Степанов Анатолий Владимирович

О ПРИМЕНЕНИИ МЕТОДА ВЕКТОР-ФУНКЦИЙ ЛЯПУНОВА К АНАЛИЗУ УСТОЙЧИВОСТИ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СИНХРОННЫХ ГЕНЕРАТОРОВ

В данной статье рассматривается проблема исследования динамической устойчивости параллельной работы синхронных генераторов методом вектор-функций Ляпунова. Получены уравнения возмущенного движения для относительных движений роторов синхронных генераторов, предлагается способ декомпозиции математической модели многомашинной энергосистемы на изолированные подсистемы. Для изолированных подсистем построена вектор-функция Ляпунова. Оценка области устойчивости системы производится на основе уравнений сравнения, что требует решения системы неравенств. Автором выяснены особенности применения метода вектор-функций Ляпунова к решению практических задач по анализу динамической устойчивости.

Источник

Альманах современной науки и образования

Тамбов: Грамота, 2015. № 11 (101). C. 108-112. ISSN 1993-5552.

Адрес журнала: www.gramota.net/editions/1.html

Содержание данного номера журнала: www.gramota.net/materials/1/2015/11/

Список литературы

1. **Ильина Т. А.** Лекарственные растения России. М.: Эксмо, 2006. 192 с.
2. **Лотова Л. И., Тимонин А. К.** Сравнительная анатомия высших растений. М.: Изд-во МГУ, 1989. 80 с.
3. **Носаль М. А.** Лекарственные растения и способы их применения в народе. Минск: ПОЛЫМЯ, 1997. 335 с.
4. **Прозина М. Н.** Ботаническая микротехника. М.: Высшая школа, 1960. 206 с.
5. **Старченко В. М.** Флора Амурской области и вопросы ее охраны: Дальний Восток России. М.: Наука, 2008. 228 с.
6. **Фруентов Н. К.** Лекарственные растения Дальнего Востока. Хабаровск: Хабаровское книжное издательство, 1987. 350 с.
7. **Яковлев Г. П.** Лекарственное сырье растительного и животного происхождения. Фармакогнозия. СПб.: СпецЛит, 2006. 845 с.

MICROSCOPIC DIAGNOSTICS OF SOME SPECIES OF VALERIANA L. GENUS OF THE AMUR REGION ACCORDING TO RHIZOMES AND ROOTS STRUCTURE

Sokolova Anna Viktorovna, Ph. D. in Biology, Associate Professor
Blagoveshchensk State Pedagogical University
rektorat@bgpu.ru

The paper presents the comparative analysis of the structure of the rhizomes and roots of two morphologically similar species of the genus *Valeriana L.* growing in Blagoveshchensk district of the Amur region. For the first time the article identifies the most important diagnostic and nominal-informative features, which can be used for intraspecific diagnostics. It is stated that for the rhizomes of the species under study the informative features are the thickness of primary bark, the presence or absence of endoderm and sclerenchyma ring around central cylinder, the structural features of core cells. The roots of the genus *Valeriana* are well diagnosed on the basis of primary bark thickness, the shape, location and size of xylem vessels, the presence or absence of sclerenchyma in the centre.

Key words and phrases: genus *Valeriana*; the Amur region; medicinal raw materials; anatomy of rhizomes; anatomy of roots; diagnostic features.

УДК 621.311
Технические науки

В данной статье рассматривается проблема исследования динамической устойчивости параллельной работы синхронных генераторов методом вектор-функций Ляпунова. Получены уравнения возмущенного движения для относительных движений роторов синхронных генераторов, предлагается способ декомпозиции математической модели многомашинной энергосистемы на изолированные подсистемы. Для изолированных подсистем построена вектор-функция Ляпунова. Оценка области устойчивости системы производится на основе уравнений сравнения, что требует решения системы неравенств. Автором выяснены особенности применения метода вектор-функций Ляпунова к решению практических задач по анализу динамической устойчивости.

