Легкоконец Владимир Калинникович
СТОХАСТИЧЕСКИЙ ЛИНЕЙНЫЙ ПРОЦЕСС, ВКЛЮЧАЮЩИЙ АВТОРЕГРЕССИЮ И ПОЛИНОМИАЛЬНЫЙ ТРЕНД

Источник
Альманах современной науки и образования
Тамбов: Грамота, 2012. № 2 (57). C. 140-144. ISSN 1993-5552.
Адрес журнала: www.gramota.net/editions/1.html
Содержание данного номера журнала: www.gramota.net/materials/1/2012/2/

полинома $f(z)=\beta_0 z^p+\beta_1 z^{p-1}+\beta_2 z^{p-2}+....+\beta_p$ с положительными коэффициентами, удовлетворяющие неравенствам $\beta_0>\beta_1>...>\beta_p$, лежат в единичной окружности.

Из устойчивости полинома (6) следует, что корни полинома (5) лежат вне единичного круга, и для рассматриваемого стохастического процесса выполняется условие стационарности.

Рассмотренные три алгоритма решения данной задачи позволяют математически строго определить условие стационарности рассматриваемого стохастического процесса и в то же время избежать вычисления всех корней многочлена (5). Программная реализация данных алгоритмов, значительных проблем не вызывает. Их использование облегчит создание программ полностью автоматизирующих процесс прогнозирования экономических показателей, которые могут использоваться для работы в реальном времени. Это упростит и облегчит работу пользователей, которые занимаются прогнозированием экономических показателей.

Список литературы

1. **Бокс Дж., Джекинс Г.** Анализ временных рядов: прогноз и управление. М.: Мир, 1974. Вып. 1.
2. **Валентинов В. А.** Эконометрика: учебник. 2-е изд. М.: ИТК «Дашков и К^0 », 2010.
3. **Гантмахер Ф. Р.** Теория матриц. М.: Наука, 1966.
4. **Мейман И. Н.** Некоторые вопросы расположения нулей полиномов // УМН. 1949. № 6 (34).
5. **Мишина А. П., Проскуряков И. В.** Высшая алгебра. М.: Наука, 1965.
6. **Феллер В.** Введение в теорию вероятностей и ее приложения. М.: Мир, 1984. Т. 1, 2.
7. **Хайрер Э., Нёрсетт С., Ваннер Г.** Решение обыкновенных дифференциальных уравнений: нежесткие задачи. М.: Мир, 1990.
8. **Шабат Б. В.** Введение в комплексный анализ. М.: Наука, 1969.
9. **Ширяев В. Н.** Вероятность. М.: МЦНМО, 2004. Т. 1, 2.

УДК 33

Владимир Калинникович Легкоконец
Институт управления, бизнеса и права, г. Пятигорск

СТОХАСТИЧЕСКИЙ ЛИНЕЙНЫЙ ПРОЦЕСС, ВКЛЮЧАЮЩИЙ АВТОРЕГРЕССИЮ И ПОЛИНОМИАЛЬНЫЙ ТРЕНД©

Для прогнозирования экономических показателей в эконометрике широко применяется линейный стохастический процесс авторегрессии:

$$y_{t+p}=\varphi_1 y_{t+p-1}+\varphi_2 y_{t+p-2}+\varphi_3 y_{t+p-3}+....\varphi_p y_t+\theta_0+\varepsilon_t$$

где y_{t+p}, y_{t+p-1}, y_{t+p-2},….. y_t - значения временного ряда, p - порядок авторегрессии, $\varphi_1,\varphi_{t-1},.\varphi_{t-2},...\varphi_p$ - коэффициенты авторегрессии, θ_0 - постоянная величина, а ε_t - так называемый «белый шум». Он является случайным процессом, имеющим математическое ожидание 0 и дисперсию δ^2. Рассмотрим более общий стохастический процесс, который кроме авторегрессии содержит полиномиальный тренд. Для определения параметров рассматриваемого процесса его представим в виде:

$$y_{t+p}=\varphi_1 y_{t+p-1}+\varphi_2 y_{t+p-2}+\varphi_3 y_{t+p-3}+....\varphi_p y_t+\alpha_0+\alpha_1 x_t+\alpha_2 x_t^2+\alpha_3 x_t^3+....+\alpha_n x_t^n+\varepsilon_t \qquad (1)$$

