Романов Вадим Николаевич

О РЕШЕНИИ БИНАРНОЙ ПРОБЛЕМЫ ГОЛЬДБАХА

В статье исследуются некоторые характеристические свойства простых чисел, и на этой основе предложено решение бинарной проблемы Гольдбаха. Рассмотрена взаимосвязь данной проблемы с гипотезой Лагранжа и другими проблемами теории чисел. Показано, что справедливость гипотезы Лагранжа, а также второй проблемы Ландау следует из существования решения бинарной проблемы Гольдбаха.

Адрес статьи: www.gramota.net/materials/1/2014/12/27.html

Источник

Альманах современной науки и образования

Тамбов: Грамота, 2014. № 12 (90). C. 95-100. ISSN 1993-5552.

Адрес журнала: www.gramota.net/editions/1.html

Содержание данного номера журнала: www.gramota.net/materials/1/2014/12/

На текущий момент можно утверждать, что метод в дизайне – это путь к достижению проектной цели, решению поставленных перед дизайнером функционально-пространственной, технологической и художественной задач, последовательность приемов и операций, необходимых для получения искомого результата. «Методы – это система мер по оптимальной организации проектной (дизайнерской) деятельности» [Там же, с. 91]. Особенностью методов, используемых в дизайн-деятельности, является направленность проектных действий одновременно и на прагматический, и на художественный результаты, причем иерархия соответствующих установок и путей их достижения может меняться в процессе работы. Это означает, что «методы, применяемые дизайнером, должны содержать элементы, синтезирующие возможности и инженерно-технического, и художественного творчества, что поможет ему преодолеть специфические деструкции его базовой подготовки в рамках исторически выделенных традиционных видов деятельности: инженерия, наука и искусство» [2, с. 32]. По своему содержанию методы, необходимые дизайну, не могут изображать жесткий алгоритм действий, то есть совокупность предписаний: что, как и в какой последовательности нужно делать, чтобы решить проектную задачу. Структура дизайнерского метода – это схема мыслительных и практических действий, которая должна обеспечить дизайнеру синтетическое единство его теоретических знаний и практических умений. Метод должен служить средством организации деятельности дизайнера, регулятором выбора и употребления необходимых средств в нужной последовательности.

Список литературы

1. **Гайденко П. П.** Творчество // Большая советская энциклопедия: в 30-ти т. 3-е изд. М., 1976. Т. 25. 368 с.
2. **Глазычев В. Г.** О дизайне. М.: Искусство, 1970. 191 с.
3. **Джонс Дж. К.** Методы проектирования. М.: Мир, 1986. 326 с.
4. **Канаев И. И.** Гете как естествоиспытатель. Л.: Наука, 1970. 468 с.

METHOD AS FORM OF DESIGN ACTIVITY ORGANIZATION

Prokop'eva Irina Aleksandrovna
Ural Federal University named after the first President of Russia B. N. Yeltsin
iren.aleks.71@yandex.ru

In the article the issue of the choice and specific peculiarities of methods used in design activity are considered. The author makes an attempt to comprehend theoretically and to systematize the methods of forming in design. The practical importance of method as a means of the optimization of design activity, the specific structure of design method as a synthesis of intellectual and practical actions, the forming of the system of the methods of design activity at different historical stages of the development and formation of design and method as a way to the achievement of the projected goal are studied.

Key words and phrases: method; forming; design-activity; activity approach; professional self-consciousness.

УДК 511
Физико-математические науки

В статье исследуются некоторые характеристические свойства простых чисел, и на этой основе предложено решение бинарной проблемы Гольдбаха. Рассмотрена взаимосвязь данной проблемы с гипотезой Лагранжа и другими проблемами теории чисел. Показано, что справедливость гипотезы Лагранжа, а также второй проблемы Ландау следует из существования решения бинарной проблемы Гольдбаха.

Ключевые слова и фразы: простое число; проблема Гольдбаха; гипотеза Лагранжа; проблемы Ландау; периодичность простых чисел; порожденное число; порожденная последовательность.