Ключевые слова и фразы: синхронные генераторы; динамическая устойчивость; вектор-функция Ляпунова; уравнения сравнения; области устойчивости.

Степанов Анатолий Владимирович, д.т.н.
Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана
stepanov.bmstu@gmail.com

О ПРИМЕНЕНИИ МЕТОДА ВЕКТОР-ФУНКЦИЙ ЛЯПУНОВА К АНАЛИЗУ УСТОЙЧИВОСТИ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СИНХРОННЫХ ГЕНЕРАТОРОВ©

Одной из задач по обеспечению надежного функционирования многомашинной энергосистемы является исследование динамической устойчивости параллельной работы синхронных генераторов при воздействии на систему различных возмущений [1; 3; 8]. Установившийся режим работы синхронных генераторов, которому соответствует устойчивое положение равновесия системы, определяется балансом мощности, вырабатываемой генераторами, и потребляемой мощности. Под воздействием возмущений в системе возникает переходный процесс, который может привести к нарушению устойчивой параллельной работы синхронных генераторов. Наиболее опасными из возмущений являются: трехфазное короткое замыкание в сетях напряжением 750, 1150 кВ; однофазное короткое замыкание в сетях 330-500, 750, 1150 кВ; возникновение аварийного небаланса мощности не менее мощности генератора или блока генераторов и т.д. Эти возмущения вызывают аварийный процесс, длительность которого должна быть ограничена работой противоаварийной автоматики. После отключения возмущения, в случае сохранения динамической устойчивости, система после переходного процесса переходит к послеаварийному режиму.

Исследование динамической устойчивости проводят с использованием уравнений возмущенного движения послеаварийной системы. Традиционно эту задачу решают путем численного интегрирования уравнений возмущенного движения послеаварийной системы. Начальные условия определяются расчетом аварийного процесса в момент отключения возмущения. Если траектории движения покидают область притяжения устойчивого положения равновесия для послеаварийной системы, то происходит нарушение устойчивой работы системы. На практике нарушение устойчивости отслеживается по разности углов между роторами синхронных генераторов: если разность углов превышает некоторое критическое значение, то динамическая устойчивость синхронных генераторов нарушается. Этот критерий не является строгим, поэтому при решении данной задачи в ряде работ [1-3; 8] используется метод функций Ляпунова, на основе которого можно оценить также запасы устойчивости. Наиболее значимые результаты получены с использованием функции Ляпунова так называемого энергетического типа (скалярная функция Ляпунова). Однако недостатком этого подхода является необходимость нахождения множества неустойчивых положений равновесия в окрестности устойчивого положения равновесия, что требует решения нелинейной системы алгебраических уравнений. Более упрощенный вариант – метод площадей – развивается в работе [8] и называется методом одномашинного или двухмашинного эквивалента. Однако сведение многомерной системы к одномерной – недостаточно обоснованно. В работах [2; 4-6; 9; 10] для систем большой размерности предлагается метод вектор-функции Ляпунова, который основан на разделении многомерной системы на подсистемы, этот метод не получил на практике широкого распространения в силу сложности его формализации и алгоритмизации.

Целью данной работы является исследование возможностей применения метода векторных функций Ляпунова к анализу динамической устойчивости параллельной работы синхронных генераторов, что является актуальной задачей для обеспечения надежного функционирования многомашинных энергосистем.

Методика анализа динамической устойчивости параллельной работы синхронных генераторов прямым методом заключается в следующем. Для анализа динамической устойчивости вводится специальная функция, $V(\dot{\delta}_1, \dot{\delta}_2, \dots, \dot{\delta}_n, \delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n)$, заданная в пространстве переменных состояния системы (где $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n$ – взаимные углы роторов синхронных генераторов для уравнений возмущенного движения). Эта функция называется функцией Ляпунова. При анализе динамической устойчивости синхронных генераторов широко используется функция Ляпунова энергетического типа, которая состоит из двух составляющих:

$$V(\dot{\delta}, \delta) = K(\dot{\delta}) + W(\delta),$$

где $\dot{\delta} = (\dot{\delta}_1, \dot{\delta}_2, \dots, \dot{\delta}_n)$, $\delta = (\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n)$.

