{(z-1)^2} - \frac{(T_4 + T_3 + T_2 + T_1)z}{(z-1)} + \frac{K_3 T_1}{(T_1 - T_4)} \left(\frac{z}{z - e^{-\frac{1}{T_1} T}} \right) + \right. \\
&+ \left. \frac{K_4 \cdot T_2}{(T_2 - T_4)} \left(\frac{z}{z - e^{-\frac{1}{T_2} T}} \right) + \frac{K_5 T_3}{(T_3 - T_4)} \left(\frac{z}{z - e^{-\frac{1}{T_3} T}} \right) + \frac{K_6 z}{\left(z - e^{-\frac{1}{T_4} T} \right)} \right]. \quad (16)
\end{aligned}$$

4. Разложение на алгебраическую сумму простых слагаемых выражения

$$\begin{aligned}
& 1/s^2(T_1+1)(T_2+1)(T_3+1)(T_4+1)(T_5+1) \\
& \frac{1}{s^2(T_1+1)(T_2+1)(T_3+1)(T_4+1)(T_5+1)} = \\
& = \left[\frac{1}{s^2} \frac{(T_4+T_3+T_2+T_1)}{s} + \frac{K_3 T_1}{(T_1-T_4)(T_1+1)} + \frac{K_4 \cdot T_2}{(T_2-T_4)(T_2+1)} + \frac{K_5 T_3}{(T_3-T_4)(T_3+1)} + K_6 \frac{T_4}{(T_4+1)} \right] \cdot \frac{1}{(T_5+1)} = \\
& = \frac{1}{s^2} \cdot \frac{1}{(T_5+1)} - \frac{(T_4+T_3+T_2+T_1)}{(T_5+1)} \cdot \frac{1}{(T_5+1)} + \frac{K_3 T_1}{(T_1-T_4)(T_1+1)} \cdot \frac{1}{(T_5+1)} + \\
& + \frac{K_4 \cdot T_2}{(T_2-T_4)(T_2+1)} \cdot \frac{1}{(T_5+1)} + \frac{K_5 T_3}{(T_3-T_4)(T_3+1)} \cdot \frac{1}{(T_5+1)} + K_6 \frac{T_4}{(T_4+1)} \cdot \frac{1}{(T_5+1)} = \\
& = \left(\frac{s}{s^2} - \frac{T_5}{(T_5+1)} \right) \frac{1}{(T_5+1)} - (T_4+T_3+T_2+T_1) \left(\frac{1}{(T_5+1)} \right) + \frac{K_3 T_1^2}{(T_1-T_4)} \left(\frac{T_1}{(T_1+1)} - \frac{T_5}{(T_5+1)} \right) \left(\frac{1}{(T_1-T_5)} \right) + \\
& + \frac{K_4 \cdot T_2^2}{(T_2-T_4)} \left(\frac{T_2}{(T_2+1)} - \frac{T_5}{(T_5+1)} \right) \left(\frac{1}{(T_2-T_5)} \right) + \\
& + \frac{K_5 T_3^2}{(T_3-T_4)} \left(\frac{T_3}{(T_3+1)} - \frac{T_5}{(T_5+1)} \right) \left(\frac{1}{(T_3-T_5)} \right) + K_6 T_4 \left(\frac{T_4}{(T_4+1)} - \frac{T_5}{(T_5+1)} \right) \left(\frac{1}{(T_4-T_5)} \right) = \\
& = \frac{1}{s^2} - \frac{1}{s} \frac{T_5}{(T_5+1)} - \frac{(T_4+T_3+T_2+T_1)}{(T_5+1)} + \frac{(T_4+T_3+T_2+T_1)T_5}{(T_5+1)} + \\
& + \frac{K_3 T_1^2}{(T_1-T_4)(T_1-T_5)(T_1+1)} - \frac{K_3 T_1^2}{(T_1-T_4)(T_1-T_5)(T_5+1)} + \\
& + \frac{K_4 \cdot T_2^2}{(T_2-T_4)(T_2-T_5)(T_2+1)} - \frac{K_4 \cdot T_2^2}{(T_2-T_4)(T_2-T_5)(T_5+1)} + \\
& + \frac{K_5 T_3^2}{(T_3-T_4)(T_3-T_5)(T_3+1)} - \frac{K_5 T_3^2}{(T_3-T_4)(T_3-T_5)(T_5+1)} + \frac{K_6 T_4}{(T_4-T_5)(T_4+1)} - \frac{K_6 T_4}{(T_4-T_5)(T_5+1)} = \\