Здесь $\varphi_1 y_{t+p-1}+\varphi_2 y_{t+p-2}+\varphi_3 y_{t+p-3}+....\varphi_P y_{\ t}$ - процесс авторегрессии порядка p, не содержащий θ_0, $\alpha_0+\alpha_1 x_t+\alpha_2 x_t^2+\alpha_3 x_t^3+...+\alpha_n x_t^n$ - полиномиальный тренд степени n, а $\alpha_0,\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,..,\alpha_n$ - коэффициенты тренда. Значение t изменяется в пределах от 1 до m. Из (1) получим:

$$y_{t+p}-\varphi_1 y_{t+p-1}-\varphi_2 y_{t+p-2}-\varphi_3 y_{t+p-3}-....\varphi_p y_t-\alpha_0-\alpha_1 x_t-\alpha_2 x_t^2-\alpha_3 x_t^3-...-\alpha_n x_t^n=\varepsilon_t \qquad (2)$$

Обозначим:

$$\beta=\begin{pmatrix}\varphi_1\\ \varphi_2\\ \varphi_3\\ .\\ \varphi_n\end{pmatrix} \quad \alpha=\begin{pmatrix}\alpha_1\\ \alpha_2\\ \alpha_3\\ .\\ \alpha_n\end{pmatrix} \quad \bar{Y}=\begin{pmatrix}y_{t+p-1}\\ y_{t+p-2}\\ y_{t+p-3}\\ .\\ y_t\end{pmatrix} \quad \bar{X}=\begin{pmatrix}1\\ x_t\\ x_t^2\\ .\\ x_t^n\end{pmatrix} \qquad (3)$$

тогда

$$y_{t+p}-\beta'\bar{Y}-\alpha'\ \bar{X}=\varepsilon_t \qquad (4)$$

где β', α' транспонированные векторы β, α.

Предположим, что величины ε_t независимы и нормально распределены с нулевыми средними и дисперсиями δ^2, так как ε_1, $\varepsilon_2, \ldots \varepsilon_m$ не зависят от $\bar{Y}$ и $\bar{X}$. Тогда условная плотность распределения случайных величин ε_1, ε_2, … ε_m при заданных значениях $\bar{Y}$ и $\bar{X}$ совпадает с безусловной и равна

$$\frac{1}{(2\pi\delta^2)^{m/2}}\exp\left(-\frac{1}{2\delta^2}\sum_{t=1}^{m}\varepsilon_t^2\right) \quad (5)$$

Подставим в выражение (5) значение ε_t из выражения (4) получим:

$$\frac{1}{(2\pi\delta^2)^{m/2}}\exp\left(-\frac{1}{2\delta^2}\sum_{t=1}^{m}(y_{t+p}-\beta'\bar{Y}-\alpha'\bar{X})^2\right) \quad (6)$$

Рассмотрим выражение (6) как функцию правдоподобия по отношению к параметрам β, α. Тогда для получения оценок максимального правдоподобия для этих параметров необходимо найти значение параметров β, α, при которых достигает минимума сумма $\sum_{t=1}^{m}(y_{t+p}-\beta'\bar{Y}-\alpha'\bar{X})^2$. Для этого надо найти частные производные по векторам β, α и приравнять их к нулю, а затем решить полученную систему уравнений.