Функция Ляпунова должна удовлетворять ряду условий. В области переменных состояния системы $(\dot{\delta}_1, \dot{\delta}_2, \dots, \dot{\delta}_n, \delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n)$ функция Ляпунова должна быть непрерывной функцией со всеми частными производными. В устойчивом положении равновесия $\delta^* = 0$ для послеаварийной системы функция $V(\dot{\delta}, \delta)$ должна обращаться в ноль в начале координат $V(0, \delta^*) = 0$. Кроме того, функция $V(\dot{\delta}, \delta)$ должна быть знакоопределенной $V(\dot{\delta}, \delta) > 0$ в некоторой области, за исключением устойчивого положения равновесия. Если полная производная функции $V(\dot{\delta}, \delta)$ по времени

$$\frac{dV}{dt} = \sum_{k=1}^{n} \frac{\partial V}{\partial \delta_k} \frac{d\delta_k}{dt} + \sum_{k=1}^{n} \frac{\partial V}{\partial \delta_k} \frac{d\delta_k}{dt},$$

в силу уравнений возмущенного движения, есть знакопостоянная функция противоположного знака с $V(\dot{\delta}, \delta)$, $\frac{dV}{dt} < 0$, то невозмущенное движение – устойчиво. При анализе устойчивости параллельной работы синхронных генераторов определяют некоторое критическое значение функции Ляпунова $V_{\text{крит}}$. В окрестности устойчивого положения равновесия в седловых точках (неустойчивые положения равновесия) вычисляют функцию $W(\delta)$. Минимальное из вычисленных значений принимают за критическое значение функции Ляпунова.

Метод векторных функций Ляпунова основан на декомпозиции многомерной системы на изолированные подсистемы. Для исследования устойчивости исходной системы необходимо построить систему сравнения. Уравнения сравнения представляют собой систему линейных неравенств, которые должны выполняться в некоторой области. Для устойчивости исследуемой системы должна быть устойчива и система линейных дифференциальных уравнений с коэффициентами, равными коэффициентам уравнений сравнения. Уравнения возмущенного движения роторов генераторов формируются относительно «центра углов» либо относительно угла поворота ротора одного из генераторов. Обычно выбирается генератор с самой большой постоянной времени. После соответствующих преобразований уравнения возмущенного движения имеют следующий вид:

$$T_k \frac{d^2\delta_k}{dt^2} + D_k \frac{\delta_k}{dt} = P_k - \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq k}}^{n+1} b_{kl} E_k E_l \sin(\delta_k - \delta_l + \Delta\delta_{kl}^*), \; k = \overline{1, n}. \quad (1)$$

В системе уравнений (1) коэффициенты T_k, P_k, D_k, b_{kl}, E_k, E_l заданы в относительных единицах. В n+1-ом узле подключения генератора принимается E_{n+1} = const, δ_{n+1} = const. Обозначим: $\Delta\delta_{kl}^* = \delta_k^* - \delta_l^*$ разность углов поворота роторов различных генераторов в устойчивом положении равновесия. Правые части системы уравнений (1) при $\delta_l = 0, l = 1, 2, \dots, n$ равны нулю. Уравнения (1) учитывают демпфирование синхронных генераторов, что расширяет область притяжения устойчивого положения равновесия по сравнению с областью устойчивости консервативной системы. При использовании метода вектор-функций Ляпунова для системы уравнений возмущенного движения (1) необходимо выполнить декомпозицию системы на изолированные подсистемы. При этом изолированные подсистемы должны иметь устойчивое положение равновесия такое же, как и для исходной системы. Разделение на изолированные подсистемы проведем с использованием следующих соотношений:

$$\sin(\delta_k - \delta_l + \Delta\delta^*_{kl}) = \sin(\delta_k - \delta_l + \Delta\delta^*_{kl}) - \sin(\delta_k + \Delta\delta^*_{kl}) + \sin(\delta_k + \Delta\delta^*_{kl}) =$$
$$= \sin(\delta_k + \Delta\delta^*_{kl}) + 2\sin\left(\frac{\delta_l}{2}\right)\sin\left(\frac{2\delta_k - \delta_l + 2\Delta\delta^*_{kl}}{2}\right). \quad (2)$$