& = \frac{1}{s^2} - T_5 \left(\frac{1}{s} - \frac{T_5}{(T_5+1)} \right) - \frac{(T_4+T_3+T_2+T_1)}{(T_5+1)} + \frac{(T_4+T_3+T_2+T_1)T_5}{(T_5+1)} + \\
& + \frac{K_3 T_1^2}{(T_1-T_4)(T_1-T_5)(T_1+1)} - \frac{K_3 T_1^2}{(T_1-T_4)(T_1-T_5)(T_5+1)} + \\
& + \frac{K_4 \cdot T_2^2}{(T_2-T_4)(T_2-T_5)(T_2+1)} - \frac{K_4 \cdot T_2^2}{(T_2-T_4)(T_2-T_5)(T_5+1)} + \\
& + \frac{K_5 T_3^2}{(T_3-T_4)(T_3-T_5)(T_3+1)} - \frac{K_5 T_3^2}{(T_3-T_4)(T_3-T_5)(T_5+1)} + \frac{K_6 T_4}{(T_4-T_5)(T_4+1)} - \frac{K_6 T_4}{(T_4-T_5)(T_5+1)} = \\
& = \frac{1}{s^2} - \frac{(T_5+T_4+T_3+T_2+T_1)}{s} + \frac{T_5^2}{(T_5+1)} + \frac{(T_4+T_3+T_2+T_1)T_5}{(T_5+1)} + \\
& + \frac{K_3 T_1^2}{(T_1-T_4)(T_1-T_5)(T_1+1)} - \frac{K_3 T_1^2}{(T_1-T_4)(T_1-T_5)(T_5+1)} + \\
& + \frac{K_4 \cdot T_2^2}{(T_2-T_4)(T_2-T_5)(T_2+1)} - \frac{K_4 \cdot T_2^2}{(T_2-T_4)(T_2-T_5)(T_5+1)} + \\
& + \frac{K_5 T_3^2}{(T_3-T_4)(T_3-T_5)(T_3+1)} - \frac{K_5 T_3^2}{(T_3-T_4)(T_3-T_5)(T_5+1)} + \frac{K_6 T_4}{(T_4-T_5)(T_4+1)} - \frac{K_6 T_4}{(T_4-T_5)(T_5+1)} = \\
& = \frac{1}{s^2} - \frac{(T_5+T_4+T_3+T_2+T_1)}{s} + \frac{K_3 T_1^2}{(T_1-T_4)(T_1-T_5)(T_1+1)} + \frac{K_4 \cdot T_2^2}{(T_2-T_4)(T_2-T_5)(T_2+1)} - \\
& - \frac{K_5 T_3^2}{(T_3-T_4)(T_3-T_5)(T_3+1)} + \frac{K_6 T_4}{(T_4-T_5)(T_4+1)} +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{T_5^2}{(T_5+1)} + \frac{(T_4+T_3+T_2+T_1)T_5}{(T_5+1)} - \frac{K_4 \cdot T_2^2}{(T_2-T_4)(T_2-T_5)} \frac{T_5}{(T_5+1)} - \frac{K_5 T_3^2}{(T_3-T_4)(T_3-T_5)} \frac{T_5}{(T_5+1)} - \\
& - \frac{K_6 T_4}{(T_4-T_5)} \frac{T_5}{(T_5+1)} - \frac{K_3 T_1^2}{(T_1-T_4)(T_1-T_5)} \frac{T_5}{(T_5+1)} = \\
& = \frac{1}{s^2} - \frac{(T_5+T_4+T_3+T_2+T_1)}{s} + \frac{K_3 T_1^2}{(T_1-T_4)(T_1-T_5)} \frac{T_1}{(T_1+1)} + \frac{K_4 \cdot T_2^2}{(T_2-T_4)(T_2-T_5)} \frac{T_2}{(T_2+1)} - \\
& - \frac{K_5 T_3^2}{(T_3-T_4)(T_3-T_5)} \frac{T_3}{(T_3+1)} + \frac{K_6 T_4}{(T_4-T_5)} \frac{T_4}{(T_4+1)} + \\
& + \left[(T_5+T_4+T_3+T_2+T_1) - \frac{K_4 \cdot T_2^2}{(T_2-T_4)(T_2-T_5)} - \frac{K_5 T_3^2}{(T_3-T_4)(T_3-T_5)} - \right. \\
& \left. - \frac{K_6 T_4}{(T_4-T_5)} - \frac{K_3 T_1^2}{(T_1-T_4)(T_1-T_5)} \right] \frac{T_5}{(T_5+1)}.
\end{aligned}$$