Найдем частные производные по векторам β и α. Для этого воспользуемся формулой дифференцирования по вектору $\frac{\partial(B'C)}{\partial B}=C$ [2], где B и C некоторые векторы, а B' транспонированный вектор B.

$$\frac{\partial(\sum_{t=1}^{m-p}(y_{t+p}-\beta'\bar{Y}-\alpha'\bar{X})^2)}{\partial\beta}=2\sum_{t=1}^{m-p}(y_{t+p}-\beta'\bar{Y}-\alpha'\bar{X})\ \frac{\partial(y_{t+p}-\beta'\bar{Y}-\alpha'\bar{X})}{\partial\beta}=$$

$$=-2\sum_{t=1}^{m-p}(y_{t+p}-\beta'\bar{Y}-\alpha'\bar{X})\ \bar{Y} \quad (7)$$

$$\frac{\partial(\sum_{t=1}^{m-p}(y_{t+p}-\beta'\bar{Y}-\alpha'\bar{X})^2)}{\partial\alpha}=2\sum_{t=1}^{m-p}(y_{t+p}-\beta'\bar{Y}-\alpha'\bar{X})\ \frac{\partial(y_{t+p}-\beta'\bar{Y}-\alpha'\bar{X})}{\partial\alpha}=$$

$$=-2\sum_{t=1}^{m-p}(y_{t+p}-\beta'\bar{Y}-\alpha'\bar{X})\ \bar{X} \quad (8)$$

Отсюда следует:

$$\begin{cases}\sum_{t=1}^{m-p}(y_{t+p}-\beta'\bar{Y}-\alpha'\bar{X})\bar{Y}=0\\ \sum_{t=1}^{m-p}(y_{t+p}-\beta'\bar{Y}-\alpha'\bar{X})\bar{X}=0\end{cases} \quad (9)$$

Раскрывая скобки, получим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases}\sum_{t=1}^{m-p}\beta'\bar{Y}\bar{Y}+\sum_{t=1}^{m-p}\alpha'\bar{X}\bar{Y}=\sum_{t=1}^{m-p}y_{t+p}\bar{Y}\\ \sum_{t=1}^{m-p}\beta'\bar{Y}\bar{X}+\sum_{t=1}^{m-p}\alpha'\bar{X}\bar{X}=\sum_{t=1}^{m-p}y_{t+p}\bar{X}\end{cases} \quad (10)$$

В выражении $\sum_{t=1}^{m-p}\beta'\bar{Y}\bar{Y}$ выполним умножения

$$\sum_{t=1}^{m-p}\beta'\bar{Y}\bar{Y}=\sum_{t=1}^{m-p}(\varphi_1\ \varphi_2\ \varphi_3\ldots\varphi_p)\times\begin{pmatrix}y_{t+p-1}\\ y_{t+p-2}\\ y_{t+p-3}\\ .\\ y_t\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}y_{t+p-1}\\ y_{t+p-2}\\ y_{t+p-3}\\ .\\ y_t\end{pmatrix}=\sum_{t=1}^{m-p}(\varphi_1 y_{t+p-1}+\varphi_2 y_{t+p-2}+\varphi_3 y_{t+p-3}+\ldots+\varphi_p y_t)\times\begin{pmatrix}y_{t+p-1}\\ y_{t+p-2}\\ y_{t+p-3}\\ .\\ y_t\end{pmatrix}=$$

$$
= \begin{pmatrix}
\varphi_1 \sum_{t=1}^{m-p} y_{t+p-1}{}^2 .... + ...\varphi_2 \sum_{t=1}^{m-p} y_{t+p-1} y_{t+p-2} .. + ..\varphi_3 \sum_{t=1}^{m-p} y_{t+p-1} y_{t+p-3} . + .\varphi_p \sum_{t=1}^{m-p} y_{t+p-1} y_t \\
\varphi_1 \sum_{t=1}^{m-p} y_{t+p-2} y_{t+p-1} . + ..\varphi_2 \sum_{t=1}^{m-p} y_{t+p-2}{}^2 .... + ..\varphi_3 \sum_{t=1}^{m-p} y_{t+p-2} y_{t+p-3} . + .\varphi_p \sum_{t=1}^{m-p} y_{t+p-2} y_t \\
\varphi_1 \sum_{t=1}^{m-p} y_{t+p-3} y_{t+p-1} . + ..\varphi_2 \sum_{t=1}^{m-p} y_{t+p-3} y_{t+p-2} .. + ..\varphi_3 \sum_{t=1}^{m-p} y_{t+p-3}{}^2 .... + .\varphi_p \sum_{t=1}^{m-p} y_{t+p-3} y_t \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
\varphi_1 \sum_{t=1}^{m-p} y_t y_{t+p-1} .... + ...\varphi_2 \sum_{t=1}^{m-p} y_t y_{t+p-2} .... + ..\varphi_3 \sum_{t=1}^{m-p} y_t y_{t+p-3} .... + .\varphi_p \sum_{t=1}^{m-p} y_t{}^2
\end{pmatrix} \tag{11}
$$

