

Балакин Павел Дмитриевич, Шамутдинов Айдар Харисович

**РЕШЕНИЕ ПРЯМОЙ И ОБРАТНОЙ ЗАДАЧ КИНЕМАТИКИ ОРИГИНАЛЬНОЙ ЧАСТИ ШЕСТИКООРДИНАТНОГО МАНИПУЛЯТОРА**

В данной статье геометрически решены прямая и обратная задачи кинематики оригинальной части шестикоординатного манипулятора, что позволяет для каждого момента времени определить положение исполнительного органа манипулятора и выбрать схему нагрузки для установления усилий, действующих на манипулятор.

Адрес статьи: [www.gramota.net/materials/1/2013/10/5.html](http://www.gramota.net/materials/1/2013/10/5.html)

Статья опубликована в авторской редакции и отражает точку зрения автора(ов) по рассматриваемому вопросу.

Источник

**Альманах современной науки и образования**

Тамбов: Грамота, 2013. № 10 (77). С. 24-27. ISSN 1993-5552.

Адрес журнала: [www.gramota.net/editions/1.html](http://www.gramota.net/editions/1.html)

Содержание данного номера журнала: [www.gramota.net/materials/1/2013/10/](http://www.gramota.net/materials/1/2013/10/)

**© Издательство "Грамота"**

Информация о возможности публикации статей в журнале размещена на Интернет сайте издательства: [www.gramota.net](http://www.gramota.net)

Вопросы, связанные с публикациями научных материалов, редакция просит направлять на адрес: [almanac@gramota.net](mailto:almanac@gramota.net)

В зависимости от расположения криволинейного четырехугольника  $PP'_1P''_2P'_2$  относительно оси вращения манипулятора возможны ещё два вида конфигурации рабочей зоны манипулятора, а именно: криволинейные сечения касаются друг друга в т.  $P'_2$  при вращении (Рис. 6б), и когда они не пересекаются (Рис. 6в).

#### Выводы

1. Рабочее пространство оригинальной части манипулятора является торообразной фигурой вращения, крайние точки которой достигаются центром подвижной платформы при ее поступательном и вращательном движениях относительно основания.

2. Для обеспечения поворота подвижной платформы в крайних положениях, относительно оси  $OY'$  (оси  $OY$ , повернутой на угол  $q_1$  или  $q_2$  относительно горизонтали), необходимо увеличение (уменьшение) длины третьего стержня  $b$  (Рис. 2), соединяющего рабочий стол с опорно-поворотным устройством.

3. На размеры рабочей зоны существенное влияние оказывают ограничения, накладываемые угловыми перемещениями в шарнирах, чем они меньше, тем меньше габаритные размеры рабочей зоны при тех же пределах изменения длин левого и правого стержней.

#### Список литературы

1. Балакин П. Д., Шамутдинов А. Х. Схемное решение механизма пространственного манипулятора // Омский научный вестник. 2012. № 1. С. 65-69.

### WORKING ZONE DETERMINATION OF SIX-AXIS MANIPULATOR ORIGINAL PART

Balakin Pavel Dmitrievich, Doctor in Technical Sciences, Professor  
Shamutdinov Aidar Kharisovich  
Omsk State Technical University  
1972id@list.ru

The article experimentally determines the working zone of the six-axis manipulator original part and by means of the program package *KOMPAS 3D-V12* shows its kinds at different rotation angles relative to Y-axis. Knowing the working zone limits is necessary for the manipulator dexterity comparative assessment that is essential for its practical use.

*Key words and phrases:* manipulator; manipulator working zone; generalized coordinates; curvilinear section; torus-like space figure.

УДК 621.01

#### Технические науки

*В данной статье геометрически решены прямая и обратная задачи кинематики оригинальной части шестикоординатного манипулятора, что позволяет для каждого момента времени определить положение исполнительного органа манипулятора и выбрать схему нагрузки для установления усилий, действующих на манипулятор.*

*Ключевые слова и фразы:* манипулятор; рабочий стол; стержень; прямая и обратная задачи кинематики; абсолютная система координат; обобщенные координаты; рабочий орган манипулятора.