Романов Вадим Николаевич, д.т.н., профессор
Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет)
vromanvpi@mail.ru

О РЕШЕНИИ БИНАРНОЙ ПРОБЛЕМЫ ГОЛЬДБАХА©

Бинарная проблема (гипотеза) Гольдбаха является одной из нерешенных проблем теории чисел и формулируется в следующем виде: любое четное число, большее 2, представимо в виде суммы двух простых чисел. Если рассматривать только однократные представления, т.е. такие, в которых каждое слагаемое используется один раз, то проблема имеет решение для всех четных чисел, больших 6. Статья посвящена исследованию способов доказательства бинарной гипотезы с однократным представлением, а также ее взаимосвязи с другими проблемами теории чисел. По этой причине не будут рассматриваться представления вида

$n/2+n/2=n$, где n – четное число (как, например, 74=37+37). Для удобства изложения введем несколько терминов. Число $n/2$ будем называть центром распределения. Два нечетных числа, составляющих в сумме данное четное число, назовем сопряженными. Одно из них очевидно меньше, а другое больше $n/2$; числа в сопряженных парах, меньшие $n/2$, расположены слева от центра, а большие – справа. Если k – нечетное число слева от центра, то число справа от центра равно $n-k$. При анализе таблиц простых чисел [2, с. 50; 3, с. 245; 4, с. 178] нетрудно заметить, что для четных чисел, больших 30, простые и составные числа распределены практически одинаково слева и справа от центра распределения. Сформулируем Лемму 1: *При* $n \geq 30$ *простые числа (как и составные) встречаются достаточно часто как справа, так и слева от центра распределения.* Доказательство проводится методом индукции по n. Для частных значений n легко убедиться в справедливости леммы непосредственно, используя таблицы простых чисел. Так, для $n=30$ имеется 4 простых числа справа и 6 слева от центра распределения (от 15), для $n=50$: 6 слева и 9 справа, для $n=100$: 10 справа и 15 слева, для $n=200$: 21 справа и 25 слева, для $n=250$: 23 справа и 30 слева, для $n=400$: 32 справа и 46 слева, для $n=500$: 42 справа и 53 слева, для $n=800$: 61 справа и 78 слева, для $n=1000$: 73 справа и 95 слева, для $n=2000$: 135 справа и 168 слева, для $n=3000$: 191 справа и 239 слева, для $n=6000$: 353 справа и 430 слева от соответствующего центра распределения. Предположим, что лемма верна для произвольного четного $p \leq n$, и докажем ее справедливость для $p=n+2$. Действительно, числа n и $n+2$ имеют одинаковое число сопряженных пар $n/4$ (см. Табл. 1); в представлении числа n имеется справа от центра число $n/2+1$, которого нет в представлении $n+2$, в представлении числа $n+2$ имеется число $n+1$, которое отсутствует в представлении n, а остальные числа, входящие в сопряженные пары, те же самые. Отсюда и следует справедливость леммы для $p=n+2$. Аналогично можно сравнить столбцы $n+2$ и $n+4$, и тем самым справедливость леммы доказана.

Теперь докажем гипотезу Гольдбаха для однократных представлений, опираясь на Лемму 1, методом индукции. Используя таблицы простых чисел, убеждаемся непосредственно, что она верна при $6<n \leq 30$. Для $2<n \leq 6$ имеем многократные представления (4=2+2, 6=3+3). Отметим также, что при $n>14$ всегда имеется несколько (много) решений. В частности, для $n=30$ (центр 15) имеется 3 представления, для $n=50$ (центр 25): 4, для $n=100$ (центр 50): 6, для $n=150$ (центр 75): 12, для $n=200$ (центр 100): 8, для $n=250$ (центр 125): 9, для $n=300$ (центр 150): 22, для $n=400$ (центр 200): 14, для $n=500$ (центр 250): 14, для $n=6000$(центр 3000): 176. Предположим, что гипотеза справедлива при $p \leq n$, а при $p>n$ неверна. Обратимся к Табл. 1. Замечаем, что она имеет «горизонтально-вертикальную» симметрию. Пусть k и $n-k$ – пара простых сопряженных чисел в представлении числа n, ближайшая к центру распределения. Сравним столбцы n и $n+2$, предполагая, что гипотеза не выполняется при $p>n$. Тогда как легко видеть, что в столбце $n+2$ справа от центра $n/2$ в интервале от $n-k$ до $n+1$ простые числа должны отсутствовать, точно так же они должны отсутствовать и слева от центра в интервале от k до $n/2-1$, что противоречит Лемме 1. Отметим, что в этом случае пара простых чисел $(k, n-k)$ является единственной. Точно так же можно сравнить столбцы $n+2$ и $n+4$. Следовательно, гипотеза справедлива и для $p>n$. Справедливость леммы и гипотезы Гольдбаха можно проверить также прямыми вычислениями (см. ниже).