В результате получим матрицу-столбец (11).

Раскроем выражение $\sum_{t=1}^{m-p} \alpha' \bar{X} \bar{Y}$

$$
\sum_{t=1}^{m-p} \alpha' \bar{X} \bar{Y} = \sum_{t=1}^{m-p} (\alpha_0 \ \alpha_1 \ \alpha_2 \ \alpha_3 ......\alpha_n) \times \begin{pmatrix} 1 \\ x_t \\ x_t^2 \\ . \\ x_t^3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} y_{t+p-1} \\ y_{t+p-2} \\ y_{t+p-3} \\ . \\ y_t \end{pmatrix} = \sum_{t=1}^{m-p} (\alpha_0 + \alpha_1 x_t + \alpha_2 x_t^2 + ... + \alpha_n x_t^n) \times \begin{pmatrix} y_{t+p-1} \\ y_{t+p-2} \\ y_{t+p-3} \\ . \\ y_t \end{pmatrix} =
$$

$$
= \begin{pmatrix}
\alpha_0 \sum_{t=1}^{m-p} y_{t+p-1} + \alpha_1 \sum_{t=1}^{m-p} y_{t+p-1} x_t + \alpha_2 \sum_{t=1}^{m-p} y_{t+p-1} x_t^2 ... + ..\alpha_n \sum_{t=1}^{m-p} y_{t+p-1} x_t^n \\
\alpha_0 \sum_{t=1}^{m-p} y_{t+p-2} + \alpha_1 \sum_{t=1}^{m-p} y_{t+p-2} x_t + a_2 \sum_{t=1}^{m-p} y_{t+p-2} x_t^2 ... + ..\alpha_n \sum_{t=1}^{m-p} y_{t+p-2} x_t^n \\
\alpha_0 \sum_{t=1}^{m-p} y_{t+p-3} + a_1 \sum_{t=1}^{m-p} y_{t+p-3} x_t + \alpha_2 \sum_{t=1}^{m-p} y_{t+p-3} x_t^2 ... + ..\alpha_n \sum_{t=1}^{m-p} y_{t+p-3} x_t^n \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
\alpha_0 \sum_{t=1}^{m-p} y_t ..... + ..\alpha_1 \sum_{t=1}^{m-p} y_t x_t . + ...\alpha_2 \sum_{t=1}^{m-p} y_t x_t^2 .... + ...\alpha_n \sum_{t=1}^{m-p} y_t x_t^n
\end{pmatrix} \tag{12}
$$

После раскрытия получим матрицу-столбец (12).

Выполним умножения в выражении $\beta' \bar{Y} \bar{X}$

$$
\sum_{t=1}^{m-p} \beta' \bar{Y} \bar{X} = \sum_{t=1}^{m-p} (\varphi_1 \ \varphi_2 \ \varphi_3 ...\varphi_p) \times \begin{pmatrix} y_{t+p-1} \\ y_{t+p-2} \\ y_{t+p-3} \\ . \\ y_t \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ x_t \\ x_t^2 \\ . \\ x_t^n \end{pmatrix} = \sum_{t=1}^{m-p} (\varphi_1 y_{t-p-1} + \varphi_2 y_{t-p-2} + \varphi_3 y_{t-p-3} + ... + \varphi_p y_t) \times \begin{pmatrix} 1 \\ x_t \\ x_t^2 \\ . \\ x_t^n \end{pmatrix} =
$$