Балакин Павел Дмитриевич, д.т.н., профессор  
Шамутдинов Айдар Харисович  
Омский государственный технический университет  
1972id@list.ru

### РЕШЕНИЕ ПРЯМОЙ И ОБРАТНОЙ ЗАДАЧ КИНЕМАТИКИ ОРИГИНАЛЬНОЙ ЧАСТИ ШЕСТИКООРДИНАТНОГО МАНИПУЛЯТОРА<sup>©</sup>

Прямая задача для манипулятора – это вычисление положения  $(x_p, y_p, z_p)$  его рабочего органа по кинематической схеме при известных значениях обобщенных координат  $(q_1, q_2, \dots, q_n)$ , где  $n$  – число степеней свободы манипулятора,  $q_n$  – обобщенные координаты.

Обратная задача – это вычисление величин обобщенных координат  $(q_1, q_2, \dots, q_n)$  по заданному положению  $(x_p, y_p, z_p)$  рабочего органа при известной схеме кинематики манипулятора.

Прямую задачу кинематики оригинальной части манипулятора [1] будем решать геометрически. Для этого изобразим кинематическую схему манипулятора, обобщенные координаты его звеньев  $q_n$ , их длины  $l_n$  и применим к манипулятору абсолютную (неподвижную) систему координат  $(X, Y, Z)$ , обозначив координаты рабочего органа  $x_p, y_p, z_p$  (Рис. 1). Обозначения на Рис. 1:  $(X, Y, Z)$  – абсолютная (неподвижная) система

координат; P – точка, где находится рабочий орган (заготовка, инструмент) на рабочем столе; P' – положение рабочей точки P при вращении блока звеньев (2, 4-8) вокруг оси, параллельной оси X, в т. O<sub>1</sub>; P'' – положение рабочей точки P при вращении блока звеньев (2, 5-8) вокруг оси, параллельной оси X, в т. O<sub>4</sub>'=O<sub>4</sub>''; (x, y, z) – координаты т. P; (x', y', z') – координаты т. P'; (x'', y'', z'') – координаты т. P''; (x<sub>p</sub>, y<sub>p</sub>, z<sub>p</sub>) – координаты т. P'''; O<sub>1</sub>P'=O<sub>1</sub>P=l<sub>p</sub>; O<sub>4</sub>P'=O<sub>4</sub>P=l<sub>p</sub>'; O<sub>1</sub>O<sub>4</sub>'=O<sub>1</sub>O<sub>4</sub>=b. Положиции на Рис. 1: 1) поворотный стол; 2) левый стержень (двигатель поступательного перемещения); 3) верхний стержень (двигатель поступательного перемещения); 4) опоры; 5) рабочий стол; 6) опорно-поворотное устройство; 7) наклонная платформа; 8) правый стержень (двигатель поступательного перемещения).

Последовательность поворотов стержней 2 и 3 не меняет итоговое положение рабочего стола 5. По аналогии видно, что последовательность поворотов стержней 2, 3 и поворотного стола 1 также не изменяет итогового положения рабочего стола 5. Поэтому будем изменять, например, положение сначала стержня 3, потом стержня 2 и потом положение поворотного стола 1. По заданным обобщенным координатам найдем положение точки P рабочего органа. Из Рис. 1 видно, что первоначальные координаты т. P будут: x=0, y = -l<sub>3</sub>·cosβ; z=H. При изменении обобщенной координаты q<sub>1</sub> (повороте) т. P займет положение P'. Представим вращение треугольника O<sub>1</sub>P'P вокруг начала координат O: сначала нужно его повернуть против часовой стрелки на угол q<sub>1</sub>, а потом параллельным переносом по оси Y сместить влево на величину a/2 (Рис. 2). Из Рис. 2 видно: x'=0, y'=O<sub>1</sub>P'·cos(q<sub>1</sub>+λ)-a/2, z=O<sub>1</sub>P'·sin(q<sub>1</sub>+λ) или x'=0, y'=l<sub>p</sub>'·cos(q<sub>1</sub>+λ)-a/2, z=l<sub>p</sub>'·sin(q<sub>1</sub>+λ), где λ – угол наклона линии O<sub>1</sub>P' относительно горизонтали. При изменении обобщенной координаты q<sub>2</sub> (повороте) т. P' займет положение P''. Представим вращение треугольника O<sub>4</sub>P'P'' вокруг начала координат O: сначала нужно его повернуть по часовой стрелке на угол q<sub>2</sub>, потом параллельным переносом сместить вправо на величину y<sub>1</sub> и наконец параллельным переносом по оси Z переместить вверх на величину h<sub>1</sub> (Рис. 3):

$$x''=0, y''=-O_4P'' \cdot \cos(q_2+\varepsilon)+x_1, z''=O_4P'' \cdot \sin(q_2+\varepsilon)+h_1,$$

или x''=0, y''=-l<sub>p</sub>'·cos(q<sub>2</sub>+ε)+x<sub>1</sub>, z''=l<sub>p</sub>'·sin(q<sub>2</sub>+ε)+h<sub>1</sub>, где ε – угол наклона линии O<sub>4</sub>P' относительно горизонтали, x<sub>1</sub>=b·cos(q<sub>1</sub>+γ)-a/2, h<sub>1</sub>=b·sin(q<sub>1</sub>+γ).