Рассмотрим связь бинарной гипотезы с другими проблемами теории чисел. Связь бинарной и тернарной проблем очевидна. Известно, что справедливость тернарной проблемы следует из бинарной. Но здесь следует сделать несколько замечаний. Однократные представления в тернарной проблеме имеют место при $n>17$. Кроме того, при ее выводе из бинарной следует из исходного нечетного числа вычитать 5 или 7, если оно делится только на 3, вычитать 3 или 7, если оно делится только на 5, вычитать 3 или 5, если оно делится только на 7, в остальных случаях можно вычитать 3, чтобы получить четное число. Менее очевидной является связь бинарной проблемы с гипотезой Лагранжа. *Гипотеза Лагранжа* состоит в утверждении, что для любого натурального n в интервале между n^2 и $(n+1)^2$ всегда имеется простое число. Легко видеть, что эти интервалы при изменении n покрывают всю числовую ось, а их величины относятся как нечетные числа. Докажем, что справедливость этой гипотезы следует из справедливости бинарной гипотезы Гольдбаха. Доказательство проводится методом индукции. Действительно, убеждаемся, что для $n=1$ гипотеза Лагранжа верна, так как интервал (1, 4) содержит простые числа 2 и 3. Пусть для $n=p$ гипотеза верна, т.е. интервал $(p^2,(p+1)^2)$ содержит простое число. Положим $n=p+1$; докажем, что интервал $((p+1)^2,(p+2)^2)$ содержит простое число. Предположим противное. Пусть для определенности p – нечетное, тогда $(p+1)$ – четное, а $(p+2)$ – нечетное число. Рассмотрим интервал $(p^2,(p+2)^2)$. Расширим его, уменьшив левую границу на 2: $(p^2-2,(p+2)^2)$. Центр этого нового интервала равен $(p+1)^2=(p^2-2+(p+2)^2)/2$. Но в то же время $(p+1)^2$ является центром распределения при представлении числа $2(p+1)^2$ в виде суммы двух нечетных чисел. Получаем, что слева от этого центра имеется простое число, так как при $n=p$ гипотеза Лагранжа верна, и тем более она верна для расширенного интервала, а справа от центра, т.е. в интервале $((p+1)^2,(p+2)^2)$ простые числа отсутствуют, так как мы предположили, что гипотеза Лагранжа не выполняется при $n=p+1$. Но тогда для числа $2(p+1)^2$ отсутствует представление в виде суммы двух простых сопряженных, что противоречит бинарной гипотезе Гольдбаха, справедливость которой установлена. Значит, простое число имеется и в интервале $((p+1)^2,(p+2)^2)$. Более того, всегда имеется несколько простых чисел в интервале между n^2 и $(n+1)^2$, поскольку представление четного числа в виде суммы двух простых неединственное. Случай, когда p – четное, $(p+1)$ – нечетное, $(p+2)$ – четное число рассматривается аналогично. Интервал задается в виде $(p^2-1,(p+2)^2-1)$. Так как числа p^2 и $(p+2)^2$ –

