

Иванюк Александр Максимович, Данилов Владимир Васильевич

### **АНАЛИЗ ТАБЛИЦ СМЕРТНОСТИ В РОССИИ ЗА ДВА СТОЛЕТИЯ**

В статье показана ограниченность метода "условных поколений" и рассмотрена применимость таблиц, построенных на его основе, при исследовании демографических функций смертности. С этой целью разработан итерационный метод определения параметров реальных поколений "вслепую", с приемлемой точностью. Такой подход позволил на основе пересчитанных таблиц "реальных поколений" подтвердить факт деградации параметра  $t$ , восстановить функцию Мейкема, обнаружить фальсифицированный характер демографических таблиц советского периода.

Адрес статьи: [www.gramota.net/materials/1/2014/3/21.html](http://www.gramota.net/materials/1/2014/3/21.html)

Статья опубликована в авторской редакции и отражает точку зрения автора(ов) по рассматриваемому вопросу.

Источник

#### **Альманах современной науки и образования**

Тамбов: Грамота, 2014. № 3 (82). С. 74-83. ISSN 1993-5552.

Адрес журнала: [www.gramota.net/editions/1.html](http://www.gramota.net/editions/1.html)

Содержание данного номера журнала: [www.gramota.net/materials/1/2014/3/](http://www.gramota.net/materials/1/2014/3/)

#### **© Издательство "Грамота"**

Информация о возможности публикации статей в журнале размещена на Интернет сайте издательства: [www.gramota.net](http://www.gramota.net)

Вопросы, связанные с публикациями научных материалов, редакция просит направлять на адрес: [almanac@gramota.net](mailto:almanac@gramota.net)

кредитования, который будет стимулировать внутренний спрос и обеспечивать устойчивость финансового сектора и всей экономики страны в целом в условиях нестабильности внешнего окружения и воздействия неконтролируемых рисков.

Во-вторых, процесс формирования и реализации намеченных направлений развития, с одной стороны, должен учитывать существующие негативные последствия интеграционных процессов на финансовом рынке, а с другой – обеспечивать в перспективе использование инструментов финансового рынка в деятельности небанковских институтов и сегментов.

В-третьих, необходимо оптимизировать всю систему управления финансовыми инструментами. Чрезвычайно важной является передача регуляторных полномочий саморегулирующимся организациям и системным институтам рынка, в частности, биржам, депозитариям, кредитным союзам, инвестиционным, пенсионным фондам.

#### Список литературы

1. **Бонцевич Н. В.** Мировые финансовые кризисы и минимизация ущерба от них национальной экономике: опыт прошлого и уроки для будущего // Вестник экономической интеграции. 2013. № 8 (65). С. 157-162.
2. **Головченко А. В.** Негосударственные пенсионные фонды в России: состояние и проблемы // Российское предпринимательство. 2012. № 12. С. 17-24.
3. **Гореева Н. М., Демидова Л. Н., Черняев С. И.** Финансовый кризис для России не закончился // Фундаментальные исследования. 2013. № 4-5. С. 1185-1189.
4. **Цыганов А. А., Сахирова Н. П.** Институциональное развитие страхового рынка: теоретические и методологические аспекты // Ученые записки Российской академии предпринимательства. 2013. № 36. С. 261-277.
5. **Черкасов М. Н.** Анализ мирового опыта по стимулированию научно-технической и инновационной деятельности // Альманах современной науки и образования. Тамбов: Грамота, 2013. № 1 (68). С. 161-165.
6. **Шарватов С. В.** Исследование современной концепции жизненного цикла товара при анализе устойчивости предприятия в конкурентной среде // Научные труды Вольного экономического общества России. 2011. Т. 155. С. 399-404.

#### RUSSIA FINANCIAL SYSTEM TRANSFORMATION

**Zhelezin Aleksandr Vladimirovich**, Ph. D. in Economics, Associate Professor  
MATI – Russian State Technological University  
ajelezin@yandex.ru

The article is devoted to the identification and analysis of the main tendencies and directions of Russia financial system transformation. The importance of involving non-governmental pension funds into the general process of investing within the framework of the country entire economic system functioning is revealed. A number of the recommendations that will contribute to the further development of Russia financial system are presented.

*Key words and phrases:* investments; non-governmental pension funds; world economy; financial system; financial instruments; real sector of economy.

УДК 577.21

#### Биологические науки

*В статье показана ограниченность метода «условных поколений» и рассмотрена применимость таблиц, построенных на его основе, при исследовании демографических функций смертности. С этой целью разработан итерационный метод определения параметров реальных поколений «вслепую», с приемлемой точностью. Такой подход позволил на основе пересчитанных таблиц «реальных поколений» подтвердить факт деградации параметра  $\tau$ , восстановить функцию Мейкема, обнаружить фальсифицированный характер демографических таблиц советского периода.*

*Ключевые слова и фразы:* интенсивность смертности; теория надёжности; условные и реальные поколения; функция Мейкема; демографические функции.

**Иванюк Александр Максимович**

**Данилов Владимир Васильевич**, д. ф.-м. н.

Петербургский государственный университет путей сообщения  
vdanilov@hotmail.ru

#### АНАЛИЗ ТАБЛИЦ СМЕРТНОСТИ В РОССИИ ЗА ДВА СТОЛЕТИЯ<sup>©</sup>

##### 1. Введение

Демографическая ситуация в современном мире, и это признают все специалисты, – кризисная: это и депопуляция во многих странах Европы (и других регионах), и демографический взрыв в странах третьего мира,

и резкое ухудшение «качества человеческого материала» (как одно из следствий неуклонного роста генетического груза), и многое другое. В поисках путей выхода из этого кризиса важную роль должна сыграть наука и прежде всего в создании и анализе математических моделей, адекватных реальности. Первый и важный шаг в этом направлении – нахождение аналитической аппроксимации для основной демографической функции – интенсивности смертности  $\mu(t)$ .

