Список литературы

1. **Анохин М. В., Бурмистров В. М., Галкин В. И., Добриян М. Б., Дубов А. Е., Зелёный Л. М., Петрукович А. В., Санжак В. Л., Чабанов В. М., Чевнов Д. В.** Исследование поля ионизирующих частиц в космическом аппарате на геостационарной орбите // Вопросы атомной науки и техники. Серия «Физика радиационного воздействия на радиоэлектронную аппаратуру». 2009. Вып. 1. С. 7.
2. **Физическая энциклопедия.** М.: Большая российская энциклопедия, 1994. Т. 4.

УДК 539.3

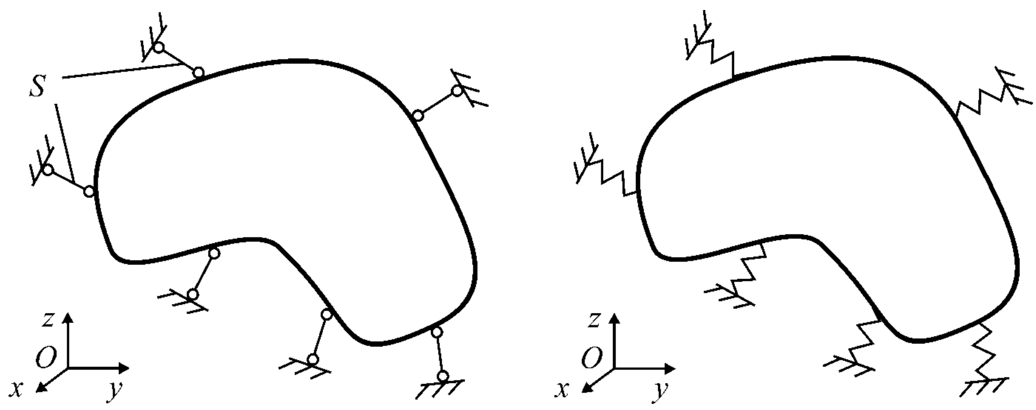
Игорь Нафтольевич Серпик
Брянская государственная инженерно-технологическая академия

МЕТОДИКА ОСЛАБЛЕНИЯ СВЯЗЕЙ В АНАЛИЗЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ НЕИЗМЕНЯЕМОСТИ НЕСУЩИХ СИСТЕМ©

В настоящее время расчет несущих конструкций, как правило, выполняется с помощью промышленных пакетов прикладных программ конечно-элементного анализа. Одной из важнейших процедур препроцессорной системы этих программных продуктов должна быть проверка рассчитываемых объектов на геометрическую неизменяемость. Такая проверка является необходимой и при создании новых структурных схем зданий и сооружений, при решении многих других технических задач.

Тем не менее до настоящего времени не разработано эффективного алгоритма для этих исследований. Методы кинематического и структурного анализа проверки геометрической неизменяемости [1; 2] могут быть эффективно использованы только для ограниченного круга плоских конструкций. Аналитический признак геометрической неизменяемости [2] является достаточно универсальным и реализуется в программных продуктах применительно к конечно-элементным моделям. При этом проверяется условие неравенства нулю определителя матрицы жесткости дискретизированной конструкции. В то же время такая проверка фактически включает и анализ качества системы конечных элементов. Поэтому равенство нулю определителя глобальной матрицы жесткости конечно-элементной модели не является достаточным условием геометрической изменяемости конструктивной системы. В настоящей работе предлагается методика проверки геометрической неизменяемости самой конструкции, основанная на замене рассматриваемых в расчетной схеме абсолютно жестких связей фиктивными упругими элементами.

Пусть деформируемое пространственное тело имеет ряд жестких опорных связей S (Рис. 1, а), с помощью которых в общем случае могут исключаться любые линейные и угловые перемещения. Для анализа геометрической неизменяемости тела его можно рассматривать как жесткий диск в рамках гипотезы отвердения материала [Там же]. Кроме того, выполним ослабление связей, введя вместо жестких опор фиктивные упругие связи по тем же направлениям (Рис. 1, б). При таких трансформациях свойство геометрической изменяемости или неизменяемости объекта сохранится.