Введем обозначение

$$\begin{aligned}
K_7 = & (T_5+T_4+T_3+T_2+T_1) - \frac{K_3 T_1^2}{(T_1-T_4)(T_1-T_5)} - \\
& - \frac{K_4 \cdot T_2^2}{(T_2-T_4)(T_2-T_5)} - \frac{K_5 T_3^2}{(T_3-T_4)(T_3-T_5)} - \frac{K_6 T_4}{(T_4-T_5)}.
\end{aligned} \tag{17}$$

Таким образом, для выражения с пятью апериодическими звеньями первого порядка и интегрирующим звеном алгебраическая сумма простых слагаемых имеет следующий вид

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{s^2(T_1+1)(T_2+1)(T_3+1)(T_4+1)(T_5+1)} = \\
& = \frac{1}{s^2} - \frac{(T_5+T_4+T_3+T_2+T_1)}{s} + \frac{K_3 T_1^2}{(T_1-T_4)(T_1-T_5)} \frac{T_1}{(T_1+1)} + \frac{K_4 \cdot T_2^2}{(T_2-T_4)(T_2-T_5)} \frac{T_2}{(T_2+1)} - \\
& - \frac{K_5 T_3^2}{(T_3-T_4)(T_3-T_5)} \frac{T_3}{(T_3+1)} + \frac{K_6 T_4}{(T_4-T_5)} \frac{T_4}{(T_4+1)} + K_7 \frac{T_5}{(T_5+1)}.
\end{aligned} \tag{18}$$

Z-преобразование выражения (18) как передаточной функции управляемого процесса с фиксатором нулевого порядка имеет вид

$$\begin{aligned}
G_{ho} G_{yn}(z) = & \frac{\kappa_0(z-1)}{z} \cdot 3 \left[\frac{1}{s^2(T_1+1)(T_2+1)(T_3+1)(T_4+1)(T_5+1)} \right] = \\
= & \frac{\kappa_0(z-1)}{z} \cdot 3 \left[\frac{1}{s^2} - \frac{(T_5+T_4+T_3+T_2+T_1)}{s} + \frac{K_3 T_1^2}{(T_1-T_4)(T_1-T_5)} \frac{T_1}{(T_1+1)} + \right. \\
& + \frac{K_4 \cdot T_2^2}{(T_2-T_4)(T_2-T_5)} \frac{T_2}{(T_2+1)} - \frac{K_5 T_3^2}{(T_3-T_4)(T_3-T_5)} \frac{T_3}{(T_3+1)} + \frac{K_6 T_4}{(T_4-T_5)} \frac{T_4}{(T_4+1)} + K_7 \frac{T_5}{(T_5+1)} \left. \right] = \\
= & \frac{\kappa_0(z-1)}{z} \cdot 3 \left[\frac{1}{s^2} - \frac{(T_5+T_4+T_3+T_2+T_1)}{s} + \frac{K_3 T_1^2}{(T_1-T_4)(T_1-T_5)} \frac{1}{\left(s + \frac{1}{T_1}\right)} + \right. \\
& + \frac{K_4 \cdot T_2^2}{(T_2-T_4)(T_2-T_5)} \frac{1}{\left(s + \frac{1}{T_2}\right)} - \frac{K_5 T_3^2}{(T_3-T_4)(T_3-T_5)} \frac{1}{\left(s + \frac{1}{T_3}\right)} + \frac{K_6 T_4}{(T_4-T_5)} \frac{1}{\left(s + \frac{1}{T_4}\right)} + K_7 \frac{1}{\left(s + \frac{1}{T_5}\right)} \left. \right] =
\end{aligned}$$

$$= \frac{\kappa_0(z-1)}{z} \cdot \left[\frac{Tz}{(z-1)^2} - \frac{(T_5+T_4+T_3+T_2+T_1)z}{(z-1)} + \frac{K_3T_1^2}{(T_1-T_4)(T_1-T_5)} \frac{z}{\left(z-e^{-\frac{1}{T_1}T}\right)} + \right. \\ \left. \frac{K_4 \cdot T_2^2}{(T_2-T_4)(T_2-T_5)} \frac{z}{\left(z-e^{-\frac{1}{T_2}T}\right)} - \frac{K_5T_3^2}{(T_3-T_4)(T_3-T_5)} \frac{z}{\left(z-e^{-\frac{1}{T_3}T}\right)} + \right. \\ \left. + \frac{K_6T_4}{(T_4-T_5)} \frac{z}{\left(z-e^{-\frac{1}{T_4}T}\right)} + K_7 \frac{z}{\left(z-e^{-\frac{1}{T_5}T}\right)} \right] \quad (19)$$

