

МАЯСОВ Евгений Габриелевич

К ВОПРОСУ О ВРАЩЕНИИ СФЕРЫ В РАЗРЕЖЕННОМ ГАЗЕ ПРИ ПРОИЗВОЛЬНЫХ ЧИСЛАХ КНУДСЕНА

При произвольных числах Кнудсена вычислен момент силы сопротивления, действующий в разреженном газе на медленно вращающуюся сферу. Анализ проведен на основе решения линейаризованного уравнения Больцмана с точным интегралом столкновений моментным методом для молекул газа, взаимодействующих как твердые сферы. Граничное условие на поверхности сферы поставлено в общем виде. Проведено сравнение с результатами, полученными ранее другими методами.

Адрес статьи: www.gramota.net/materials/1/2014/9/19.html

Статья опубликована в авторской редакции и отражает точку зрения автора(ов) по рассматриваемому вопросу.

Источник

Альманах современной науки и образования

Тамбов: Грамота, 2014. № 9 (87). С. 74-77. ISSN 1993-5552.

Адрес журнала: www.gramota.net/editions/1.html

Содержание данного номера журнала: www.gramota.net/materials/1/2014/9/

© Издательство "Грамота"

Информация о возможности публикации статей в журнале размещена на Интернет сайте издательства: www.gramota.net

Вопросы, связанные с публикациями научных материалов, редакция просит направлять на адрес: almanac@gramota.net

Раздует угольки» («Клубника»), «Сырые грузди, что медузы, Сухие – скрытны по-мужски. Грибного царства крепки узы: Груздки – почти всегда дружки» («Грибное братство»)). В стихотворении «Январский бор» Б. Е. Черемисина на приеме сравнения построены целые строфы, что придает произведению притягательность и неожиданность: «Чуть виден след треновой масти, Куст шевельнулся, снег опал, – Как будто кто на синем насте Вдруг иероглиф начертил». Стихотворение написано в лирической тональности и несёт положительную эмоциональную окраску.

Есть случаи использования формы творительного падежа: «Нисходит на землю в лучах чудотворных Пресветлой надеждой рождественский снег» («В снегу чудотворном»), «Тяжким гнетом становится снег – Давит так, что трещит поясница» («Негаданный снег»); «Снег примчался духом, невидимкой Из ночной немислимой дали...» («Из венгерской тетради»), «Я выйду утром – хлопнет дверь, Вчера по метео – метелица: Как говорят: ни зги! Не верь! – Равнина белой шалью стелется!» («На снежном рассвете»); «Березы кажутся фонтанами Мерцающего молока» («Доярка»).

Итак, сравнения представлены во всех фрагментах концепта «Природа» только в лирике А. М. Виноградова. В стихах А. Н. Еранцева не репрезентирован фрагмент «Природные составляющие в цвете», а у Б. Е. Черемисина – «Животный мир». В лирике поэтов Зауралья сравнения передают не только положительную тональность, но и несут отрицательную, минорную окраску восприятия авторами природных составляющих, помогают ярко выразить поэтам свое отношение к природе, её будущему, свои чувства. Для них природа – это основа всего в мире, чистота, которую нужно беречь и охранять.

Список литературы

1. Емельянова О. Н. Троп // Энциклопедический словарь-справочник. Выразительные средства русского языка и речевые ошибки и недочеты / под ред. А. П. Сковородникова. М.: Флинта; Наука, 2005. С. 333-334.
2. Слышкин Г. Г. Текстовая концептосфера и ее единицы // Языковая личность: аспекты лингвистики и лингводидактики. Волгоград: Перемена, 1999. С. 18-26.
3. Степанов Ю. С. Изменчивый «образ языка» в науке XX века // Язык и культура конца XX века / ред. Ю. С. Степанов. М.: РГГУ, 1995. С. 7-34.

SIMILE AS MEANS OF CONCEPT “NATURE” VERBALIZATION IN LYRICS OF THE TRANS-URAL POETS A. M. VINOGRADOV, B. E. CHEREMISIN, A. N. ERANTSEV

Maksimovskikh Anna Gennad'evna, Ph. D. in Philology
Shadrinsk State Pedagogical Institute
anneta@shadrinsk.net

In the article simile as an artistically figurative means of the concept “Nature” verbalization in the lyrics of the Trans-Ural poets is considered in linguo-culturological aspect. In this regard the similes composition within the framework of the concept “Nature” fragments is described, the peculiarities of their use, structure are revealed and the role in the transfer of author’s worldview is ascertained.