Из треугольника O<sub>1</sub>P'O<sub>4</sub>' (Рис. 1) по известной теореме косинусов находим:

$$O_1P'^2=O_4P'^2+O_1O_4'^2-2O_4P' \cdot O_1O_4' \cdot \cos \psi \text{ или } l_p'^2=l_p'^2+b^2-2b \cdot l_p' \cdot \cos \psi, \text{ откуда}$$

$$\psi = \arccos \left( \frac{b^2 + l_p'^2 - l_p'^2}{2b \cdot l_p'} \right). \text{ Из рисунка видно, что } \varepsilon=\psi-q_1-\gamma.$$

При вращении манипулятора (т.е. системы XYZ) вокруг оси Z≡Z''' (Рис. 1) координаты т. P''' будут: x<sub>p</sub>=y''·sinq<sub>3</sub>, y<sub>p</sub>=y''·cosq<sub>3</sub>, z<sub>p</sub>=z''.

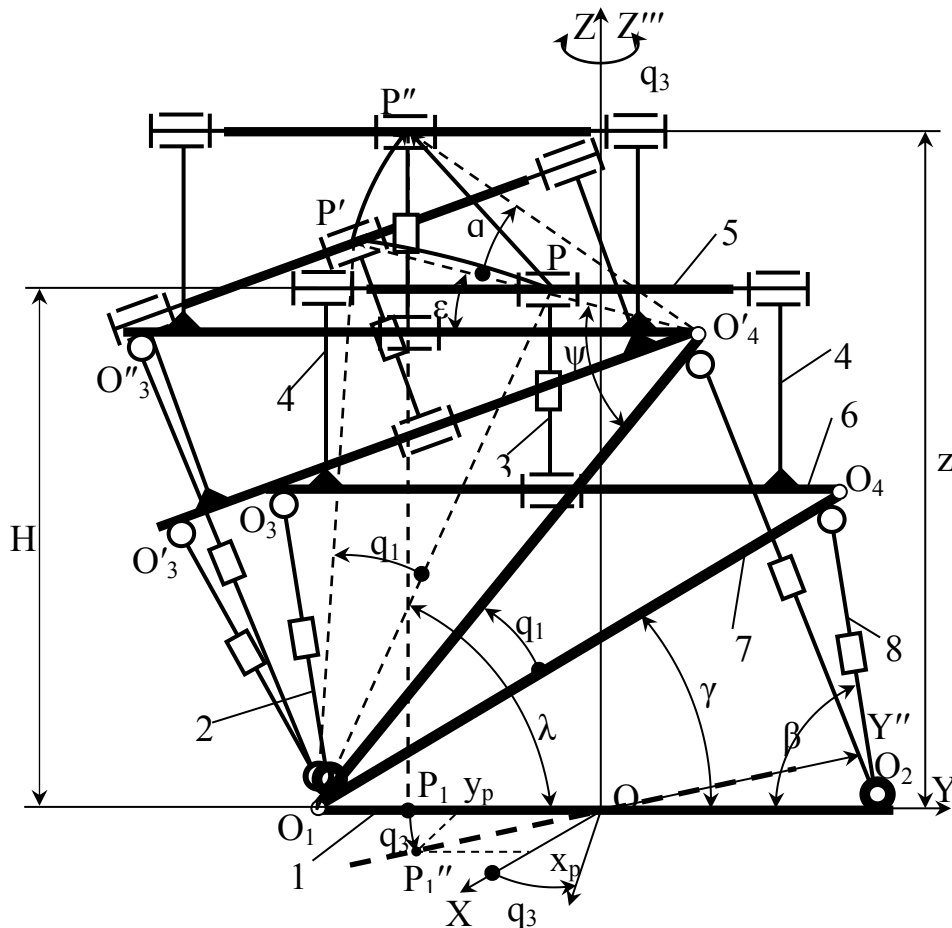


Рис. 1. Кинематическая схема манипулятора

Окончательно можно записать:

$$\begin{aligned} x_p &= [-l'_p \cdot \cos(q_2 + \psi - q_1 - \gamma) + b \cdot \cos(q_1 + \gamma) - a/2] \cdot \sin q_3, \\ y_p &= [-l'_p \cdot \cos(q_2 + \psi - q_1 - \gamma) + b \cdot \cos(q_1 + \gamma) - a/2] \cdot \cos q_3, \\ z_p &= l'_p \cdot \sin(q_2 + \psi - q_1 - \gamma) + b \cdot \sin(q_1 + \gamma). \end{aligned} \quad (1)$$

Таким образом, прямая задача кинематики для данного манипулятора решена.