$$
= \begin{pmatrix}
\varphi_1 \sum_{t=1}^{m-p} y_{t+p-1} .... + .\varphi_2 \sum_{t=1}^{m-p} y_{t+p-2} ... + .\varphi_3 \sum_{t=1}^{m-p} y_{t+p-3} ...... + ..\varphi_p \sum_{t=1}^{m-p} y_t \\
\varphi_1 \sum_{t=1}^{m-p} y_{t+p-1} x_t + .\varphi_2 \sum_{t=1}^{m-p} y_{t+p-2} x_t + \varphi_3 \sum_{T=1}^{m-p} y_{t+p-3} x_t ... + ..\varphi_p \sum_{t=1}^{m-p} y_t x_t \\
\varphi_1 \sum_{t=1}^{m-p} y_{t+p-1} x_t^2 + \varphi_2 \sum_{t=1}^{m-p} y_{t+p-2} x_t^2 + \varphi_3 \sum_{t=1}^{m-p} y_{t+p-3} x_t^2 .. + ..\varphi_p \sum_{t=1}^{m-p} y_t x_t^2 \\
\varphi_1 \sum_{t=1}^{m-p} y_{t+p-1} x_t^3 + \varphi_2 \sum_{t=1}^{m-p} y_{t+p-2} x_t^3 + \varphi_3 \sum_{t=1}^{m-p} y_{t+p-3} x_t^3 .. + ..\varphi_p \sum_{t=1}^{m-p} y_t x_t^3 \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
\varphi_1 \sum_{T=1}^{M-P} y_{t+p-1} x_t^n + \varphi_2 \sum_{t=1}^{m-p} y_{t+p-2} x_t^n + \varphi_3 \sum_{t=1}^{m-p} y_{t+p-3} x_t^n .. + ..\varphi_p \sum_{t=1}^{m-p} y_t x_t^n
\end{pmatrix} \tag{13}
$$

После выполнения выражений получим матрицу-столбец (13).

Раскроем выражение $\sum_{t=1}^{m-p} \alpha^{'} \bar{X} \bar{X}$

$$\sum_{t=1}^{m-p} \alpha^{'} \bar{X} \bar{X} = \sum_{t=1}^{m-p} (\alpha_0 \ \alpha_1 \ \alpha_2 \ \alpha_3 ......\alpha_n) \times \begin{pmatrix} 1 \\ x_t \\ x_t^2 \\ . \\ x_t^n \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ x_t \\ x_t^2 \\ . \\ x_t^n \end{pmatrix} = \sum_{t=1}^{m-p} (\alpha_0 + \alpha_1 x_t + \alpha_2 x_t^2 + ... + \alpha_n x_t^n) \times \begin{pmatrix} 1 \\ x_t \\ x_t^2 \\ . \\ x_t^n \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} m\alpha_0 ...... + \alpha_1 \sum_{t=1}^{m-p} x_t + \alpha_2 \sum_{t=1}^{m-p} x_t^2 .... + ..\alpha_n \sum_{t=1}^{m-p} x_t^n \\ \alpha_0 \sum_{t=1}^{m-p} x_t + \alpha_1 \sum_{t=1}^{m-p} x_t^2 + \alpha_2 \sum_{t=1}^{m-p} x_t^3 .... + ..a_n \sum_{t=1}^{m-p} x_t^{n+1} \\ \alpha_0 \sum_{t=1}^{m-p} x_t^2 + \alpha_1 \sum_{t=1}^{m-p} x_t^3 + \alpha_2 \sum_{t=1}^{m-p} x_t^4 .... + ..\alpha_n \sum_{t=1}^{m-p} x_t^{n+2} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \alpha_0 \sum_{t=1}^{m-p} x_t^n + \alpha_1 \sum_{t=1}^{m-p} x_t^{n+1} + \alpha_2 \sum_{t=1}^{m-p} x_t^{n+2} + .\alpha_n \sum_{t=1}^{m-p} x_t^{2n} \end{pmatrix} \qquad (14)$$