Key words and phrases: linguo-culturological aspect; concept; fragment; means of concepts verbalization; simile.

УДК 533.72

Физико-математические науки

При произвольных числах Кнудсена вычислен момент силы сопротивления, действующий в разреженном газе на медленно вращающуюся сферу. Анализ проведен на основе решения линеаризованного уравнения Больцмана с точным интегралом столкновений моментным методом для молекул газа, взаимодействующих как твердые сферы. Граничное условие на поверхности сферы поставлено в общем виде. Проведено сравнение с результатами, полученными ранее другими методами.

Ключевые слова и фразы: кинетическое уравнение; интеграл столкновений; переходный режим; число Кнудсена; функция распределения; моментный метод; момент силы сопротивления; интегральные скобки.

Маясов Евгений Габриелевич

Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского, Арзамасский филиал
eugenetau@yandex.ru

К ВОПРОСУ О ВРАЩЕНИИ СФЕРЫ В РАЗРЕЖЕННОМ ГАЗЕ ПРИ ПРОИЗВОЛЬНЫХ ЧИСЛАХ КНУДСЕНА[©]

Исследование движения газа в переходном по числу Кнудсена режиме остается важной задачей кинетической теории [3; 4]. Однако решение подобных задач моментными методами связано с серьезными трудностями математического характера, что не позволяет произвести учет достаточного числа моментов в функции

распределения молекул газа. Задача о вращении является самой простой и позволяет оценить эффективность того или иного метода. В работе [2] задача о вращении сферы решена методом Лиза [6] в одномоментном приближении (разрывность функции распределения удваивает порядок системы моментных уравнений). Это привело к значительной погрешности уже в области умеренно малых чисел Кнудсена: коэффициент изотермического скольжения $C_m = 2$ вместо точного значения 1,1466 [4]. В работе [1] методом Лиза учтены уже два момента и решена система моментных уравнений четвертого порядка. Это позволило проследить переход функции распределения в функцию Чепмена – Энскога и получить значение $C_m = 1,108$. Однако проявилась нефизическая особенность: почти весь момент импульса сосредоточен в сужающемся конусе влияния сферы по мере удаления от ее поверхности. В этих статьях рассматривалась БГК – модель уравнения Больцмана [4; 5] с диффузными граничными условиями на поверхности. В данной работе использованы точный интеграл столкновений и граничное условие общего вида. Задача о вращении сферы была предметом исследования также в работах [5; 7].

1. Постановка задачи. Рассматривается сфера радиуса R , вращающаяся с постоянной угловой скоростью ω в неограниченном объеме разреженного газа. Газ считается изотермическим с температурой T . Вращение происходит достаточно медленно: скорость точек на поверхности сферы много меньше тепловой скорости молекул газа, и выполняется условие линеаризации

$$g\omega R \ll 1; \quad g = (2kT/m)^{-1/2},$$

m – масса молекулы газа, k – постоянная Больцмана. Введём сферическую систему координат r, θ, φ . Начало системы координат совместим с центром сферы, полярную ось $\theta = 0$ направим по оси вращения вдоль вектора угловой скорости.

Движение окружающего сферу газа описывается стационарным кинетическим уравнением Больцмана:

$$\mathbf{v}\nabla f = J(f). \quad (1)$$

Здесь v – скорость молекул, f – функция распределения, J – интеграл столкновений [3; 4]. Введём обозначения: $f_0 = n(m/2\pi kT)^{3/2} \exp(-c^2)$ – максвелловская функция распределения, n – концентрация молекул, $c = gv$ – безразмерная молекулярная скорость, $\eta = \lambda n(2mkT/\pi)^{1/2}$ – коэффициент вязкости [3], λ – средняя длина свободного пробега молекул газа.

Функцию распределения будем искать в виде

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{c}) = f_0(1 + \Phi \sin \theta), \quad (2)$$

$$\Phi = 2c_\varphi g\omega r \exp\left(-\frac{\alpha r}{\lambda}\right) \chi(\xi) + a_1(r)c_\varphi + a_2(r)c_r c_\varphi,$$

α – параметр распределения; $\chi(\xi)$ – функция Хэвисайда, учитывающая наличие конуса влияния поверхности сферы на распределение молекул по скоростям; $\xi = \frac{c_r}{c} - \left(1 - \left(\frac{R}{r}\right)^2\right)$. Подстановка выражения (2) в уравнение (1) приводит к линеаризованному уравнению

$$\mathbf{c}\nabla(\Phi) = -nI(\Phi), \quad (3)$$

где $I(\Phi)$ – линеаризованный оператор столкновений [3; 4].