Эта задача была решена в работе [3], где  $\mu(t)$  описывается уравнением:

$$\frac{d\mu(t)}{dt} = \mu_0^0(t) \left( \frac{1}{\tau} - \frac{1}{t} \right) + \frac{dA(t)}{dt}, \quad (1)$$

$$\mu(t_0) = \mu_0^0 + A(t_0).$$

Решение этого уравнения – аналитическая функция интенсивности смертности  $\mu(t)$ :

$$\mu(t) = \left[ \frac{\mu_0^0 t_0}{\tau} \right] \frac{\exp\left(\frac{t-t_0}{\tau}\right)}{\left(\frac{t}{\tau}\right)} + A(t). \quad (2)$$

Здесь:

$\mu_0^0$  – средняя (по популяции) интенсивность смертности в момент рождения;

$t_0$  – среднее (по популяции) время родов;

$\tau$  – среднее (по популяции) время полового созревания (по терминологии авторов – рейтинг иммунитета);

$A(t)$  – фундаментальная функция Мейкема – интенсивность смертности от случайных причин (несчастные случаи, отравления, травмы и т.п.) – класс XIII (E800÷E999) по МКБ-9 (система классификации ВОЗ) [2].

На основании уравнения (1) в работе [3] авторами (с использованием теории надёжности) была построена математическая модель смертности. Исследование этой модели позволило получить ряд новых результатов, часть из которых была изложена в работе [Там же], другая часть будет изложена в данной работе. Однако полноценное использование предложенной модели возможно лишь при учёте и решении следующей проблемы. Напомним, что все существующие таблицы смертности составлены с использованием метода так называемых «условных поколений». Этот метод предполагает «сохранение того возрастного режима... смертности, который был в том или ином возрасте в год расчета» [1, с. 53]. Это – **очень жесткое требование**, которое необходимо проверять, хотя до сих пор этого никто не делал. В данной работе предлагается простой метод проверки этого предположения (исходя из теории надёжности).

Особо отметим, что в статье использованы полные (т.е. с годичным интервалом) таблицы смертности для России (и РСФСР) за 1874-1883 гг., 1896-1897 гг., 1907-1910 гг., 1926-1927 гг., 1958-1959 гг., 1984-1985 гг. [5; 8], содержащие все демографические функции, кроме функции Мейкема, а также краткие (т.е. с пятилетним интервалом) таблицы за 1987, 1988, 1990, 1996 гг. [6; 7], содержащие только возрастные коэффициенты смертности с функцией Мейкема за 1987, 1988 гг. Тем самым это впервые выполненный анализ материала, фактически охватывающего более двух столетий, т.к. таблицы 1874 г. содержат сведения о лицах с 1774 года рождения.

## 2. Об эквивалентности условных и реальных поколений. Локальное приближение

В соответствии с теорией надёжности средняя продолжительность жизни  $t_{\text{вио}}$  определялась в [3] как «среднее время наработки на отказ», т.е. как время полной амортизации  $M(t_{\text{вио}})$  организма:

$$M(t_{\text{вио}}) = \sum_{i=1}^{t_{\text{вио}}} \mu(t_i) = 1,000. \quad (3)$$

Тогда, для реального поколения должны одновременно выполняться два условия:

$$\begin{cases} l(t_{\text{вио}}) = 1 / \exp[1] \approx 0,3678 \\ \sum_{i=1}^{t_{\text{вио}}} \mu(t_i) = 1,000, m.e. t_{\text{вио}} = t_1 \end{cases}, \quad (4)$$

где  $l(t_{\text{вио}})$  – число доживающих до средней продолжительности жизни в популяции;  $t_i$  – возрастной интервал;  $\mu(t_i)$  – интенсивность смертности на момент  $t_i$ ;  $\mu(t_1)$  – интенсивность смертности на первом году жизни.

Причем, если условие (3) выполняется всегда для любых таблиц (и условных поколений, и реальных поколений), то (4) – только для реальных. Действительно, из Таблицы 1 (а и б) (строки 1, 3) видно, что условие (4) выполняется не всегда. Причина в том, что сумма в (4) формируется из интенсивностей смертности поколений различных годов рождения, поэтому выполнение условий (4) как раз и покажет «эквивалентность» условного поколения реальному.

Тогда (условие нормировки):

$$l_0 - \sum_{k=0}^{100} d_k = 0, \quad (5)$$

т.е. сумма чисел умирающих за весь возрастной интервал (100 лет)  $\sum_{k=0}^{100} d_k$  должна совпадать с исходным числом доживающих  $l_0$ .

**Таблица 1а.** Динамика демографических характеристик популяций

Женщины (Россия)							
№	Таблицы	1874-1883	1896-1897	1907-1910	1926-1927	1958-1959	1984-1985
	Параметры						
1	$t_{вид}$ (лет)	45	40	44	70	82	81
2	$M(t_{вид})$	0,957	0,938	0,960	1,000	1,000	1,000
3	$t_l$ (лет)	48	45	48	70	82	81

**Таблица 1б.** Динамика демографических характеристик популяций

Мужчины (Россия)								Англия
№	Таблицы	1874-1883	1896-1897	1907-1910	1926-1927	1958-1959	1984-1985	1967-1970
	Параметры							
1	$t_{вид}$ (лет)	38	32	41	63	76	73	80
2	$M(t_{вид})$	0,934	0,910	0,940	1,000	1,000	1,000	1,050
3	$t_l$ (лет)	43	40	45	63	76	73	79,5

Из Таблиц 1а и 1б (строки 1, 3) видно, что условия выполняются для таблиц 1926, 1958 и 1984 годов и не выполняются для таблиц 1874, 1896 и 1907 годов. Следовательно, либо дореволюционные таблицы – недостоверны, либо предположение об эквивалентности условного и реального поколений не выполняется (что более вероятно, учитывая демографические особенности этого периода для основной популяции населения России).