оба четные, то сдвиг границ интервала влево на 1 не влияет на конечный вывод. Центр этого интервала равен опять $(p+1)^2$, и одновременно он является центром распределения при представлении числа $2(p+1)^2$ в виде суммы двух нечетных чисел. Последующие рассуждения такие же, как в первом случае при нечетных p и $(p+2)$. Рассмотрим связь бинарной проблемы с так называемой *второй проблемой Ландау*, которая состоит в проверке утверждения, что множество простых чисел, разность между которыми равна 2, является бесконечным. Для этого определим, как изменяются окончания простых чисел, составляющих сопряженные пары при представлении четного числа n. Число n может иметь окончания 0, 2, 4, 6, 8. Каждому из этих окончаний соответствуют два различных окончания центра распределения $n/2$. Введем для удобства следующую запись: $(i_1; i_2; i_3)$, где i_1 – окончание числа n, i_2 – окончание числа $n/2$, если n имеет четное число десятков, i_3 – то же при нечетном числе десятков в числе n. Возможны только следующие варианты: (0; 0; –), (0; –; 5), (2; 1; –), (2; –; 6), (4; 2; –), (4; –; 7), (6; 3; –), (6; –; 8), (8; 4; –), (8; –; 9). При заданных n и $n/2$ нечетные числа, которые могут быть простыми, в сопряженных парах при представлении числа n имеют вполне определенные окончания и порядок следования (окончание 5 не учитывается). Используем снова сокращенную запись $(i_1; i_2; i_3; i_4\text{-}i_5;\ i_6)$, где i_4 обозначает окончания чисел $n-k$ справа от центра распределения ($n-k$ возрастает, если двигаться от центра распределения), i_5 – то же для чисел k слева от центра распределения (k убывает), i_6 обозначает расстояние между соседними парами. Имеем следующие варианты: (0; 0; –; 1-9, 3-7, 7-3, 9-1, 1-9; 2, 4, 2, 2), (0; –; 5; 7-3, 9-1, 1-9, 3-7, 7-3; 2, 2, 2, 4), (2; 1; –; 3-9, 9-3, 1-1, 3-9; 6, 2, 2), (2; –; 6; (7-5), 9-3, 1-1, 3-9, 9-3; 2, 2, 6), (4; 2; –; 3-1, 7-7, 1-3, 3-1; 4, 4, 2), (4; –; 7; (9-5), 1-3, 3-1, 7-7, 1-3; 2, 4, 4), (6; 3; –; (5-1), 7-9, 9-7, 3-3, 7-9; 2, 4, 4), (6; –; 8; 9-7, 3-3, 7-9, 9-7; 4, 4, 2), (8; 4; –; (5-3), 7-1, 9-9, 1-7, 7-1; 2, 2, 6), (8; –; 9; 1-7, 7-1, 9-9, 1-7; 6, 2, 2). Запись, например, в первой скобке означает, что $n=0$, $n/2=0$, пары 1-9 и 3-7 следуют друг за другом через 2 и т.д., последняя пара совпадает с первой по окончаниям, и затем все повторяется; период охватывает неполных 2 десятка, причем первые 4 пары относятся к первому десятку, считая от центра, а последняя – ко второму. Всего имеется 10 комбинаций окончаний чисел n и $n/2$ и 32 варианта окончаний для расстояний между числами в сопряженных парах (в действительности меньше за счет симметрии). Окончания 5 не учитываются, они записаны в скобках, только если они следуют сразу за центром распределения. Видно, что расстояние 2 между парами встречается во всех случаях. Нечетный центр распределения принимает все возможные для простого числа окончания (таких вариантов всего 4). Но любое нечетное число l может рассматриваться как центр распределения числа $2l$. Будем ассоциировать центр с простыми числами, начиная с 3, смещая его по числовой шкале. Центр отстоит от обоих сопряженных чисел, ближайших к нему, на 2. Поскольку ряд простых чисел бесконечен, при смещении по числовой шкале всегда обязательно найдутся простые числа, так как сопряженные числа в паре, ближайшей к центру, принимают все допустимые для простых чисел окончания, которые изменяются периодически, как следует из нашего анализа. Поэтому приведенное рассуждение решает вторую проблему Ландау (аналогичное рассуждение можно провести и для пар сопряженных чисел, идущих через 2, которые принимают все допустимые для простых чисел окончания). *Четвертая проблема Ландау* состоит в проверке утверждения, что множество простых чисел вида n^2+1 бесконечно. Анализ окончаний чисел n, n^2 и n^2+1 показывает, что претендентами на простые могут быть только числа с окончаниями 1 (при $n=0$) и 7 (при $n=4$ и $n=6$), что дает последовательности $20^{2n}+1$, $4^{2n}+1$ и $6^{2n}+1$, где n принимает значения 1, 2, 3 и т.д. Числа $4^{2n}+1$ являются частным случаем чисел Прота и пересекаются с числами Ферма и Мерсенна. Эта проблема имеет ограниченное значение, так как число вида n^2+1 не является единственным, находящимся в пределах, установленных гипотезой Лагранжа. Можно указать несколько таких последовательностей, генерирующих простые числа. Для нечетного n – это $n^2 \pm 2$, $n^2 \pm 4$, $n^2 \pm 6$, а для четного n – это $n^2 \pm 3$, $n^2 \pm 5$, $n^2 \pm 7$ (знак «+» берется для нижней границы, а знак «–» – для верхней). Интересно проверить, является ли множество простых чисел этого типа бесконечным и содержит ли все простые числа.

Чтобы подтвердить справедливость Леммы 1 прямыми вычислениями, рассмотрим некоторые свойства чисел, позволяющие определить количество составных чисел, не превосходящих четного числа n. Так как эта задача не является статистической, то используем для ее решения алгебраические методы, не обращаясь к известным вероятностным моделям распределения простых чисел [1, с. 162]. Каждое нечетное число k порождает последовательность (арифметическую прогрессию) вида

$$P_k = k + 2kl_k, \tag{1}$$

где $l_k = 1,2,3,\ldots$. Из (1) видно, что, если k – простое число, то в дальнейшем оно появляется как делитель составного сначала с множителем 3, затем с множителем 5, затем 7 и т.д., причем период повторения составляет $2k$. Чем больше k, тем больше период его появления. Число k будем называть порождающим (образующим), а последовательность – порожденной числом k. Так, для числа 3 период равен 6, для 5 – 10 и т.д.; если k – составное, то порожденная им последовательность уже содержится в последовательностях предшествующих простых чисел. Из (1) видно, что с возрастанием порядка чисел увеличивается их «разреженность». Под этим подразумевается следующее. Для простых чисел, меньших 50, период повторения исчисляется десятками; для чисел от 50 до 500 – сотнями; для чисел от 500 до 5000 –тысячами и т.д. Вообще, для произвольного четного n, если $k < n/2$, то период не превышает n. Следовательно, в сопряженных парах, представляющих число n, нечетные числа k слева от центра распределения могут повторяться, как часть составных, а числа $(n-k)$ – нет. Простое число k может встретиться слева от центра в сопряженных парах, как составное с множителем 3, если $k < n/6$, и справа от центра, если $n/6 < k < n/3$ (эти оценки определяют верхнюю границу таких чисел). Нетрудно вывести, что для произвольного четного n число образующих определяется соотношением