Тогда, используя (2), систему (1) представим в виде

$$T_k\frac{d^2\delta_k}{dt^2} + D_k\frac{\delta_k}{dt} = G_k(\delta_k) - \sum_{\substack{l=1\\l\neq k}}^{n+1} H_{kl}(\delta_k, \delta_l), k = \overline{1,n}, \quad (3),$$

где функция $g_{kl}(\delta_k)$ используется для построения изолированных подсистем

$$G_k(\delta_k) = P_k - \sum_{\substack{l=1\\l\neq k}}^{n+1} b_{kl}E_kE_l\sin(\delta_k + \Delta\delta^*_{kl}),$$

а функции вида $H_{kl}(\delta_k, \delta_l)$ представляют собой функции связей изолированных подсистем

$$H_{kl}(\delta_k, \delta_l) = 2b_{kl}E_kE_l\sin\left(\frac{\delta_l}{2}\right)\sin\left(\frac{2\delta_k - \delta_l + 2\Delta\delta^*_{kl}}{2}\right).$$

Уравнения изолированных подсистем, с учетом (3), имеют следующий вид:

$$T_k\frac{d^2\delta_k}{dt^2} + D_k\frac{d\delta_k}{dt} = G_k(\delta_k), k = \overline{1,n}. \quad (4)$$

Для изолированных подсистем (4) функцию Ляпунова можно определить следующим образом:

$$V_k(\omega_k, \delta_k) = \frac{1}{2}T_k\omega_k^2 + \mu_k\omega_k\delta_k + W_k(\delta_k), \quad (5)$$

где $W_k(\delta_k) = -\int_0^{\delta_k} G_k(x)dx$, $\omega_k = \frac{d\delta_k}{dt}$.

Функция $W_k(\delta_k)$ и ее производная при $\delta_k = 0$ (устойчивое положение равновесия) равны нулю:

$$W_k(0) = 0, \left.\frac{dW_k}{d\delta_k}\right|_{\delta_k=0} = 0.$$

Разложение в ряд Тейлора функции $W_k(\delta_k)$ в точке $\delta_k = 0$ содержит отличные от нуля члены ряда, начиная с δ_k^2, поэтому функцию $W_k(\delta_k)$ можно представить в виде

$$W_k(\delta_k) = (a_0 + a_1\delta_k + a_2\delta_k^2 + \cdots)\delta_k^2.$$

Тогда можно записать функцию $W_k(\delta_k)$ следующим образом:

$$W_k(\delta_k) = w_k(\delta_k)\delta_k^2, w_k(\delta_k) = a_0 + a_1\delta_k + a_2\delta_k^2 + \cdots$$

Пусть для функции $w_k(\delta_k)$ в окрестности устойчивого положения равновесия выполняется

$\underline{w}_k = \min_{\delta_k} w_k(\delta_k)$, $\overline{w}_k = \max_{\delta_k} w_k(\delta_k)$, при $\delta_k \in [\underline{\delta}_k, \overline{\delta}_k]$.

Для функции $V_k(\omega_k, \delta_k)$ выполняются следующие условия:

$V_k(\omega_k, \delta_k) = 0$, при $\omega_k = 0, \delta_k = 0$.

Функция $V_k(\omega_k, \delta_k)$ на интервале $\delta_k \in [\underline{\delta}_k, \overline{\delta}_k]$ будет положительно определенной, если будет выполняться $\mu_k < \sqrt{2\underline{w}_kT_k}$.