Условия (4) необходимы, но недостаточны, так как  $\mu(t)$  включает две составляющие – биологическую  $\mu_b(t)$  и функцию Мейкема  $A(t)$ . При фиксированном  $\mu(t)$  условие (4) может выполняться при различных наборах  $\mu_b(t)$  и  $A(t)$ . Гипотеза об «эквивалентности» условного и реального поколений означает, по существу, что на протяжении столетия демографические параметры реальных поколений остаются неизменными. Естественно, что такое предположение – совершенно нереалистично. **И, тем самым, ни одна таблица смертности для условного поколения не соответствует реальному поколению.** В действительности приходится иметь дело со смесью реальных поколений различных годов рождения (примерно за столетие), что резко усугубляет ситуацию. В довершение ко всему приходится работать либо с замкнутыми популяциями, либо корректно учитывать миграцию (к счастью, в дореволюционной России миграция практически отсутствовала). Ясно, что при этом математические трудности становятся непреодолимыми. Поэтому, чтобы получать научно-достоверные результаты в таком временном масштабе, необходимо работать с реальными поколениями. Анализ условных поколений позволяет лишь обнаруживать тенденции, но не позволяет дать надежную количественную оценку. Предлагаемый в работе выход заключается в резком сокращении временного масштаба оценок (локальное приближение), что может быть весьма работоспособным, поскольку демографические процессы достаточно инерционны, и их изменениями за срок три-пять лет можно пренебречь. Ниже впервые излагается этот метод. Конечно, возможна ситуация, когда принцип условных поколений неприменим даже в локальной формулировке. Это происходит в период демографических катастроф – войны, революции, массовые эпидемии, голод и т.п. Но даже в такие периоды эндогенные характеристики популяций, характеризующие их биологию ( $t_0$ ,  $\tau$ ,  $\mu_b(t)$ ), меняются весьма слабо по сравнению с экзогенными характеристиками (например,  $\mu(t)$  или числа доживающих  $l(t)$ ), что сохраняет возможность анализа даже в таких inferнальных ситуациях.

### 3. Определение демографических характеристик популяций по таблицам условных поколений

Имея набор таблиц условных поколений (в идеале за каждый календарный год), нетрудно построить таблицу реальных поколений. Например, характеристики реального поколения 1810 года рождения будут отражать таблицы условных поколений с 1810 по 1910 гг. Принцип перехода от таблиц условных поколений к таблицам реальных поколений легко понять из Таблицы 2. Здесь для реального поколения 1810 года рождения по таблице 1874 года возраст будет 64 года, а число доживающих  $l_p(t)$  равно 19272 ( $l_0=100000$ ), по таблице 1896 года возраст – 86 лет, а  $l_p(t)$  равно 1753, а по таблице 1907 года возраст уже 97 лет и  $l_p(t)$  равно 278. По таблице же условных поколений 1874 года возрасту 86 лет (поколение 1788 г.р.) соответствует  $l_y(t)$  равное 1314, а возрасту 97 лет (поколение 1777 г.р.)  $l_y(97)$  равное 163 (пример приведен для женщин – строки 1, 2, 3, столбцы 1, 2, 3).

Из Таблицы 2 нетрудно видеть, что временная последовательность чисел доживающих  $l_y(t)$  для условных поколений меняется менее резко, чем числа  $l_p(t)$  для реальных поколений. Кроме того, из таблицы можно также видеть последствия демографической катастрофы, пережитой Россией в период между 1907 и 1926 годами (Первая мировая война, революция, гражданская война, голод, эпидемии, потеря части территории вместе с населением, массовая эмиграция, репрессии). Известно, что функция чисел доживающих  $l(t)$  – монотонно

убывающая функция. По смыслу функция  $l(t)$  – вероятность дожить до возраста  $t$ . Поэтому очевидно, что вероятность дожить до 49-ти лет не может быть больше, чем до 30-ти лет. Однако из Таблицы 2 видно (столбцы 3 и 4), что  $l_p(t)$  возрастает с 43516 до 56259 (строка 14) и с 42921 до 53116 (строка 29); а в столбцах 4 и 5  $l_p(t)$  возрастает с 67278 до 85210 (строка 17) и с 66328 до 82699 (строка 32), что наводит на мысль о фальсификации (в столбцах 4 и 5). Результаты же в столбцах 3 и 4 можно объяснить последствиями демографической катастрофы.

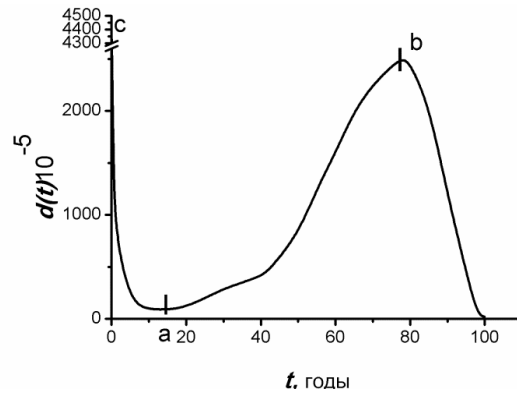
Таблица 2. Сравнение реальных и условных поколений

Таблицы		№ с т р о к и	1874	1896	1907	1926	1958	1984	Год рождения
			1	2	3	4	5	6	
ЖЕНЩИНЫ (Россия)	Год рождения	$t$ 1	64 19272	86	97				1810
		$l_p$ 2	19272	1753	278	—	—	—	
		$l_v$ 3		1314	163				
		$t$ 4	48	70	81	100			1826
		$l_p$ 5	34827	14329	5207	379	—	—	
		$l_v$ 6	34827	12124	3089	71			
		$t$ 7	36	58	69	88			1838
		$l_p$ 8	41512	26627	17084	6245	—	—	
		$l_v$ 9	41512	26394	13240	911			
		$t$ 10	22	44	55	74			1852
		$l_p$ 11	47524	39010	30329	29438	—	—	
		$l_v$ 12	47524	37288	29412	8116			
		$t$ 13		19	30	49	81		1877
		$l_p$ 14	—	45853	43516	50259	40202	—	
		$l_v$ 15		45853	41322	32487	4007		
МУЖЧИНЫ (Россия)	1957 1946 1930 1911 1880 1854 1839 1824 1810	$t$ 16	64	86	97	23	55	81	1903
		$l_p$ 17	17174	1477	223	67278	85210	42250	
		$l_v$ 18	17174	1181	148	67278	52741	16910	
		$t$ 19	50	72	83		28	54	1930
		$l_p$ 20	29688	10917	3392	—	92624	85013	
		$l_v$ 21	29688	9245	2029		92624	85752	
		$t$ 22	35	57	68	87	12	38	1946
		$l_p$ 23	37988	24072	15949	3998	94242	90112	
		$l_v$ 24	37988	24215	13007	979	94242	90986	
		$t$ 25	20	42	53	72	1	27	1957
		$l_p$ 26	43706	32795	29160	23603	96323	92074	
		$l_v$ 27	43706	34641	27524	9245	96323	92759	
		$t$ 28		16	27	46	78		
		$l_p$ 29	—	42385	42921	53116	31626	—	
		$l_v$ 30		42385	38667	30774	5613		
		$t$ 31				15	47	73	
		$l_p$ 32	—	—	—	66328	82699	35914	
		$l_v$ 33				66328	52419	21953	
		$t$ 34					28	54	
		$l_p$ 35	—	—	—	—	90404	74609	
		$l_v$ 36					90404	77022	
		$t$ 37					12	38	
		$l_p$ 38	—	—	—	—	93239	88881	
		$l_v$ 39					93239	8714927	
$t$ 40					1	27			
$l_p$ 41	—	—	—	—	95576	93146			
$l_v$ 42					95576	90666			