$l_n \leq [\sqrt{n}],$ (2)

где $[\cdot]$ – целая часть числа. Так, для $n = 50$: $l_n \leq 7$, т.е. образующими являются простые числа 3, 5, 7; для $n = 100$: $l_n \leq 10$, т.е. образующими будут те же числа 3, 5, 7; для $n = 200$: $l_n \leq 14$, и образующими являются числа 3, 5, 7, 11, 13 и т.д. При образовании составных чисел члены последовательности, порожденной простым числом k, следует учитывать до величины, определяемой соотношением

$L_{nk} = [n/k].$ (3)

Так, для $n = 100$ и $k = 3$ при образовании составных чисел учитываются все нечетные числа до $[100/3] = 33$, т.е. 16 чисел; для $k = 5$ – нечетные числа до $[100/5] = 20$, не делящиеся на 3, а именно, 5·5, 5·7,…, 5·19, т.е. 6 чисел; для $k = 7$ учитываются нечетные числа до $[100/7] = 14$, не делящиеся на 3 и 5, а именно 7·7, 7·11, 7·13, т.е. 3 числа. Всего получается 25 составных чисел. Нетрудно вывести общие соотношения. Из (1) следует, что количество вкладов членов последовательности, порожденной простым числом k, для числа n равно

$l_{nk} = [(n-k)/2k],$ (4)

при этом нужно учитывать дублирование вкладов при $k > 3$. Для составного числа k количество вкладов равно

$l_{nk} = [(n-k)/2k] + 1,$ (4a)

и все эти вклады уже содержатся в последовательностях простых чисел, меньших k. Поэтому их не нужно учитывать при подсчете количества составных чисел. Общее соотношение для количества составных чисел для некоторого четного числа n имеет вид

$m(n) = \sum_k [(n-k)/2k],$ (5)