Учитывая матрицы-столбцы (11), (12), (13), (14) получим:

$$\begin{cases} \varphi_1 \sum_{t=1}^{m-p} y_{t+p-1}{}^2 .... + .\varphi_2 \sum_{t=1}^{m-p} y_{t+p-1} y_{t+p-2} . + .\varphi_p \sum_{t=1}^{m-p} y_{t+p-1} y_t + \alpha_0 \sum_{t=1}^{m-p} y_{t+p-1} . + .\alpha_1 \sum_{t=1}^{m-p} y_{t+p-1} x_t . + .\alpha_n \sum_{t=1}^{m-p} y_{t+p-1} x_t^n = \sum_{t=1}^{m-p} y_{t+p} y_{t+p-1} \\ \varphi_1 \sum_{t=1}^{m-p} y_{t+p-2} y_{t+p-1} + \varphi_2 \sum_{t=1}^{m-p} y_{t+p-2}{}^2 ... + ...\varphi_p \sum_{t=1}^{m-p} y_{t+p-2} y_t + \alpha_0 \sum_{t=1}^{m-p} y_{t+p-2} + \alpha_1 \sum_{t=1}^{m-p} y_{t+p-2} x_t . + .\alpha_n \sum_{t=1}^{m-p} y_{t+p-2} x_t^n = \sum_{T=1}^{m-p} y_{t+p} y_{t+p-2} \\ \varphi_1 \sum_{t=1}^{m-p} y_{t+p-3} y_{t+p-1} + \varphi_2 \sum_{t=1}^{m-p} y_{t+p-3} y_{t+p-2} . + .\varphi_p \sum_{t=1}^{m-p} y_{t+p-3} y_t + \alpha_0 \sum_{t=1}^{m-p} y_{t+p-3} + \alpha_1 \sum_{t=1}^{m-p} y_{t+p-3} x_t + .\alpha_n \sum_{t=1}^{m-p} y_{t+p-3} x_t^n = \sum_{t=1}^{m-p} y_{t+p} y_{t+p-3} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \varphi_1 \sum_{t=1}^{v-p} y_t y_{t+p-1} .... + .\varphi_2 \sum_{t=1}^{m-p} y_t y_{t+p-2} ... + ...\varphi_p \sum_{t=1}^{m-p} y_t{}^2 .... + .\alpha_0 \sum_{t=1}^{m-p} y_t .... + \alpha_1 \sum_{t=1}^{m-p} y_t x_t .... + .\alpha_n \sum_{t=1}^{m-p} y_t x_t^n ...... = \sum_{T=1}^{m-p} y_{t+p} y_t \\ \varphi_1 \sum_{t=1}^{n-p} y_{t+p-1} .... + ..\varphi_2 \sum_{t=1}^{m-p} y_{t+p-2} .... + ..\varphi_p \sum_{t=1}^{m-p} y_t .... + .\alpha_0 m ... + ... + \alpha_1 \sum_{t=1}^{m-p} x_t .... + .\alpha_n \sum_{t=1}^{m-p} x_t^n .... = \sum_{t=1}^{n-p} y_{t+p} \\ \varphi_1 \sum_{t=1}^{m-p} y_{t+p-1} x_t .... + ..\varphi_2 \sum_{t=1}^{m-p} y_{t+p-2} x_t ... + ...\varphi_p \sum_{t=1}^{m-p} y_t x_t .... + .\alpha_0 \sum_{t=1}^{m-p} x_t .... + \alpha_1 \sum_{t=1}^{m-p} x_t^2 .... + .\alpha_n \sum_{t=1}^{m-p} x_t^{n+1} .... = \sum_{t=1}^{m-p} y_{t+p} x_t \\ \varphi_1 \sum_{t=1}^{m-p} y_{t+p-1} x_t^2 ...... + .\varphi_2 \sum_{t=1}^{m-p} y_{t+p-2} x_t^2 + ...\varphi_p \sum_{t=1}^{m-p} y_t x_t^2 .... + .\alpha_0 \sum_{t=1}^{m-p} x_t^2 ...... + \alpha_1 \sum_{t=1}^{m-p} x_t^3 .... + .\alpha_n \sum_{t=1}^{m-p} x_t^{n+2} .... = \sum_{t=1}^{m-p} y_{t+p} x_t^2 \\ \varphi_1 \sum_{t=1}^{m-p} y_{t+p-1} x_t^3 ..... + .\varphi_2 \sum_{t=1}^{m-p} y_{t+p-2} x_t^3 + ... + \varphi_p \sum_{t=1}^{m-p} y_t x_t^3 .... + .\alpha_0 \sum_{t=1}^{m-p} x_t^3 ...... + \alpha_1 \sum_{t=1}^{m-p} x_t^4 .... + .\alpha_n \sum_{t=1}^{m-p} x_t^{n+3} .... = \sum_{t=1}^{m-p} y_{t+p} x_t^3 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \varphi_1 \sum_{t=1}^{m-p} y_{t+p-1} x_t^n ..... + .\varphi_2 \sum_{t=1}^{m-p} y_{t+p-2} x_t^n . + ... + ..\varphi_p \sum_{t=1}^{m-p} y_t x_t^n .... + .a_0 \sum_{t=1}^{m-p} x_t^n ..... + \alpha_1 \sum_{T=1}^{m-p} x_t^{n+1} .... + .\alpha_n \sum_{t=1}^{m-p} x_t^{2n} .... = \sum_{t=1}^{m-p} y_{t+p} x_t^n \end{cases} \qquad (15)$$