Напомним, что решение уравнение смертности, найденное в [Там же], – аналитическая функция  $\mu(t)$ . Эту функцию можно представить в виде

$$\mu(t) = R \exp\left(\frac{t-t_0}{\tau}\right) / \left(\frac{t}{\tau}\right),$$

где  $R \equiv \mu_0^0 / \tau$ , а  $\tau$  – средний (по популяции) период полового созревания.



**Рис. 1.** График функции чисел умирающих  $d(t)$ . Мужчины (СССР – 1958 г.). Точки  $a$ ,  $b$ ,  $c$  – положение экстремумов

Однако определение основных демографических параметров ( $R$ ,  $\tau$ ) реальных поколений по реальным таблицам смертности может показаться неразрешимым в связи с тем, что **функция Мейкема  $A(t)$  при этом неизвестна**. Тем не менее, опираясь на принцип условных поколений, в локальном приближении удалось разработать два (взаимодополняющих) итерационных метода, позволяющих решить эту задачу с хорошей точностью.

В качестве примера такого подхода рассмотрим функцию чисел умирающих  $d(t)$ . На графике этой функции (Рис. 1) видно существование трех экстремумов:  $c$  – максимум (младенческий) в возрасте  $t_0$ , т.е. при рождении,  $a$  – минимум в возрасте вблизи  $\tau$ ,  $b$  – максимум в возрасте  $t_{mod}$ , который называется «модальной продолжительностью жизни» [Там же]. Двумя последними из этих особых точек воспользуемся в предлагаемом методе.

### 3.1. Итерационный метод определения $R$ и $\tau$ в районе максимума $d(t)$

а. При  $t_{mod}$  по определению  $\frac{dd(t_{mod})}{dt} = 0$ , (6)

но  $t_{mod}$  точно неизвестно, т.к. таблица дает точность  $\pm 0,5$  года.

б. Используем то, что в районе  $t_{mod}$  параметры  $R$  и  $\tau$  неизменны на протяжении  $\pm (2-3)$  лет, что дает возможность написать два неравенства:

$$\begin{cases} \frac{dd(t_i)}{dt} = \mu_{\bar{\sigma},i} \left( \frac{1}{\tau} - \frac{1}{t_i} \right) + \frac{dA(t_i)}{dt} - \mu_i^2 > 0 \\ \frac{dd(t_{i+1})}{dt} = \mu_{\bar{\sigma},i+1} \left( \frac{1}{\tau} - \frac{1}{t_{i+1}} \right) + \frac{dA(t_{i+1})}{dt} - \mu_{i+1}^2 < 0 \end{cases}, \quad (7 \text{ а, б})$$

где  $t_{i+1} > t_{mod}$ ,  $t_i < t_{mod}$  (см. график  $d(t)$  на Рис. 1).

в. Из работы [Там же] следует (см. Рис. 2 [Там же]), что:

$$\begin{cases} \frac{d\rho(t_{mod})}{dt} < 0 \\ \rho(t_{mod}) < \frac{1}{2} \end{cases}, \quad (8 \text{ а, б})$$

тогда: 
$$\frac{d\rho(t_{mod})}{dt} = \frac{\mu_{\bar{\sigma}}}{[\mu(t_{mod})]^2} \left( \frac{dA(t_{mod})}{dt} - A(t_{mod}) \left( \frac{1}{\tau} - \frac{1}{t_{mod}} \right) \right), \quad (9)$$

отсюда нетрудно получить мажорантные оценки:

$$0 < \frac{dA(t)}{dt} < A(t) \left( \frac{1}{\tau} - \frac{1}{t} \right) < \mu_{\bar{\sigma}}(t) \left( \frac{1}{\tau} - \frac{1}{t} \right). \quad (10)$$

г. Подставляя (10) в (7а) для значений  $t$  в области  $t_{mod}$ , получим:

$$2\mu_{\bar{\sigma},i} \left( \frac{1}{\tau} - \frac{1}{t_i} \right) > \mu_i^2, \quad (11)$$

или  $R_i > \frac{\mu_i^2}{2 \exp\left(\frac{t_i}{\tau}\right) \left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{t_i}\right)} \left(\frac{\tau}{t_i^2}\right)$  – с одной стороны. (12)

С другой стороны,  $\mu_{\bar{\sigma},i} < \mu_i$ , или  $R_i < \frac{\mu_i}{\exp\left(\frac{t_i}{\tau}\right)} \left(\frac{\tau}{t_i}\right)$ , отсюда

$$д. R_{min} \equiv \frac{\mu_i}{2\left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{t_i}\right)} R_{max} < R_i < \frac{\mu_i}{\exp\frac{t_i}{\tau}} \left(\frac{\tau}{t_i}\right) \equiv R_{max}. \tag{13}$$

Разрешая уравнение (13) относительно  $\tau$ , получаем

$$\tau < \frac{1}{\left(\frac{\mu_i}{2} + \frac{1}{t_i}\right)} \equiv \tau_{max}. \tag{14}$$

Далее, используя (10), получаем из (7 б):

$$\mu_{\sigma,j+1} \left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{t_{j+1}}\right) < \mu_{i+1}^2, \tag{15}$$

отсюда:

$$(1 - \rho_{i+1}) \left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{t_{i+1}}\right) < \mu_{i+1}. \tag{16}$$

Разрешая уравнение (16) относительно  $\tau$ , получаем

$$\tau_{min} \equiv \frac{1}{\left(\frac{\mu_{i+1}}{1 - \rho_{i+1}}\right) + \frac{1}{t_{i+1}}} < \tau < \frac{1}{\left(\frac{\mu_i}{2} + \frac{1}{t_i}\right)} \equiv \tau_{max}. \tag{17}$$

е. Для нахождения нулевого приближения полагаем  $A_i = 0, A_{i+1} = 0$  и находим  $\tau_0$ :

$$\tau_0 = \frac{1}{2}(\tau_{min,0} + \tau_{max}), \tag{18}$$

где  $\tau_{min,0}$  получаем из (17) при  $\rho_{i+1} = 0$  и  $\tau_{max}$  из (14).