где суммирование ведется по всем образующим числа n, а верхний предел суммирования определяется по (3). Для $k = 3$ учитываются все нечетные числа до $[n/3]$, для $k = 5$ – простые числа до $[n/5]$, большие или равные 5, для $k = 7$ – простые числа до $[n/7]$, большие или равные 7, и т.д. Отметим, что соотношения (1)-(5) позволяют определить, является ли составным некоторое число m, оканчивающееся на 1, 3, 7 или 9. Число m – составное, если оно содержится хотя бы в одной из последовательностей, порожденных его образующими (в противном случае оно простое). Вычисления проводятся поэтапно (вариант решета Эратосфена). Определяется число образующих по (2): $m_t = [\sqrt{m}]$; если оно большое, то снова применяется (2): $m_{t-1} = [\sqrt{m_t}]$ и т.д. до получения приемлемого «элементарного» уровня m_0, например, $m_0 = [\sqrt{1000}]$, образующие которого находятся в первых 3-х десятках (точнее, не превышают 31). Для образующих элементарного уровня (число 5 исключается) определяются порожденные ими последовательности. Если m содержится в одной из них, то решение получено, в противном случае определяются новые образующие 1-го уровня, их последовательности, проверяется принадлежность m одной из них и т.д. до m_t (при необходимости). Теперь оценим, как изменяется множество составных чисел при увеличении четного числа с $n/2$ до n (для удобства примем, что n делится на 4, и счет идет на десятки и сотни). Обозначим $m(n)$– количество нечетных составных чисел, предшествующих четному числу n, m_R – количество нечетных составных чисел справа от центра $n/2$, m_L – количество нечетных составных чисел слева от центра, $p(n)$ – количество простых чисел, предшествующих числу n, p_R – количество простых чисел справа от центра, p_L – количество простых чисел слева от центра. Имеем следующие соотношения: $m(n) + p(n) = n/2$, $m_R + p_R = n/4$, $m_L + p_L = n/4$, $m_R + m_L = m$, $p_R + p_L = p$ (мы приняли, что n делится на 4, чтобы не вводить целую часть числа). Кроме того $m_R > m_L$, $p_R < p_L$. Определим, как изменяются введенные величины при увеличении числа с $n/2$ до n. Так как центр распределения смещается при этом из $n/4$ в $n/2$, то $m_L(n) = m_L(n/2) + m_R(n/2) = m(n/2)$. Изменение количества составных чисел $m(n)$ происходит за счет двух факторов: увеличения пределов изменения по (3) с $[n/2k]$ до $[n/k]$ и увеличения числа образующих по (2) с $[\sqrt{n/2}]$ до $[\sqrt{n}]$. Первый фактор дает увеличение примерно в два раза, а второй – на $([\sqrt{n}] - [\sqrt{n/2}])/2$ или, по отношению к $[\sqrt{n/2}]$, в 0,2 раза, т.е. в общей сложности в 2,2 раза (при расчетах знак антье опускался). Конечно, это приближенная оценка, но дающая правильный порядок величин. При оценке первого фактора не учитывается, что при $k > 3$ отношение возрастает за счет исключения повторяющихся чисел, а при оценке второго фактора отношение уменьшается, так как при $k > 3$ нужно учитывать только различные парные произведения новых образующих друг с другом. Результаты сравнивались с табличными данными для n от 200 до 6000, что подтвердило правильность оценок; для $n < 200$ оценка оказывается заниженной за счет первого фактора. Окончательно имеем $m(n) = 2{,}2\, m(n/2)$. Но $m_L(n) = m(n/2)$, поэтому получаем $p_L - p_R = m_R - m_L = 0{,}2\, m(n/2)$, т.е. разность между числом простых чисел слева и справа от центра – небольшая. Более того, с увеличением n относительная разность $(p_L - p_R)/n$ убывает, что и доказывает справедливость Леммы 1. Теперь подтвердим прямыми вычислениями справедливость гипотезы Гольдбаха. Ввиду ограниченного объема статьи укажем только путь доказательства. Соотношение (1) позволяет установить цикличность чередования составных чисел, делящихся на данное простое число. Рассмотрим изменения по десяткам, при этом десяток, в котором данное простое число появляется впервые, не учитывается. Ниже приведены результаты для простых чисел $k = 3 \div 31$. Введены следующие обозначения: знак «+» означает, что имеется число, делящееся на данное простое k; знак «−» означает отсутствие такого числа в данном десятке; два плюса в скобках – два числа, делящихся на данное простое, в данном десятке. Для числа $k = 3$ цикл составляет 3 десятка (со 2-го по 4-й): + (++) (++), затем очередность знаков повторяется. Для числа 5 цикл составляет 5 десятков (со 2-го по 6-й): + + + + +; для числа 7 – 7 десятков (со 2-го по 8-й): $- + + + - + +$; для числа 11 – 11 десятков (с 3-го по 13-й): $- + - + - + - + - - +$; для числа 13 – 13 десятков (с 3-го по 15-й): $- + - - + - - + - + - - +$; для числа 17 – 17 десятков (с 3-го по 19-й), причем плюсы имеются только в 6-м, 9-м, 12-м, 16-м и 19-м десятках, а в остальных минусы; для числа 19 – 19 десятков (с 3-го по 21-й), плюсы имеются в 6-м, 10-м, 14-м, 18-м и 21-м десятках, а в остальных минусы; для числа 23 – 23 десятка (с 4-го по 26-й), плюсы имеются в 7-м, 12-м, 17-м, 21-м и 26-м десятках, а в остальных минусы; для числа 29 – 29 десятков (с 4-го по 32-й), плюсы имеются в 9-м, 15-м, 21-м, 27-м и 32-м десятках, а в остальных минусы; для числа 31 – 31 десяток (с 5-го по 35-й), плюсы имеются в 10-м, 16-м, 22-м, 28-м и 35-м десятках, а в остальных минусы. Для произвольного простого числа k в десятке l цикл состоит из k десятков (с $l + 1$ до $l + k$), и плюсы будут в десятках, определяемых по (1): $k + 2k$, $k + 4k$ и т.