а б

Рис. 1. *Тело, имеющее жесткие опоры (а) и соответствующий ему жесткий диск с фиктивными упругими связями (б)*

Зададим малое поступательное перемещение диска вместе с полюсом O и малый поворот относительного этого полюса. Данные смещения представим числовым вектором

$$\{\delta\} = \{u_o \quad v_o \quad w_o \quad \phi_x \quad \phi_y \quad \phi_z\}^T \qquad (1)$$

где u_O, v_O, w_O - перемещения полюса *O* в направлениях осей *Ox, Oy* и *Oz* декартовой системы координат *Oxyz*; ϕ_x, ϕ_y, ϕ_z - углы поворота диска относительно этих осей.

В связях могут возникать реакции, линейно зависящие от перемещений. Из условия равновесия диска запишем следующее равенство:

$$\{R\}=[K]\{\delta\} \tag{2}$$

где числовой вектор $\{R\}$ определяется таким образом:

$$\{R\}=\{R_x \quad R_x \quad R_x \quad M_{Ox} \quad M_{Ox} \quad M_{Ox}\}^T \tag{3}$$

$R_x, R_y, R_z, M_{Ox}, M_{Oy}, M_{Oz}$ - проекции на оси координат главного вектора и главного момента относительно точки *O* реакций в связях; $[K]$ - глобальная матрица жесткости для вспомогательного объекта с фиктивными упругими связями.

Матрица $[K]$ может быть построена на основании матриц жесткости, сформированных для каждой из упругих связей. Аналитическим признак необходимости и достаточности обеспечения геометрической неизменяемости вспомогательной системы является выполнение условия

$$\det[K]\neq 0 \tag{4}$$

Аналогично может быть проверена геометрическая неизменяемость плоских объектов. Число степеней свободы диска на плоскости равно трем. Соответственно матрица $[K]$ будет иметь третий порядок.

В качестве примера использования рассматриваемой методики анализировалась плоская стержневая система, имеющая форму квадратного контура со стороной *a* (Рис. 2). Полюс *O* задавался посередине нижнего стержня. Каждая из опор заменялась упругой связью жесткостью *c*. Рассматривались значения угла α, равные 0, 45° и 135°. Определитель матрицы получился равным нулю только при α=45°, что соответствует результатам структурного анализа этого объекта.

Если какие-либо связи изначально являются гибкими, то их можно оставить без изменения. Если объект представляет собой сочлененную конструкцию, то его следует рассматривать как систему жестких дисков. При этом должны заменяться податливыми элементами как жесткие опоры, так и междисковые жесткие связи. Матрица жесткости для вспомогательной пространственной системы тогда будет иметь порядок $6\times n$, плоской - $3\times n$, где *n* - число дисков.

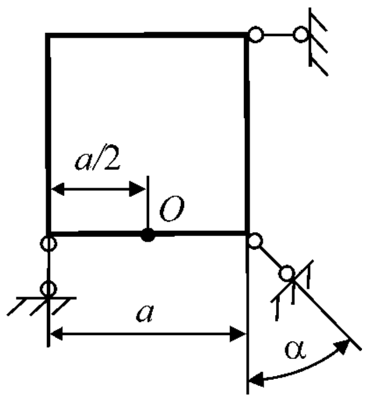


Рис. 2. *Плоская стержневая система*

Следует отметить, что данный алгоритм достаточно просто формализуется и может быть использован в программных комплексах конечно-элементного анализа. Дальнейшее развитие этой методики связано с построением конкретных зависимостей для исследования сложныхобъектов, оценкой и регулированием погрешностей вычисления определителя матрицы жесткости вспомогательного объекта, разработкой подхода к анализу мгновенно изменяемых систем, а также определением для геометрически изменяемых конструкции возможных направлений их перемещений без деформаций материла.

Заключение. Разработана методика проверки геометрической неизменяемости несущих систем, предусматривающая отвердевание материала конструкции, замену абсолютно жестких связей фиктивными упругими элементами и рассмотрение определителя матрицы жесткости полученной вспомогательной системы. Данная процедура может быть эффективно использована для анализа геометрической неизменяемости деформируемых объектов в промышленных пакетах прикладных программ конечно-элементного анализа.

Список литературы

1. **Дарков А. В., Шапошников Н. Н.** Строительная механика. М.: Лань, 2008. 655 с.
2. **Себешев В. Г.** Кинематический анализ сооружений. Новосибирск: НГАСУ (Сибстрин), 2006. 58 с.