ж. Подставляя  $\tau_0$  в (13), находим  $R_0$ :

$$R_0 = \frac{1}{2}(R_{min,0} + R_{max,0}). \tag{19}$$

Теперь, зная  $R_0$  и  $\tau_0$ , вычисляем  $A_i, A_{i+1}$ , значения которых будут уже не нулевыми. Повторяем вычисления по пунктам с уже ненулевыми  $A_i, A_{i+1}$  и находим  $\tau_i$  и  $R_i$  и новые  $A_i, A_{i+1}$  до полной сходимости  $R$  и  $\tau$  (обычно для совпадения семи знаков после запятой требуется от 7 до 12 циклов).

Одновременно проводится контроль мажорантных оценок, получаемых из (10):

$$\begin{cases} \mu_{i+1} > \mu_i \\ A_{i+1} > A_i \\ A_{i+1} - A_i < \mu_{\sigma,j+1} - \mu_{\sigma,j} \end{cases} \text{ из условия } \frac{dA(t)}{dt} > 0. \tag{20}$$

Если оценки не выполняются, то проводим выравнивание используемых таблиц. Если и это не помогает, то расчет  $R$  и  $\tau$  считается ненадежным. Отработка метода на модельных таблицах показала, что наилучшая точность (для  $\tau - 0,3\%$ , для  $R - 1,3\%$ ) достигается при  $t_i$  на год меньше  $t_{mod}$  и  $t_{i+1}$  – на три года больше  $t_{mod}$ .

### 3.2. Итерационный метод определения $R$ и $\tau$ в районе минимума $d(t)$

а. Здесь при  $t = \tau \frac{dd(\tau)}{dt} = 0$  – по определению.

б. Неравенства в районе  $\tau$  следующие:

$$\begin{cases} \frac{dd(t)}{dt} = \mu_{\sigma,j} \left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{t_j}\right) + \frac{dA(t_j)}{dt} - \mu^2 < 0 \\ \frac{dd(t_{j+1})}{dt} = \mu_{\sigma,j+1} \left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{t_{j+1}}\right) + \frac{dA(t_{j+1})}{dt} - \mu_{j+1}^2 > 0 \end{cases}, \tag{21 а, б}$$

где  $t_j < \tau, t_{i+1} > \tau$  (см. график  $d(t)$  на Рис. 3 из работы [Там же]).

в. Из графика (Рис. 2 из [Там же]) следует, что  $\frac{d\rho(\tau)}{dt} \geq 0$ , отсюда мажорантные оценки:

$$k \frac{d\mu_{\sigma}(t)}{dt} = \frac{dA(t)}{dt} \geq A(t) \left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{t}\right) \text{ и } A(t) > 0, \tag{22}$$

где  $k \geq 0$  (такое  $k$  всегда найдется).

г. Аналогично предыдущему способу получаем

$$\tau_{min} \equiv \frac{1}{\frac{1}{t_j} + \mu_j} < \tau < \frac{1}{\frac{1}{t_{j+1}} + \frac{\mu_{j+1}}{(1+k)(1-\rho_{j+1})}} \equiv \tau_{max}, \tag{23}$$

$$R_{\min} \equiv \frac{\mu_{j+1}}{(1+k) \left( \frac{1}{\tau} - \frac{1}{t_{j+1}} \right)} R_{\max} < R_{j+1} < \frac{\mu_{j+1}}{\exp \frac{t_{j+1}}{\tau} \left( \frac{\tau}{t_{j+1}} \right)} \equiv R_{\max} \quad (24)$$

с аналогичной техникой итерирования.

Используя эти методы и таблицы условных поколений, удалось определить параметры  $R$  и  $\tau$  реальных поколений с 1810 по 1903 г. (мужчин и женщин). Функция Мейкема при этом была неизвестна. Однако теперь, зная  $R$  и  $\tau$  реальных поколений, нетрудно определить  $\mu_0(t)$  реальных поколений и, вычитая их из  $\mu(t)$ , восстановить функцию Мейкема  $A_j$  реальных поколений.

**Таблица 3а.** Историческая динамика изменения  $\tau$  и  $R$  (мужчины)

	Год рождения	Метод	Расчетная таблица	$\tau$ , лет	$R10^3$ (1/год)	$t_{\text{мод}}$	№
МУЖЧИНЫ (Россия)	1810	1	1874	15,71	3,32	63,5	1
	1824	1	1896	<b>12,25</b>	<b>1,09</b>	71,5	2
	1839	1	1907	15,82	2,78	68	3
	1854	1	1926	14,69	1,95	72	4
	1860	2	1874	14,37	1,78	(70)	5
	1880	1	1958	13,35	1,02	77,5	6
	1882	2	1896	<b>14,45</b>	<b>1,94</b>	(66)	7
	1911	1	1984	<b>14,47</b>	<b>1,75</b>	73	8
	1914	2	1926	12,68	0,60	(81)	9
	1930	3	1987	10,29	0,39	(75)	10
	1946	2	1958	12,17	0,21	(95)	11
	1955	3	1987	<b>7,07</b>	<b>0,05</b>	(90)	12
Англия	1888	1	1967	12,60	0,80	(77)	13
	1956	2	1967	11,59	0,08	(105)	14