2. Моментные уравнения и их решение. Умножая обе части уравнения (3) на $c_\varphi \exp(-c^2)$ и $c_r c_\varphi \exp(-c^2)$ и интегрируя по пространству скоростей, получаем систему моментных уравнений. Введём обозначения: $x = r/\lambda$ и $\varepsilon = R/\lambda = Kn^{-1}$ – обратное число Кнудсена. Безразмерные моментные уравнения имеют вид:

$$\frac{da_2}{dx} + \frac{3a_2}{x} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \alpha g\omega \lambda \exp(-\alpha x) \frac{\varepsilon^4}{x^3} \frac{da_2}{dx} + \frac{3a_2}{x} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \alpha g\omega \lambda \exp(-\alpha x) \frac{\varepsilon^4}{x^3};$$

$$\frac{da_1}{dx} - \frac{a_1}{x} = -\frac{1}{2} \alpha g\omega \lambda \exp(-\alpha x) x \left(1 - \frac{\varepsilon^2}{x^2}\right)^{3/2} \left(2 + 3\frac{\varepsilon^2}{x^2}\right) - \frac{4}{\sqrt{\pi}} \Omega_2 a_2 -$$

$$-\frac{8}{\sqrt{\pi}} g\omega \lambda \Omega_1 \exp(-\alpha x) \frac{\varepsilon^4}{x^3} + \alpha g\omega \lambda x \exp(-\alpha x).$$

Решение системы, убывающее на бесконечности, имеет вид (A – константа, подлежащая определению):

$$a_1 = g\omega \lambda x \left[2\alpha K(x) + 3\alpha L(x) + \Omega_3 \varepsilon^4 M(x) \right] + \frac{4\Omega_2 A}{3\sqrt{\pi} x^2} - g\omega \lambda x \exp(-\alpha x);$$

$$a_2 = -\frac{2}{\sqrt{\pi}} g\omega \lambda \varepsilon^4 x^{-3} \exp(-\alpha x) + Ax^{-3}; \quad K(x) = \int_x^\infty \left(1 - \varepsilon^2 t^{-2}\right)^{3/2} \exp(-\alpha t) dt;$$

$$L(x) = \int_x^\infty \left(1 - \varepsilon^2 t^{-2}\right)^{3/2} \varepsilon^2 t^{-2} \exp(-\alpha t) dt; \quad M(x) = \int_x^\infty t^{-4} \exp(-\alpha t) dt.$$

В моментные уравнения входят моменты оператора столкновений – интегральные скобки [3]:

$$[F(\mathbf{c}), G(\mathbf{c})] = \pi^{-1} \lambda n \int \exp(-c^2) F(\mathbf{c}) I(G(\mathbf{c})) d\mathbf{c};$$

$$\Omega_2 = [c_r c_\varphi, c_r c_\varphi] = \pi/8; \Omega_1 = [c_r c_\varphi, c_\varphi \chi]; \Omega_3 = \frac{8}{\sqrt{\pi}} \left(\Omega_1 - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \Omega_2 \right).$$

Скобка от разрывной функции χ рассчитана в приближении 2-го порядка разложением в ряд по нормированным полиномам Сонина – Лагерра [4]:

$$\Omega_1 = \sum_{k=0}^{\infty} (c_\varphi \chi, c_r c_\varphi) [c_r c_\varphi, c_r c_\varphi S_{5/2}^{(k)}];$$

$\Omega_1 = \Omega_0 \varepsilon^4 x^{-4} / 2$; $\Omega_0 = 0,43446753$ – интегральная скобка для $\text{Kn}=0$. При $x \rightarrow \infty$ с точностью до экспоненциально убывающих членов функция распределения переходит в функцию Чепмена – Энскога.