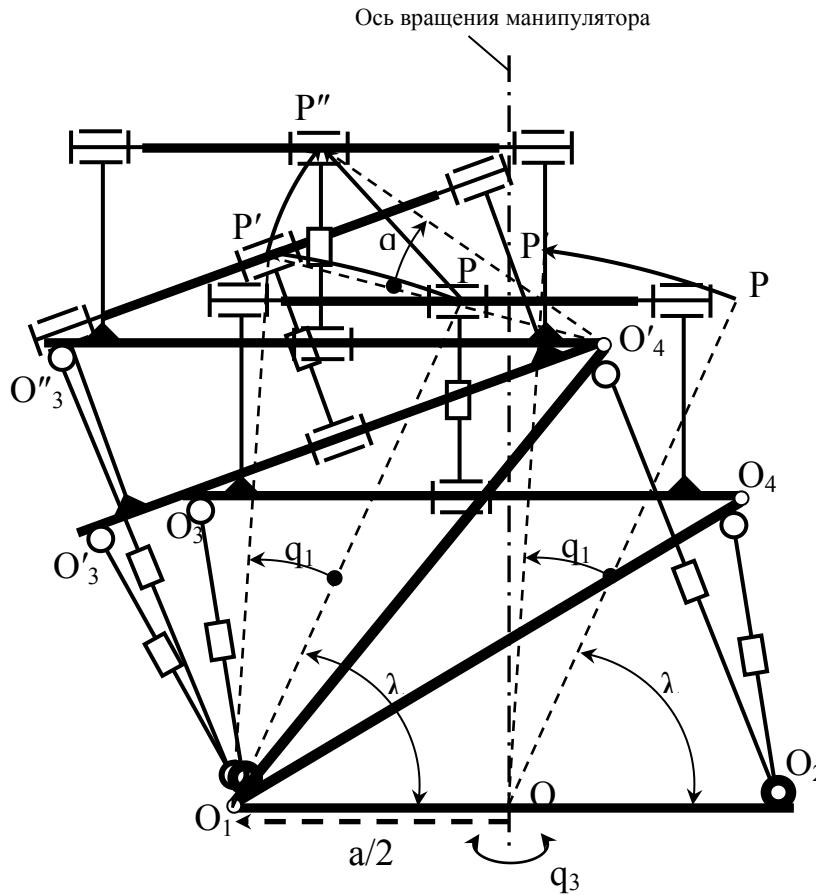


Рис. 2. Поворот манипулятора на угол  $q_1$

Из соотношений (1) видно, что решение обратной задачи в явном виде невозможно. Для нашего случая, когда  $q_1 = q_2$ , для итогового положения рабочего органа манипулятора решение обратной задачи не представляет сложности. Запишем соотношения (1) при  $q_1 = q_2$ :

$$\begin{aligned} x_p &= [-l'_p \cdot \cos(\psi - \gamma) + b \cdot \cos(q_1 + \gamma) - a/2] \cdot \sin q_3, \\ y_p &= [-l'_p \cdot \cos(\psi - \gamma) + b \cdot \cos(q_1 + \gamma) - a/2] \cdot \cos q_3, \\ z_p &= l'_p \cdot \sin(\psi - \gamma) + b \cdot \sin(q_1 + \gamma). \end{aligned} \quad (2)$$

Из первых двух уравнений имеем:  $\sin q_3 = \operatorname{tg} \left( \frac{x_p}{y_p} \right)$ , откуда  $q_3 = \operatorname{arctg} \left( \frac{x_p}{y_p} \right)$ .