**Таблица 3б.** Историческая динамика изменения  $\tau$  и  $R$  (женщины)

Женщины (Россия)						
Год рождения	Метод	Расчетная таблица	$\tau$ , лет	$R10^3$ (1/год)	$t_{\text{мод}}$	
1810	1	1874	15,21	3,11	64	
1826	1	1896	<b>13,19</b>	<b>1,57</b>	70	
1838	1	1907	15,18	2,42	69	
1852	1	1926	<b>15,84</b>	<b>2,18</b>	74	
1861	2	1874	13,62	1,48	(70)	
1877	1	1958	13,04	0,76	81	
1883	2	1896	13,71	<b>1,81</b>	(68)	
1895	2	1907	13,06	1,72	(66)	
1903	1	1984	<b>11,67</b>	0,46	81	
1930	3	1987	<b>8,89</b>	<b>0,08</b>	(106)	
1946	2	1958	11,78	0,13	(123)	
1955	3	1987	<b>9,01</b>	<b>0,07</b>	(110)	

#### 4. Исследование характеристик реальных поколений

Задача исследования характеристик реальных поколений непосредственно зависит также и от качества демографических таблиц, т.е. их достоверности. Если существует набор (хотя бы 5-10 комплектов за поколение) полных, т.е. с годичным интервалом и со всеми демографическими функциями, включая  $A(t)$ , достоверных таблиц условных поколений, то никаких трудностей не возникает. Невыполнение этих условий (например, сознательная «корректировка» статистических данных) приводит к серьезным проблемам. Разработанные авторами математические методы позволяют решить указанную задачу (с точностью 1-2%) и в этом случае. Конечно, те кто «корректировал» таблицы, возможно, делали это не по своей воле. Однако, будучи профессионалами, они были вынуждены соблюдать определенные критерии правдоподобия и поэтому не были вполне свободны в своих действиях (таблицы входили в официальный оборот международной статистики). Перечень таких критериев достаточно очевиден и может быть легко перечислен: их три – это ***U-образный вид кривых смертности (соответственно и других демографических функций), неизменность ключевых возрастов  $\tau$  и  $t_{\text{мод}}$  и выполнение условия  $A(t) > 0$ .***

Сфальсифицированную смертность  $\mu_f(t)$  можно записать как

$$\mu_f(t) = \alpha(t)\mu_0(t) + \beta(t)A(t) \geq \mu_0(t), \quad (25)$$



где  $\begin{cases} 0 \leq \alpha(t) \leq 1 \\ 0 \leq \beta(t) \leq 1 \end{cases}$  – функции фальсификации.

$$\text{Отсюда } A(t) \geq \mu_6(t) \left[ \frac{1 - \alpha(t)}{\beta(t)} \right] \geq 0. \quad (26)$$

И если выполнить первые два условия совсем не трудно, то третье (если таблицы  $A(t)$  не публикуются) можно выполнить, лишь зная аналитический вид  $\mu_6(t)$ . Поскольку в то время он был неизвестен, то третье условие проверить невозможно. И лишь появление работы [Там же] предоставило эту возможность. В Таблицах 3а и 3б приведены результаты расчетов параметров  $R$  и  $\tau$  реальных поколений с 1810 по 1955 годы соответственно для мужчин и женщин. Здесь 1-й метод означает вычисление  $R$  и  $\tau$  вблизи модального возраста, 2-й метод – вблизи возраста (периода) полового созревания  $\tau$  и 3-й метод – по таблицам (кратным) 1987 года, содержащим функцию Мейкема  $A(t)$ . Модальный возраст взят либо из реальных таблиц, либо вычислен (если он в скобках). Основываясь на Таблицах 3 а, б, можно проверить достоверность использованных для расчета таблиц. Действительно, зная  $R$  и  $\tau$ , можно вычислять  $\mu_6(t)$  и, сравнивая с табличным значением, судить о достоверности таблиц. Результаты такой проверки сведены в Таблицу 4. Ясно, что биологические компоненты смертности не могут быть больше общей смертности (т.к. функция Мейкема по определению положительна). Конечно, если  $\mu_6(t)$  меньше  $\mu(t)$ , это еще не гарантирует достоверности таблицы. Но если  $\mu_6(t)$  больше, то это – индикатор неблагополучия. Тут возможны два варианта. Если параметры  $R$  и  $\tau$  определены неверно, то  $\mu_6(t)$  больше  $\mu(t)$  для всех возрастов, т.е. для всех таблиц. Например, для поколения 1860 года рождения (мужчины) это будут таблицы 1874 г. (14 лет), 1896 г. (36 лет), 1907 г. (47 лет), 1926 г. (66 лет) и 1958 г. (98 лет). Если же  $\mu_6(t)$  больше  $\mu(t)$  только для одного или двух возрастов, то это указывает на недостоверность соответствующих таблиц. Например, для поколения 1883 г. рождения (женщины) это будут таблицы 1926 г. и 1958 г. (см. Табл. 4). Из Табл. 4 видно, что из 81-й обсчитанной точки отрицательность проявляется в 16-ти точках: 3-х – по дореволюционным таблицам и 13-ти – по таблицам советского периода.