3. Граничные условия на поверхности. Константа A находится из граничного условия: при $r=R$

$$c_r f(c_r) = c_r \Omega f(-c_r), \quad (4)$$

где Ω – оператор, зависящий от модели взаимодействия молекул газа с поверхностью. Обозначим:

$$\langle F(\mathbf{c}), G(\mathbf{c}) \rangle = \pi^{-1} \int F \Omega (\exp(-c^2) G) d\mathbf{c},$$

$$I_1 = 1 - 4 \langle c_r c_\varphi, c_\varphi \rangle, \quad I_2 = \sqrt{\pi}/2 - 4 \langle c_r c_\varphi, c_r c_\varphi \rangle.$$

Моментное условие получается умножением (4) на c_φ и интегрированием по полупространству $c_r > 0$:

$$I_1 a_1(\varepsilon) + I_2 a_2(\varepsilon) = 2g\omega R (I_1 - \exp(-a\varepsilon)).$$

Отсюда находится константа A :

$$A = \frac{g\omega R \varepsilon^3}{\Omega_4 I_1 \varepsilon + I_2} \left[I_1 (2 - Q(\varepsilon)) + \left(I_1 + \frac{2}{\sqrt{\pi}} I_2 - 2 \right) \exp(-a\varepsilon) \right], \quad (5)$$

где $\Omega_4 = 4\Omega_2/3\sqrt{\pi}$; $Q(\varepsilon) = \alpha K(\varepsilon) + (3\alpha/2)L(\varepsilon) + (1/2)\Omega_3 \varepsilon^4 M(\varepsilon)$.

Параметр α находится из условия: при $r=R$

$$\mathbf{c} \nabla \psi = -nI(\psi), \quad \psi = 2c_\varphi g\omega r \exp(-\alpha r/\lambda). \quad (6)$$

Умножая обе части уравнения (6) на $c_r c_\varphi$ и интегрируя по скорости, находим:

$$\alpha = 4\Omega_1/\sqrt{\pi} = 1,96098. \quad \alpha = 4\Omega_1/\sqrt{\pi} = 1.96098.$$

4. Момент силы сопротивления вычисляется по формуле

$$M = -m \int v_r v_\varphi f d\mathbf{v} = -\frac{4}{3} \pi n k T \lambda^3 A. \quad (7)$$

Конкретные расчеты проведены с максвелловскими граничными условиями [3]. В этом случае (q – коэффициент аккомодации тангенциального импульса):

$$I_1 = q; I_2 = (\sqrt{\pi}/2)(2-q).$$

В предельных случаях гидродинамического ($\text{Kn} \rightarrow 0$) и свободномолекулярного ($\text{Kn} \rightarrow \infty$) режимов получаем соответственно

$$M_0 = -8\pi\eta\omega R^3,$$

$$M_\infty = -\frac{4q}{3(2-q)} n\omega R^4 (2\pi m k T)^{1/2}.$$

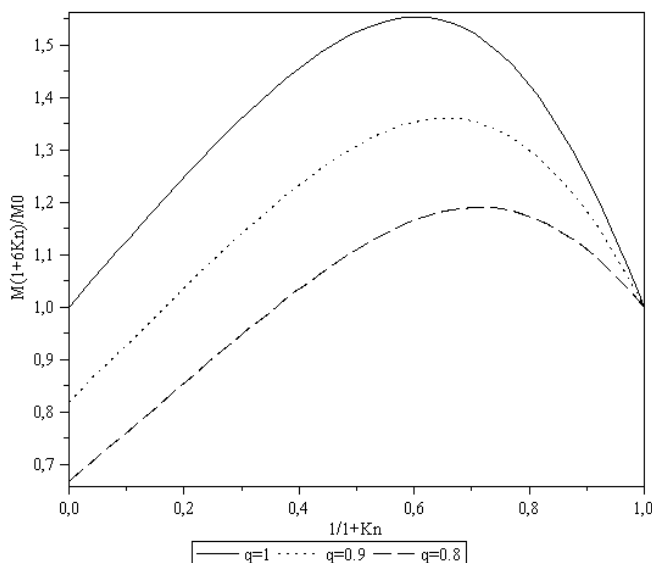


Рис. 1

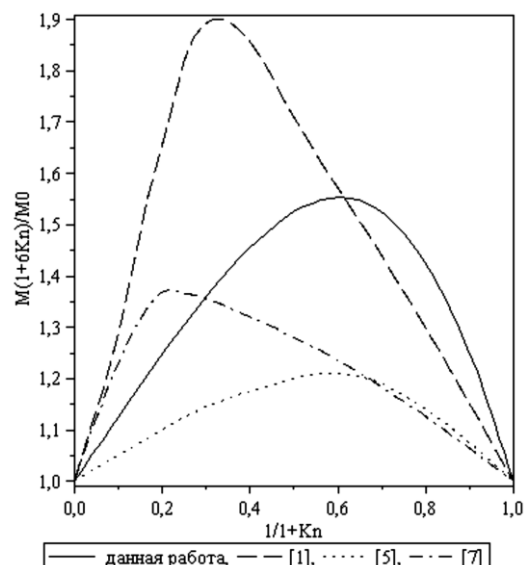


Рис. 2

Для умеренно малых чисел Кнудсена

$$M = \frac{M_0}{1 + 3C_m \text{Kn}},$$

$$C_m = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{I_2}{I_1} = 1,1284 \frac{2-q}{q} \text{ – коэффициент изотермического скольжения.}$$