Из третьего уравнения находим:  $\sin(q_1 + \gamma) = \frac{z_p - l'_p \cdot \sin(\psi - \gamma)}{b}$ , откуда

$q_1 = q_2 = \arcsin \left( \frac{z_p - l'_p \cdot \sin(\psi - \gamma)}{b} \right) - \gamma$ . Окончательно запишем:

$$q_1 = q_2 = \arcsin \left( \frac{z_p - l'_p \cdot \sin(\psi - \gamma)}{b} \right) - \gamma, \quad q_3 = \operatorname{arctg} \left( \frac{x_p}{y_p} \right). \quad (3)$$

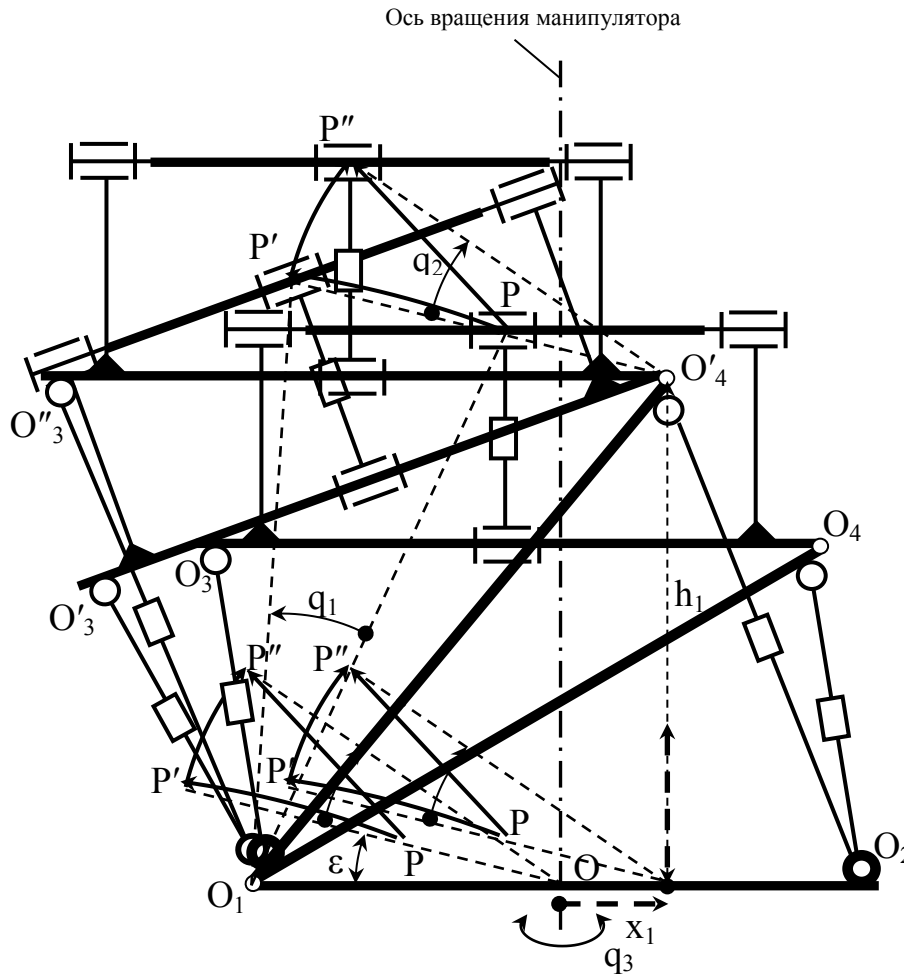


Рис. 3. Поворот манипулятора на угол  $q_2$

#### Выводы

1. Для исследуемой схемы механизма манипулятора аналитически решена прямая задача кинематики (1), что позволит для каждого момента времени определить положение исполнительного органа манипулятора.
2. При  $q_1 = q_2$  решена обратная задача кинематики (3).
3. Эти задачи могут быть решены и при других модификациях схемы механизма.

#### Список литературы

1. Балакин П. Д., Шамутдинов А. Х. Схемное решение механизма пространственного манипулятора // Омский научный вестник. 2012. № 1. С. 65-69.

#### SOLUTION OF KINEMATICS DIRECT AND INVERSE PROBLEMS OF SIX-AXIS MANIPULATOR ORIGINAL PART

Balakin Pavel Dmitrievich, Doctor in Technical Sciences, Professor  
 Shamutdinov Aidar Kharisovich  
 Omsk State Technical University  
 1972id@list.ru

In this article kinematics direct and inverse problems of the six-axis manipulator original part are solved geometrically. It allows determining the position of the manipulator executive element for each time moment and choosing a load scheme for fixing the forces, which act on the manipulator.

*Key words and phrases:* manipulator; work table; rod; kinematics direct and inverse problems; system of absolute coordinates; generalized coordinates; manipulator work member.