Производная $\frac{dV_k(\omega_k,\delta_k)}{dt}$ в силу уравнений для изолированных подсистем (4) равна

$$\frac{dV_k(\omega_k,\delta_k)}{dt} = -(D_k - \mu_k)\omega_k^2 - \frac{\mu_kD_k\omega_k\delta_k}{T_k} + \frac{\mu_k}{T_k}G_k(\delta_k)\delta_k.$$

Функцию $G_k(\delta_k)$ можно представить в виде

$$G_k(\delta_k) = g_k(\delta_k)\delta_k = (b_0 + b_1\delta_k + b_2\delta_k^2 + \cdots)\delta_k. \quad (6)$$

Пусть на интервале $\delta_k \in [\underline{\delta}_k, \overline{\delta}_k]$ функция $g_k(\delta_k)$ограничена

$\underline{g}_k = \min_{\delta_k}|g_k(\delta_k)|$, $\overline{w}_k = \max_{\delta_k}|g_k(\delta_k)|$, при $\delta_k \in [\underline{\delta}_k, \overline{\delta}_k]$.

Тогда производная функции $V_k(\omega_k, \delta_k)$ на интервале $\delta_k \in [\underline{\delta}_k, \overline{\delta}_k]$ будет отрицательно определена, если $\frac{\mu_kD_k\omega_k\delta_k}{T_k} < 2\sqrt{(D_k - \mu_k)\underline{g}_k}$.

Производная $\frac{dV_k}{dt}$ в силу уравнений возмущенного движения (3) определяется выражением

$$\frac{dV_k(\omega_k, \delta_k)}{dt} = -(D_k - \mu_k)\omega_k^2 - \frac{\mu_kD_k\omega_k\delta_k}{T_k} -$$
$$-\left(\omega_k + \frac{\mu_k}{T_k}\delta_k\right)\sum_{\substack{l=1\\l\neq k}}^{n+1} H_{kl}(\delta_k, \delta_l) + \frac{\mu_k}{T_k}G_k(\delta_k)\delta_k. \quad (7)$$

Функции связей $H_{kl}(\delta_k, \delta_l)$ могут быть представлены в виде

$$H_{kl}(\delta_k, \delta_l) = h_{kl}(\delta_k, \delta_l)\delta_k\delta_l. \quad (8)$$

На интервалах $\delta_k \in [\underline{\delta}_k, \overline{\delta}_k]$, $\delta_l \in [\underline{\delta}_l, \overline{\delta}_l]$ функции $h_{kl}(\delta_k, \delta_l)$ ограничены. Обозначим

$\underline{h}_{kl} = \min_{\delta_k,\delta_l} h_{kl}(\delta_k, \delta_l)$, $\overline{h}_{kl} = \max_{\delta_k,\delta_l} h_{kl}(\delta_k, \delta_l)$, при $\delta_k \in [\underline{\delta}_k, \overline{\delta}_k]$, $\delta_l \in [\underline{\delta}_l, \overline{\delta}_l]$.

Для того чтобы система возмущенного движения (3) была устойчива, необходимо построить систему сравнения вида

$$\frac{dV_k}{dt} \leq C_{k1}V_1 + C_{k2}V_2 + C_{k3}V_3 + \cdots + C_{kn}V_n, k = \overline{1,n}. \quad (9)$$

Подставляя в систему сравнения (9) функции Ляпунова $V_{\text{k}}(\omega_{\text{k}}, \delta_{\text{k}}), k = \overline{1, n}$ (5) для изолированных подсистем и их производные (7), получаем систему неравенств, подробный вид которых в силу их громоздкости не приводим. Эта система неравенств, с учетом (6) и (8), приводится к квадратичной форме, которая имеет вид