**Таблица 4.** Проверка достоверности официальных таблиц смертности

МУЖЧИНЫ (Россия)	Год рождения	1955	1946	1930	1914	1911	1824	1810	1882	1880	1854	1839	1860	
	$\rho$ среднее	-	-	-	-	-	-	38%	-	-	48%	41%	54%	
	Таблица	1958	1958	1958	1926	<b>1926</b>	1874	1874	1896	1896	1874	1874	1874	
	Возраст	3	12	28	12	<b>15</b>	50	64	14	16	20	35	14	
	$\mu_{\text{экср}}, \%$	0,231	0,095	0,303	0,248	<b>0,316</b>	2,355	6,167	0,608	0,684	0,787	1,129	0,589	
	$\mu_{\text{расч}}, \%$	0,017	0,057	0,225	0,163	<b>0,477</b>	1,632	4,907	0,527	0,284	0,564	1,168	0,484	
МУЖЧИНЫ (Россия)	Таблица	1984	1984	1984	1958	<b>1958</b>	1896	1896	1907	1907	1896	1896	1896	
	Возраст	29	38	54	44	<b>47</b>	72	86	25	27	42	57	36	
	$\mu_{\text{экср}}, \%$	0,337	0,595	1,872	0,639	<b>0,774</b>	8,693	17,06	0,899	0,916	1,488	3,012	1,104	
	$\mu_{\text{расч}}, \%$	0,078	0,157	1,470	0,572	<b>1,421</b>	6,848	14,84	0,642	0,388	1,216	2,898	0,889	
	ЖЕНЩИНЫ (Россия)	Таблица	1896	1896	1874	1984	1984	<b>1907</b>	1907	<b>1926</b>	1926	1907	1907	1907
		Возраст	13	19	13	70	70	<b>83</b>	97	<b>44</b>	46	53	68	47
$\mu_{\text{экср}}, \%$		0,655	0,837	0,567	5,69	7,045	<b>13,65</b>	26,91	<b>1,194</b>	1,312	2,61	6,16	1,866	
$\mu_{\text{расч}}, \%$		0,492	0,227	0,402	2,804	5,536	<b>14,59</b>	26,52	<b>1,37</b>	0,954	2,043	4,876	1,468	
ЖЕНЩИНЫ (Россия)	Таблица	1907	1907	1896	1907	1896	1874	1874	<b>1958</b>	1958	1926	1926	1926	
	Возраст	24	30	35	4	1	22	36	<b>76</b>	78	72	87	66	
	$\mu_{\text{экср}}, \%$	0,964	1,023	1,11	3,056	11,41	0,802	1,176	<b>6,83</b>	7,92	6,99	16,37	4,31	
	$\mu_{\text{расч}}, \%$	0,605	0,337	0,77	0,175	1,680	0,635	1,114	<b>7,30</b>	6,208	5,50	12,69	3,93	
ЖЕНЩИНЫ (Россия)	Таблица	<b>1926</b>	<b>1926</b>	1907	1926	1907	1896	1896	1958	1958	1874	1874	1958	
	Возраст	<b>43</b>	<b>49</b>	46	23	12	44	58	3	12	48	64	98	
	$\mu_{\text{экср}}, \%$	<b>0,804</b>	<b>0,882</b>	1,45	0,547	0,645	1,39	3,121	0,218	0,067	1,924	6,43	25,85	
	$\mu_{\text{расч}}, \%$	<b>1,362</b>	<b>0,891</b>	1,317	0,171	0,468	1,29	2,962	0,026	0,035	1,69	5,09	24,63	
ЖЕНЩИНЫ (Россия)	Таблица	<b>1958</b>	1958	<b>1926</b>	<b>1958</b>	<b>1926</b>	1907	1907	1984	1984	1896	1896	1958	
	Возраст	<b>75</b>	81	<b>65</b>	<b>55</b>	<b>31</b>	55	69	29	38	70	86	28	
	$\mu_{\text{экср}}, \%$	<b>4,59</b>	8,184	<b>2,94</b>	<b>0,683</b>	<b>0,616</b>	2,438	6,51	0,10	0,196	7,816	16,20	0,152	
	$\mu_{\text{расч}}, \%$	<b>8,10</b>	6,30	<b>3,77</b>	<b>1,124</b>	<b>0,795</b>	2,07	5,15	0,056	0,104	6,15	16,13	0,062	
ЖЕНЩИНЫ (Россия)	Таблица			<b>1958</b>	1984	<b>1958</b>	1926	1926		<b>1926</b>	1907	<b>1907</b>	1984	
	Возраст			<b>97</b>	81	<b>63</b>	74	88		<b>100</b>	81	<b>97</b>	54	
	$\mu_{\text{экср}}, \%$			<b>19,91</b>	9,22	<b>1,346</b>	6,466	16,84		<b>30,01</b>	12,35	<b>26,6</b>	0,74	
	$\mu_{\text{расч}}, \%$			<b>26,6</b>	7,11	<b>4,57</b>	5,113	14,13		<b>42,0</b>	12,25	<b>29,5</b>	0,60	
ЖЕНЩИНЫ (Россия)	Год рождения	1883	1877	1861	1903	1895	1852	1838	1955	1946	1826	1810	1930	
	$\rho$ среднее		51%				41%				46%	33%		

Причем, если по дореволюционным таблицам превышение  $\mu_0(t)$  над  $\mu(t)$  – в среднем не более 7% (что вполне можно объяснить погрешностью вычисления параметров  $R$  и  $\tau$ ), то по советским таблицам оно существенно выше: 33% по таблицам 1926 года (7 точек) и 84% – по таблицам 1958 г. (6 точек). Это наводит на мысль о **фальсифицированности** таблиц советского периода (в начале работы авторы даже не помышляли о такой возможности). Уже в процессе завершения работы авторы неожиданно получили официальное подтверждение обоснованности своих предположений. В статье [4] отмечается: «Падение рождаемости россиян – следствие истории страны в XX веке. К такому выводу пришли ученые Центра демографии и экологии человека Института народнохозяйственного прогнозирования РАН... они завершили исследование “Демографическая модернизация России: 1900-2000”, в котором приводятся цифры, прежде доступные лишь посетителям секретных архивов. Книга утверждает, что показатели смертности в СССР были сильно занижены советской системой здравоохранения, что сокращалась лишь детская смертность, взрослая же оставалась очень высокой».

Таблицы 3 и 4 дают также возможность вычислить среднюю (за период жизни) функцию риска  $\rho_{cp}$  для реальных поколений и сравнить ее с функцией риска дарвиновского типа демографии (83%).