На Рис. 1 приведена зависимость тормозящего момента $M(1 + 6\text{Kn})/M_0$ от величины $(1 + \text{Kn})^{-1}$. Выбор осей обусловлен необходимостью детализации результатов [5]. Верхний график соответствует $q=1$, далее $q=0,9; 0,8$. На Рис. 2 представлено сравнение с результатами других авторов. В работе [Ibidem] вычисления проведены методом постановки новых граничных условий для уравнений Навье – Стокса. В работе [7] применен численный метод.

Список литературы

1. Подоскин А. Б., Юшканов А. А. Вращение сферы в неограниченном газе // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 1997. № 1. С. 165-171.
2. Смирнов Л. П., Чекалов В. В. Медленное вращение сферы в ограниченном объеме разреженного газа // Известия АН СССР. Механика жидкости и газа. 1978. № 4. С. 117-124.
3. Ферцигер Дж., Капер Г. Математическая теория процессов переноса в газах / пер. с англ. Д. Н. Зубарева и А. Г. Башкирова. М.: Мир, 1976. 554 с.
4. Черчиньяни К. Теория и приложения уравнения Больцмана / пер. с англ. под ред. Р. Г. Баранцева. М.: Мир, 1978. 495 с.
5. Cercignani C., Tironi G. Some Applications to the Transition Regime of a New Set of Boundary Conditions for Navier – Stokes Equations // Rarefied Gas Dynamics. N. Y.: Academic Press, 1969. Vol. 1. P. 281-290.
6. Lees L. Kinetic Theory Description of Rarefied Gas Flow // Journal of Society of Industrial and Applied Mathematics. 1965. Vol. 13. № 1. P. 278-311.
7. Loyalka S. K. Motion of a Sphere in a Gas: Numerical Solution of the Linearized Boltzmann Equation // Physics of Fluids. 1992. Vol. 4. № 5. P. 1049-1056.

ON ISSUE OF SPHERE ROTATION IN RAREFIED GAS AT ARBITRARY KNUDSEN NUMBERS

Mayasov Evgenii Gabrieleovich

Lobachevsky State University of Nizhni Novgorod (Branch) in Arzamas
eugenemay@yandex.ru

At arbitrary Knudsen numbers the moment of resistance force acting in rarefied gas on slowly rotating sphere was calculated. The analysis is conducted on the basis of the solution of linearized Boltzmann equation with exact collision integral by moment method for gas molecules interacting as hard spheres. Boundary condition on sphere surface is put in general terms. Comparison with results obtained previously by other methods was carried out.

Key words and phrases: kinetic equation; collision integral; transitional regime; Knudsen number; distribution function; moment method; resistance force moment; integral brackets.

УДК 533.72

Физико-математические науки

В статье разработана схема численного решения линейных краевых задач математической теории неоднородных газов при произвольных числах Кнудсена. Анализ основан на решении линеаризованного уравнения Больцмана в форме Чепмена – Энскога методом симметричных моментов, являющимся обобщением метода полупространственных моментов. Представленная методика позволяет свести краевую задачу к задаче Коши для системы дифференциальных уравнений с нулевыми начальными условиями. В качестве примера разобрана задача о вращении сферы в разреженном газе.

Ключевые слова и фразы: кинетическое уравнение Больцмана; модель Бхатнагара – Гросса – Крука (БГК); переходный режим; число Кнудсена; функция распределения; моментные методы.

Маясов Евгений Габриелевич

Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского (филиал) в г. Арзамасе
eugenemay@yandex.ru

МЕТОД ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ РАЗРЕЖЕННЫХ ГАЗОВ[©]

При аналитическом решении задач газокинетической теории широко применяются различные варианты моментных методов. В переходном по числу Кнудсена режиме основным является метод Лиза и его