$Q = q'Aq$,

где вектор $q = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n, \delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n)$. Коэффициенты матрицы A определяются с учетом оценок, полученных для функций $h_{kl}(\delta_{\text{k}}, \delta_l)$ и $g_{\text{k}}(\delta_{\text{k}})$. Для выполнения системы неравенств квадратичная форма Q должна быть положительно определена. Из коэффициентов системы неравенств (9) формируется матрица однородной линейной системы уравнений

$$\begin{aligned}
\frac{dx_1}{dt} &= C_{11}x_1 + C_{12}x_2 + C_{13}x_3 + \cdots + C_{1\text{n}}x_{\text{n}},\\
\frac{dx_2}{dt} &= C_{21}x_1 + C_{22}x_2 + C_{23}x_3 + \cdots + C_{1\text{n}}x_{\text{n}},\\
&\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\\
\frac{dx_{\text{n}}}{dt} &= C_{\text{n}1}x_1 + C_{\text{n}2}x_2 + C_{\text{n}3}x_3 + \cdots + C_{1\text{n}}x_{\text{n}}.
\end{aligned} \tag{10}$$

Если система (10) является устойчивой, то область $\delta_{\text{k}} \in [\underline{\delta}_{\text{k}}, \overline{\delta}_{\text{k}}], k = \overline{1, n}$ при $\omega_{\text{k}} = 0, k = \overline{1, n}$ является областью устойчивости исследуемой системы (3).

Для устойчивости системы линейных дифференциальных уравнений (10) коэффициенты выбираются из следующих условий:

$C_{\text{kk}} < 0, |C_{kk}| > \sum_{\substack{l=1\\ l\neq k}}^{n} |C_{\text{k}l}|, k = \overline{1, n}$.

Далее решается система неравенств (9). Если решение найти не удается для заданного приближения области устойчивости, то новое приближение области устойчивости вычисляется следующим образом:

$\left[\underline{\delta}_{\text{k}}^{i+1}, \overline{\delta}_{\text{k}}^{i+1}\right] = \alpha \left[\underline{\delta}_{\text{k}}^{i}, \overline{\delta}_{\text{k}}^{i}\right], k = \overline{1, n},$

где $\alpha < 1$. Итерации заканчиваются, когда найдено решение системы неравенств (9).

Устойчивость системы для заданного возмущения можно определить путем вычисления критических значений функции Ляпунова для изолированных подсистем

$V_{k(\text{крит})} = \min_{\delta_{\text{k}}} V_{\text{k}}(0, \delta_{\text{k}}), \delta_{\text{k}} = \underline{\delta}_{\text{k}}$ или $\delta_{\text{k}} = \overline{\delta}_{\text{k}}, k = \overline{1, n}.$

Тогда, если после отключения возмущения выполняется $V_{\text{k}}(\omega_{\text{k}}^{a}, \delta_{\text{k}}^{a}) < V_{\text{k}(\text{крит})}, k = \overline{1, n}$, то система для заданного возмущения сохраняет устойчивость ($\omega_{\text{k}}^{a}, \delta_{\text{k}}^{a}, k = \overline{1, n}$ – значения переменных после аварийного процесса).

Пример. Исследование описанного выше метода проводилось на примере параллельной работы трех синхронных генераторов. Уравнения возмущенного движения для движений роторов двух генераторов относительно ротора третьего генератора имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}
&\frac{d^2\delta_1}{dt^2} + 100\frac{d\delta_1}{dt} = -11{,}59\big(\sin(\delta_1 + 0{,}000796) - \sin(0{,}000796)\big) -\\
&-0{,}10016(\sin(\delta_1 - \delta_2 + 0{,}0877) - sin(0{,}0877)\ ) +\\
&+0{,}05417(\sin(\delta_2 - 0{,}0342) - \sin(0{,}0342)\ ),\\
&\frac{d^2\delta_2}{dt^2} + 100\frac{d\delta_2}{dt} = -10{,}94\big(\sin(\delta_2 - 0{,}0342) - \sin(-0{,}0342)\big) -\\
&-0{,}10016(\sin(\delta_2 - \delta_1 + 0{,}0537) - \sin(0{,}0537)\ ) +\\
&+0{,}05928(\sin(\delta_1 + 0{,}0000963) - \sin(0{,}0000963)\ ).
\end{aligned}$$

Области динамической устойчивости, полученные методом векторных функций Ляпунова по предлагаемой методике, приведены на Рис. 1.