Проверим правильность результатов вывода. Из формулы (18) при $K_7=0$ и $T_5=0$ получим выражение

$$\frac{1}{s^2(T_1+1)(T_2+1)(T_3+1)(T_4+1)} = \frac{1}{s^2} - \frac{(T_4+T_3+T_2+T_1)}{s} + \frac{K_3T_1}{(T_1-T_4)(T_1+1)} \frac{T_1}{(T_1+1)} + \frac{K_4 \cdot T_2}{(T_2-T_4)(T_2+1)} - \\ + \frac{K_5T_3}{(T_3-T_4)(T_3+1)} + \frac{K_6T_4}{(T_4+1)}, \text{ которое соответствует формуле (15).}$$

Из формулы (15) при $K_6=0$ и $T_4=0$ получим выражение $\frac{1}{s^2(T_1+1)(T_2+1)(T_3+1)} = \frac{1}{s^2} - \frac{(T_3+T_2+T_1)}{s} + K_3 \frac{T_1}{(T_1+1)} + K_4 \frac{T_2}{(T_2+1)} + K_5 \frac{T_3}{(T_3+1)}$, которое соответствует формуле (12).

Из формулы (12) при $K_5=0$ и $T_3=0$ получим

$$\frac{1}{s^2(T_1+1)(T_2+1)} = \frac{1}{s^2} - \frac{(T_2+T_1)}{s} + K_3 \frac{T_1}{(T_1+1)} + K_4 \frac{T_2}{(T_2+1)},$$

где $K_3 = \frac{K_1T_1}{(T_1-T_3)}$, $K_4 = \frac{K_2T_2}{(T_2-T_3)}$ или

$$\frac{1}{s^2(T_1+1)(T_2+1)} = \frac{1}{s^2} - \frac{(T_2+T_1)}{s} + \frac{K_1T_1}{(T_1-T_3)} \frac{T_1}{(T_1+1)} + \frac{K_2T_2}{(T_2-T_3)} \frac{T_2}{(T_2+1)},$$

где $K_1 = \frac{(T_1^2 - T_1T_2 - 1)}{(T_1 - T_2)}$, $K_2 = \frac{(T_1T_2 - T_2^2 - 1)}{(T_1 - T_2)}$.

В этом случае $\frac{1}{s^2(T_1+1)(T_2+1)} =$

$$= \frac{1}{s^2} - \frac{(T_2+T_1)}{s} + \frac{(T_1^2 - T_1T_2 - 1)}{(T_1 - T_2)} \frac{T_1}{(T_1 - T_3)} \frac{T_1}{(T_1 + 1)} + \frac{(T_1T_2 - T_2^2 - 1)}{(T_1 - T_2)} \frac{T_2}{(T_2 - T_3)} \frac{T_2}{(T_2 + 1)}.$$

В этом выражении $T_3=0$, тогда

$$\frac{1}{s^2(T_1+1)(T_2+1)} = \frac{1}{s^2} - \frac{(T_2+T_1)}{s} + \frac{(T_1^2 - T_1T_2 - 1)}{(T_1 - T_2)} \frac{T_1}{(T_1 + 1)} + \frac{(T_1T_2 - T_2^2 - 1)}{(T_1 - T_2)} \frac{T_2}{(T_2 + 1)}, \text{ что соответствует}$$

формуле (6).

Проверим соответствие коэффициентов. Коэффициент K_7 имеет вид

$$K_7 = (T_5+T_4+T_3+T_2+T_1) - \frac{K_3T_1^2}{(T_1-T_4)(T_1-T_5)} - \frac{K_4 \cdot T_2^2}{(T_2-T_4)(T_2-T_5)} - \frac{K_5T_3^2}{(T_3-T_4)(T_3-T_5)} - \frac{K_6T_4}{(T_4-T_5)}.$$

Для определения коэффициента K_6 принимаем, что $K_7=0$ и $T_5=0$, то есть $0 = (T_4+T_3+T_2+T_1) - \frac{K_3T_1}{(T_1-T_4)} - \frac{K_4 \cdot T_2}{(T_2-T_4)} - \frac{K_5T_3}{(T_3-T_4)} - K_6$. Из этого выражения получим

$$K_6 = (T_4+T_3+T_2+T_1) - \frac{K_3T_1}{(T_1-T_4)} - \frac{K_4 \cdot T_2}{(T_2-T_4)} - \frac{K_5T_3}{(T_3-T_4)}, \text{ что совпадает с формулой (14).}$$

Если принять, что $K_6=0$ и $T_4=0$, тогда из выражения

$$K_6 = (T_4 + T_3 + T_2 + T_1) - \frac{K_3 T_1}{(T_1 - T_4)} - \frac{K_4 \cdot T_2}{(T_2 - T_4)} - \frac{K_5 T_3}{(T_3 - T_4)} \quad \text{получим} \quad 0 = (T_3 + T_2 + T_1) - K_3 - K_4 - K_5 \quad \text{или}$$

$K_5 = (T_3 + T_2 + T_1) - K_3 - K_4$, что совпадает с формулой (11). В формулу (11) входят коэффициенты K_3 и K_4 , которые определяются через коэффициенты K_1 и K_2 согласно выражениям (7).