д. (всего 5 плюсов), а в остальных – минусы. Сравним теперь вклады от разных простых чисел k на промежутке 3 десятка, соответствующем наименьшему циклу. Достаточно рассмотреть числа, меньшие 30. Постоянный вклад дают числа 3 и 5; число 3 дает 5 вкладов; число 5 – 2 независимых вклада (3-й вклад совпадает с вкладом от числа 3). Вклады от остальных чисел варьируются и зависят от предыдущих чисел, при этом, как легко видеть, совпадение максимальных вкладов от всех или большинства чисел невозможно (является исключением). Так, число 7 может давать 1 или 2 вклада; число 11 – 0, 1 или 2 вклада (0 означает, что все вклады уже содержатся во вкладах предыдущих чисел; 2 – что все вклады независимы); число 13 – 0 или 1; числа 17, 19, и 23 имеют период, превышающий 30, и дают 0 или 1 вклад, числа 29 и 31 дают 0 или 1 вклад. Вклады от больших простых чисел k из допустимых образующих равны 0 или 1, и их можно рассматривать как редкое событие. Действительно, чтобы простое число k образовало составное число с собой или последующими простыми, большими него, должно выполняться неравенство $k < \sqrt{n/2}$ (приближенная оценка для произведения $k \cdot k$). Поскольку в пределах 3-х десятков имеется 15 нечетных чисел, то подсчет вкладов показывает, что, как правило, на промежутке 3 десятка остаются одна или несколько вакансий для простых чисел, и расстояние между соседними простыми числами не превышает 30. Ввиду того, что вклады изменяются циклически, отмеченные закономерности справедливы для промежутка в 3 десятка на любой части числовой шкалы, и отклонения от них следует рассматривать как аномальные. «Возмущения» связаны со смещением цикла числа 3 относительно начала десятка и циклов других чисел, а также с вкладами от больших простых чисел (из допустимых образующих), что может приводить к увеличению расстояния между соседними простыми числами по сравнению с 30-ю на 2, 4, 6 (при этом соответственно увеличивается и число нечетных чисел). Например, увеличение на 2, 4, 6 наблюдается по одному разу среди первых 10000 простых чисел. Интересно было бы исследовать закономерность появления таких аномалий. Приведенные рассуждения не являются строгим доказательством, однако они кажутся весьма правдоподобными. Для получения полного доказательства нужно рассмотреть смещение цикла числа 3 относительно начала десятка, а также его допустимые комбинации с циклами других чисел. Здесь видна аналогия с задачей многих тел в небесной механике. Представим, что множество планет вращается в плоскости вокруг общего центра, и их периоды относятся, как простые числа 3:5:7:11:… Понятно, что совпадение их положений (на одном радиусе или в узком секторе) является практически нереализуемым событием, при этом вклады от больших простых чисел можно сравнить с появлением на этом радиусе кометы, имеющей большой период обращения. Теперь рассмотрим, как удостовериться в справедливости бинарной гипотезы Гольдбаха прямыми вычислениями. В рамках одной статьи это сделать затруднительно ввиду ограниченного объема, поэтому рассмотрим лишь путь доказательства. Начнем с частного случая. Предположим, что при $p \leq n$ гипотеза верна, и покажем, что она выполняется для $p = n + 2$. Положим для определенности $n = 0$, $n/2 = 0$ и пусть $(k, n - k)$ – пара простых сопряженных, ближайшая к центру распределения (такая пара найдется ввиду предположения), пусть k оканчивается на 9, а $n - k$ – на 1 (см. анализ окончаний, данный выше). Будем двигаться от центра распределения, при этом k уменьшается постоянно на 2 единицы, а $n - k$ возрастает на такую же величину. Рассмотрим сначала изменения числа k. Из Леммы 1 и проведенного анализа циклов следует, что обязательно найдутся простые числа в пределах 3-х десятков (или на несколько большем интервале), например, k_1 , k_2, k_3 и т.д. Затем рассматриваем изменение числа $n - k$, и снова найдутся простые числа, например, $(n - k)_4$, $(n - k)_5$ и т.д. Для получения совпадений этих чисел следует рассматривать интервал в 30÷60 единиц (с запасом), так как k и $n - k$ в данном случае изменяются относительно независимо. Объединяя их в пары, получим представление в виде сопряженных простых для n , $n + 2$ и, возможно, других чисел и тем самым убеждаемся в справедливости гипотезы (см. Табл. 1). Затем также рассматривается переход к $p = n + 4$. Для проведения полного доказательства нужно рассмотреть все возможные случаи окончаний для n, $n/2$ (10 случаев) и для каждой пары $(n, n/2)$ – возможные варианты окончаний для простых чисел (см. выше), всего 32 варианта. За счет симметрии число случаев может быть сокращено вдвое.