Действительно:

$$\rho_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^{i_{\max}} D_A(t)}{l_0 - l(t_{\max})}, \quad (27)$$

$$\text{где} \begin{cases} D_A(t) = \frac{l(t_i) + l(t_{i+1})}{2} A(t)(t_{i+1} - t_i) \\ A(t_i) = \ln \frac{l(t_i)}{l(t_{i+1})} - R(\tau) [J(\tau, t_{i+1}) - J(\tau, t_i)]. \\ J(\tau, t_i) = \sum_{k=1}^i \left( \frac{\exp \frac{t_k}{\tau}}{\frac{t_k}{\tau}} \right) \end{cases} \quad (28)$$

Результаты расчетов, выполненных авторами для вымерших поколений (мужчины – 1810, 1839, 1854, 1860 гг., женщины – 1810, 1826, 1852, 1877 гг.), свидетельствуют, что тип демографии, господствовавший в России в XIX веке, близок к дарвиновскому типу ( $\rho_{cp} \approx 50\%$  по сравнению с 83% у животных и 3% в современных благополучных странах). После революции, на протяжении всего XX века, ситуация медленно улучшалась, и к концу века величина  $\rho_{cp}$  снизилась до 16-17%. Некоторый рост с 10% до 17% в 90-х годах можно отнести как к влиянию проводившихся реформ, так и более правдоподобной статистикой. Поэтому можно сказать, что в России переход ко второму «недарвиновскому» типу демографии (т.е. такому, где естественный отбор не проявляется в демографических процессах) практически завершен.

### 5. Выводы и заключение

На основании разработанной авторами математической модели смертности, изложенной в работе [3], проведено исследование таблиц смертности России и РСФСР с 1774 по 1996 г. (за 223 года), т.е. более чем за два столетия.

Результаты исследований позволили:

1. Показать несостоятельность широко используемого метода «условных поколений».
2. Разработать математические методы исследования реальных поколений на основе анализа демографических функций.

3. Создать методику построения таблиц реальных поколений на основе таблиц условных поколений.

Разработанные методы позволили:

1. Установить факт исторической деградации параметра  $\tau$  (для мужчин и женщин) за два столетия.
2. Восстановить функцию Мейкема и определить эволюцию демографического статуса популяций России за два столетия.
3. Обнаружить фальсификацию таблиц смертности советского периода.

Отметим исключительную важность обнаружения первого факта, который требует соответствующего объяснения, что будет сделано в последующих работах.

### Список литературы

1. Валентей Д. И., Кваша А. Я. Основы демографии. М.: Мысль, 1989. 286 с.
2. Гаврилов Л. А., Гаврилова Н. С. Биология продолжительности жизни. М.: Наука, 1991. 280 с.
3. Иванюк А. М., Данилов В. В. Математический анализ таблиц смертности для выявления динамических характеристик продолжительности жизни на основе метода уравнения баланса // Успехи современной биологии. 2001. Т. 121. № 1. С. 91-109.
4. Комарова Е. Равнение на Африку // Московские новости. 2006. 24-30 марта.

5. Кудрявцев А. А. Демографические основы страхования жизни. СПб.: Институт страхования, 1996. 237 с.
6. Население России за 100 лет (1897-1997 гг.): статистический сборник / Госкомстат России. М., 1998. 222 с.
7. Население СССР. 1988: статистический ежегодник / Госкомстат СССР. М.: Финансы и статистика, 1989. 704 с.
8. Смертность и продолжительность жизни населения СССР. 1926-1927. Таблицы смертности. М. – Л.: Планхозгиз, 1930. 139 с.

#### ANALYSIS OF MORTALITY TABLES IN RUSSIA FOR TWO CENTURIES

**Ivanyuk Aleksandr Maksimovich**  
**Danilov Vladimir Vasil'evich**, Doctor in Physical-Mathematical Sciences  
*Petersburg State Transport University*  
*vdanilov@hotmail.ru*

The article shows the limitedness of “conditional generations” method and considers the applicability of the tables constructed on its basis while studying mortality demographic functions. To this end, the iterative method of determining real generations parameters “blindly”, with acceptable accuracy, was developed. Such approach based on “real generations” recalculated tables enabled to confirm the fact of parameter  $\tau$  degradation, restore Makeham function, detect the counterfeit character of the soviet period demographic tables.

*Key words and phrases:* mortality intensity; reliability theory; conditional and real generations; Makeham function; demographic functions.

УДК 541.13

#### Химические науки

*В статье рассматривается вопрос электроосаждения никеля из электролита, содержащего яблочную кислоту. Получены зависимости выхода по току никеля от концентрации ионов никеля и яблочной кислоты в растворе, катодной плотности тока, температуры и pH раствора. На основании выполненных исследований рекомендованы электролит и режим осаждения качественных покрытий никелем со скоростью осаждения 10 мкм/час.*

*Ключевые слова и фразы:* электролит; электроосаждение никеля; яблочная кислота; выход по току.

**Кабанов Станислав Викторович**, к.т.н.  
**Перельгин Юрий Петрович**, д.т.н., профессор  
*Пензенский государственный университет*  
*rup@pnzgu.ru*

#### ЭЛЕКТРООСАЖДЕНИЕ НИКЕЛЯ ИЗ МАЛАТНОГО ЭЛЕКТРОЛИТА ©

Для электроосаждения никелевых покрытий применяются растворы, содержащие органические кислоты, такие как лимонная, винная, малоновая, янтарная и др. или их соли. Перечисленные кислоты выполняют функции лигандов и буферных добавок [6; 7].

Определенный практический интерес, обусловленный экологическими соображениями, представляет исследование электролитического осаждения никеля из раствора, содержащего яблочную кислоту. Данная кислота используется в промышленности как вкусовая добавка и регулятор кислотности [8]. Ранее [1] показана возможность применения яблочной кислоты для получения покрытия цинком. В литературе имеются данные по комплексообразованию данного лиганда с катионами никеля состава  $[\text{NiMal}]$ ,  $[\text{Ni}(\text{Mal})_2]^{2-}$  [9].

Предварительными исследованиями установлено, что никель может осаждаться как из разбавленных (10-15 г/л), так и из концентрированных (30 г/л и выше) по ионам никеля растворов.

Изучение влияния режима электролиза и состава электролита на катодный выход по току никеля и качество покрытия проводили при температуре 20°C, плотности тока 1 А/дм<sup>2</sup> и pH 4,05 из раствора следующего состава (г/л): сульфат никеля (на металл) – 17,5; яблочная кислота – 40, за исключением ниже оговорённых случаев.

Увеличение концентрации ионов никеля в электролите приводит к увеличению выхода по току и улучшению качества покрытия (Табл. 1).

**Таблица 1**

$[\text{Ni}^{2+}]$ в растворе (г/л)	5	10	15	17,5
Катодный ВТ, %	11	26	54	74
Качество покрытия	светло-серое			полублестящее