Таким образом, определены z-преобразования передаточных функций с двумя-пятью апериодическими звеньями первого порядка и интегрирующим звеном управляемых процессов с фиксатором нулевого порядка цифровых систем автоматического управления путем разложения передаточных функций на алгебраическую сумму простых слагаемых.

Список литературы

1. Бесекерский В. А. Цифровые автоматические системы. М.: Наука, 1976. 576 с.
2. Жежера Н. И. Дифференциальное уравнение движения жидкостного поршня в горизонтальной трубке устройств контроля герметичности изделий // Альманах современной науки и образования. Тамбов: Грамота, 2012. № 7. С. 35-39.
3. Жежера Н. И. Определение необходимой частоты продольной вибрации барботажной трубки устройств контроля герметичности изделий с использованием пузырьковой камеры // Альманах современной науки и образования. Тамбов: Грамота, 2012. № 7. С. 39-44.
4. Жежера Н. И. Определение необходимой частоты продольной вибрации горизонтальной трубки устройств контроля герметичности изделий // Альманах современной науки и образования. Тамбов: Грамота, 2012. № 6. С. 49-54.
5. Жежера Н. И. Развитие теории и совершенствование автоматизированных систем испытаний изделий на герметичность: дисс. ... д-ра техн. наук: 05.13.06. Оренбург, 2004. 441 с.
6. Жежера Н. И. Сепарационная установка газ-нефть как объект автоматического управления по давлению газа // Актуальные проблемы гуманитарных и естественных наук. 2012. № 5. С. 58-64.
7. Жежера Н. И. Сепарационная установка газ-нефть как объект автоматического управления по уровню жидкости // Актуальные проблемы гуманитарных и естественных наук. 2012. № 6. С. 49-55.
8. Жежера Н. И., Кравченко В. В. Математическое описание редукционных установок тепловых электростанций и котельных агрегатов при докритическом течении водяного пара // Вестник Оренбургского государственного университета. 2000. № 2. С. 106-109.
9. Жежера Н. И., Самойлов Н. Г. Дифференциальное уравнение реактора производства сорбента органических соединений пиролиза изношенных шин как объекта автоматического управления // Актуальные проблемы гуманитарных и естественных наук. 2012. № 4 (39). С. 42-46.
10. Жежера Н. И., Самойлов Н. Г. Теоретические положения к устройству измерения динамической составляющей расхода газа // Актуальные проблемы гуманитарных и естественных наук. 2012. № 4 (39). С. 47-50.
11. Жежера Н. И., Тямкин С. А., Сайденкова Г. А. Математическое описание реактора пиролиза изношенных шин как объекта автоматического управления по давлению газов // Автоматизация и современные технологии. М., 2010. № 12. С. 33-36.
12. Куо Б. Теория и проектирование цифровых систем управления / пер. с англ. М.: Машиностроение, 1986. 448 с.

УДК 681.5:620.165.29.008.6

Технические науки

Рассмотрено математическое описание отстойника нефтяного шлама как объекта автоматического управления по уровню жидкости с учетом давлений в трубопроводах подвода и отвода нефтяного шлама и газа, а также давления и скорости изменения давления газа в отстойнике. Проведены линеаризация дифференциального уравнения, преобразование его к операторному виду, и составлена структурная схема с использованием динамических звеньев теории автоматического управления.

Ключевые слова и фразы: отстойник; нефтяной шлам; газ; уровень; давление; дифференциальное уравнение; объект автоматического управления; структурная схема.

Николай Илларионович Жежера, д.т.н., профессор

Наталья Андреевна Евсюкова

Кафедра систем автоматизации производства

Оренбургский государственный университет

nik-gegera@rambler.ru; YevsNata@yandex.ru

ОТСТОЙНИК НЕФТЯНОГО ШЛАМА КАК ОБЪЕКТ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ ПО УРОВНЮ ЖИДКОСТИ[©]

Системы автоматического регулирования уровня нефтяного шлама и давления углеводородного газа являются основными системами управления отстойниками нефтяного шлама. Аналоговые системы управления,