Таким образом, в статье дано доказательство бинарной проблемы Гольдбаха, показана ее связь с другими открытыми проблемами теории чисел. В заключение рассмотрим один способ генерации простых чисел на основе образующих. Для произвольного четного числа определяем его образующие по (2) и перемножаем их: 3·5·7·11·… и т.д.; произведение образующих всегда будет находиться в середине какого-то десятка, так как делится на 5. Прибавляя или вычитая из него последовательно 2, 4, 6, 8, …, 16, получим на каком-то шаге простые числа.

Таблица 1. *Сопряженные пары при представлении четных чисел*

Сопряженные пары для различных четных чисел в пределах десятка								
$n-8$	$n-6$	$n-4$	$n-2$	n	$n+2$	$n+4$	$n+6$	$n+8$
1, *n*–9	1, *n*–7	1, *n*–5	1, *n*–3	1, *n*–1	1, *n*+1	1, *n*+3	1, *n*+5	1, *n*+7
3, *n*–11	3, *n*–9	3, *n*–7	3, *n*–5	3, *n*–3	3, *n*–1	3, *n*+1	3, *n*+3	3, *n*+5
5, *n*–13	5, *n*–11	5, *n*–9	5, *n*–7	5, *n*–5	5, *n*–3	5, *n*–1	5, *n*+1	5, *n*+3
7, *n*–15	7, *n*–13	7, *n*–11	7, *n*–9	7, *n*–7	7, *n*–5	7, *n*–3	7, *n*–1	7, *n*+1
.	.	.	.	.	.	.	.	.
23, *n*–31	23, *n*–29	23, *n*–27	23, *n*–25	23, *n*–23	7, *n*–5	7, *n*–3	7, *n*–1	7, *n*+1
.	.	.	.	.	.	.	.	.
k, *n*-*k*-8	*k*, *n*-*k*-6	*k*, *n*-*k*-4	*k*, *n*-*k*-2	*k*, *n*-*k*	*k*, *n*-*k*+2	*k*, *n*-*k*+4	*k*, *n*-*k*+6	*k*, *n*-*k*+8
.	.	.	*k*+2, *n*-*k*-4	*k*+2, *n*-*k*-2	*k*+2, *n*-*k*	.	.	.
.	.	.	.	.	.	*k*+4, *n*-*k*	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.
			n/2-3, *n*/2+1					
n/2-5, n/2-3	*n/2-5, n/2-1*	*n/2-3, n/2-1*	-	*n/2-1, n/2+1*	*n/2-1, n/2+3*	*n/2-1, n/2+5*	*n/2+1, n/2+3*	*n/2+3, n/2+5*
Число сопряженных пар								
n/4-2	*n*/4-2	*n*/4-1	*n*/4-1	*n*/4	*n*/4	*n*/4+1	*n*/4+1	*n*/4+2

Примечание. За начало отсчета принято число *n*, делящееся на 4.

Список литературы

1. **Василенко О. М.** Современные способы проверки простоты чисел // Кибернетический сборник. 1988. Вып. 25. С. 162-188.
2. **Выгодский М. Я.** Справочник по элементарной математике. М.: Наука (ФМЛ), 1962. 424 с.
3. **Карпенко А. С.** Логики Лукасевича и простые числа. М.: Наука, 2000. 319 с.
4. **Цагер Д.** Первые 50 миллионов простых чисел // Успехи математических наук. 1984. Т. 39. № 3. С. 175-190.

ABOUT THE SOLUTION OF GOLDBACH'S BINARY CONJECTURE

Romanov Vadim Nikolaevich, Doctor in Technical Sciences, Professor
St. Petersburg State Technological Institute (Technical University)
vromanvpi@mail.ru

This article explores some characteristic features of prime numbers and on the basis of this the author proposes a solution of Goldbach's binary problem. The interrelation of the problem with Lagrange's hypothesis and other problems of numbers theory is considered. It is shown that the rightness of Lagrange's hypothesis and Landau's second problem follows from the existence of the solution of Goldbach's binary conjecture.

Key words and phrases: prime number; Goldbach's problem; Lagrange's hypothesis; Landau's problem; periodicity of prime numbers; generated number; generated sequence.

УДК 316.422.42
Социологические науки

Статья посвящена анализу современного российского рынка образовательных услуг на основе профессионального самоопределения учащейся молодежи и востребованности выпускников отечественных вузов на рынке труда. Основное внимание авторы акцентируют на анализе несоответствия взаимоожиданий выпускников вузов и работодателей, а также предложений российского рынка образовательных услуг.

Ключевые слова и фразы: рынок образовательных услуг; рынок труда; молодежь; профессиональная ориентация; бакалавриат; магистратура.

Рыжков Сергей Иванович, к. полит. н.
Богданова Вера Андреевна
Северный (Арктический) федеральный университет имени М. В. Ломоносова
sergryzhkov@mail.ru; verab.bogdanova@yandex.ru

ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ САМООПРЕДЕЛЕНИЕ МОЛОДЕЖИ В УСЛОВИЯХ СОВРЕМЕННОГО РЕГИОНАЛЬНОГО РЫНКА ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ УСЛУГ И РЫНКА ТРУДА©

Работа выполнена при поддержке Программы развития Северного (Арктического) федерального университета имени М. В. Ломоносова.

Последние двадцать лет российское общество переживает достаточно сложный и уже изрядно затянувшийся период трансформации базовых социальных структур и институтов, общественной ценностно-