Решив данную систему линейных уравнений с помощью прямых или итерационных методов, определим параметры авторегрессии $\beta_1, \beta_2, \beta_3 \ ..... \ \beta_P$ и коэффициенты полиномиального тренда $\alpha_0, a_1, \alpha_2 \ .... \ \alpha_n$.

Используя оператор B сдвига назад, мы можем записать (2) в эквивалентной форме:

$$(1 - \varphi_1 B - \varphi_2 B^2 - .... - \varphi_p B^p) y_t - \alpha_0 - \alpha_1 x_t - \alpha_2 x_t^2 - \alpha_3 x_t^3 - ... - \alpha_n x_t^n = \varepsilon_t$$

или

$$\varphi\,(B) y_t - \alpha_0 - \alpha_1 x_t - \alpha_2 x_t^2 - \alpha_3 x_t^3 - ... - \alpha_n x_t^n = \varepsilon_t$$

B считается «так называемой» псевдопеременной и работать с ней можно точно так же как с обычной переменной в алгебре, а выражение

$$1 - \varphi_1 B - \varphi_2 B^2 - .... - \varphi_p B^p \qquad (16)$$

можно считать обычным полиномом. Для стационарности рассматриваемого случайного процесса корни полинома (16) должны лежать вне единичного круга. Если процесс не стационарен, то

$y_{t+p}, y_{t+p-1}, y_{t+p-2}, \ldots.. y_t$ значения временного ряда необходимо преобразовать. Методы таких преобразований описаны в книге [1]. Если рассматриваемый процесс стационарен, то его можно использовать для выполнения прогноза экономических показателей.

Для выполнения прогноза на момент времени $t+p$ воспользуемся разработанной моделью (1): $y_{t+p} = \varphi_1 y_{t+p-1} + \varphi_2 y_{t+p-2} + \varphi_3 y_{t+p-3} + \ldots.\varphi_P y_t + \alpha_0 + \alpha_1 x_t + \alpha_2 x_t^2 + \alpha_3 x_t^3 + \ldots. + \alpha_n x_t^n + \varepsilon_t$ Определим математическое ожидание от обеих частей данного выражения.

$E[y_{t+p}] = \varphi_1 E[y_{t+p-1}] + \varphi_2 E[y_{t+p-2}] + \ldots. + \varphi_P E[y_t] + \alpha_0 + \alpha_1 x_t + \alpha_2 x_t^2 + \alpha_3 x_t^3 + \ldots. + \alpha_n x_t^n + E[\varepsilon_t]$ Так как значением ε_t является «белый шум», то $E[\varepsilon_t] =$ 0. Отсюда следует: $E[y_{t+p}] = \varphi_1 E[y_{t+p-1}] + \varphi_2 E[y_{t+p-2}] + \ldots. + \varphi_p E[y_t] + \alpha_0 + \alpha_1 x_t + \alpha_2 x_t^2 + \alpha_3 x_t^3 + \ldots. + \alpha_n x_t^n$ Следовательно математическое ожидание $E[y_{t+p}]$ левой части полученного выражения является значением прогноза на период времени $t+p$.

Разработанный алгоритм нахождения коэффициентов рассматриваемого стохастического процесса реализован на на ПЭВМ. Применение его для прогнозирования экономических показателей показало хорошие результаты.

Список литературы

1. **Бокс Дж., Джекинс Г.** Анализ временных рядов: прогноз и управление. М.: Мир, 1974.
2. **Валентинов В. А.** Эконометрика: учебник. 2-е изд. М.: ИТК «Дашков и К^0 », 2010.
3. **Гантмахер Ф. Р.** Теория матриц. М.: Наука, 1966.
4. **Гихман И. И., Скороход А. В.** Теория случайных процессов. М.: Наука, 1971. Т. 1.
5. **Феллер В.** Введение в теорию вероятностей и ее приложения. М.: Мир, 1984. Т. 1, 2.
6. **Ширяев В. Н.** Вероятность. М.: МЦНМО, 2004. Т. 1, 2.

УДК 33

Валентина Владимировна Лобанова
Российский государственный торгово-экономический университет (филиал) в г. Краснодаре

РЫНОК ТРУДА И ЕГО ВКЛАД В ФОРМИРОВАНИЕ НАЦИОНАЛЬНОЙ КОНКУРЕНТОСПОСОБНОСТИ РОССИЙСКОЙ МОДЕЛИ ХОЗЯЙСТВОВАНИЯ©

Одним из ключевых ориентиров Концепции долгосрочного социально-экономического развития Российской Федерации на период до 2020 года является достижение мирового уровня конкурентоспособности. В ближайшей и среднесрочной перспективе Россия укрепит свое лидерство в интеграционных процессах на евразийском пространстве, постепенно становясь одним из глобальных рынков мирохозяйственных связей и поддерживая сбалансирование многовекторные экономические отношения с европейскими, азиатскими, американскими и африканскими экономическими партнерами [3, с. 9].

Переход от экспортно-сырьевой к инновационной модели экономического роста связан и с формированием нового механизма социального развития, основанного на сбалансированности предпринимательской свободы, социальной справедливости и национальной конкурентоспособности. При этом первым стратегическим направлением достижения этой цели является развитие человеческого потенциала России, которое в том числе должно быть обеспечено за счет формирования условий для устойчивого повышения, соответствующего темпам роста производительности труда и качеству рабочей силы, создание эффективных механизмов регулирования рынка труда, обеспечивающих сочетание конкуренции на рынке труда с партнерскими отношениями работников, работодателей и государства [Там же, с. 12].

Таким образом, эффективное развитие национального рынка труда на основе развития конкуренции становится стратегическим трендом развития сферы трудовых отношений, который направлен на повышение эффективности формирования и использования национальных трудовых ресурсов, вполне обоснованно рассматриваемых в качестве базовых предпосылок роста национальной конкурентоспособности экономики страны в целом.

Достижение стратегических целей социально-экономического развития отечественной экономики невозможно без коренной модернизации сферы социально-трудовых отношений, основным элементом которой выступает рынок рабочей силы как источник человеческих ресурсов. Повышение эффективности функционирования механизмов рынка труда в современном понимании направлено на создание высококонкурентной институциональной среды, предусматривающей развитие конкурентных рынков рабочей силы [Там же, с. 21]. При этом в нынешней научной литературе, посвященной проблемам создания и функционирования рынка