Области динамической устойчивости получены для начальных условий $\left(\delta_1, \dot{\delta}_1 = 0; \delta_2, \dot{\delta}_2 = 0\right)$, где δ_1, δ_2 – углы роторов, заданные в момент отключения возмущения. На Рис. 1 обозначено: a) – область устойчивости, полученная многовариантным моделированием уравнений возмущенного движения трехмашинной системы; b) область динамической устойчивости, полученная методом векторных функций Ляпунова.

По результатам проведенных исследований можно сделать следующие выводы: предложена практическая реализация анализа динамической устойчивости параллельной работы синхронных генераторов методом векторных функций Ляпунова; предложен способ декомпозиции системы на изолированные подсистемы; рассмотрен вопрос построения и решения системы неравенств для оценки областей устойчивости. Однако следует отметить, что для эффективной программной реализации метода векторных функций Ляпунова необходимо дальнейшее его развитие в плане критериев и формализации способа разделения системы на изолированные подсистемы, разработки более эффективных методов решения системы неравенств (системы уравнений сравнения) для оценки областей устойчивости. Также следует отметить, что область устойчивости, получаемая этим методом, существенно меньше области, построенной многократным интегрированием уравнений возмущенного движения. Учитывая актуальность задачи анализа динамической устойчивости крупномасштабных систем и потенциальные возможности метода векторных функций Ляпунова, исследования по практической реализации этого метода целесообразно продолжить.

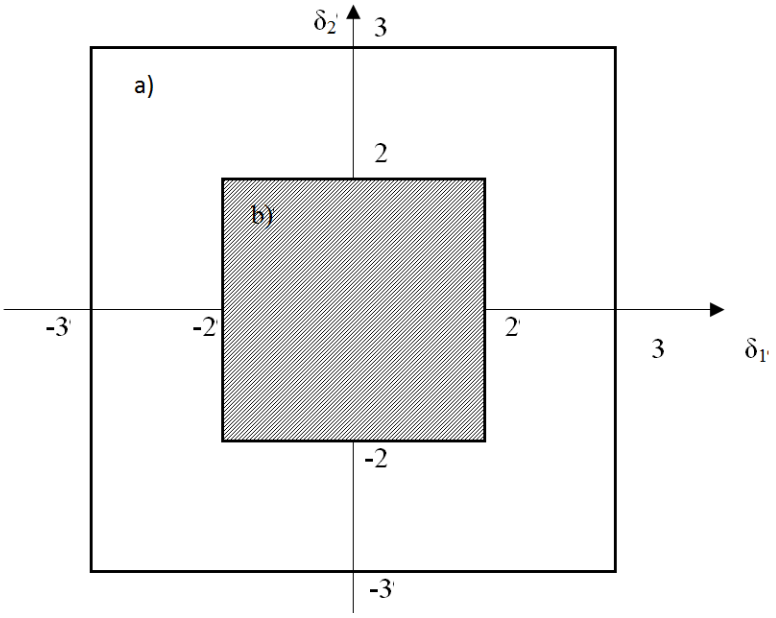

Рис. 1. *Области динамической устойчивости*

Список литературы

1. **Авраменко В. Н., Степанов А. В.** Определение запаса динамической устойчивости энергосистем прямым методом Ляпунова // Техническая электродинамика. 1999. № 5. С. 55-58.
2. **Груйч Л. Т., Мартынюк А. А., Риббенс-Павелла М.** Устойчивость крупномасштабных систем при структурных и сингулярных возмущениях. Киев.: Наук. думка, 1984. 306 с.
3. **Кузовкин В. А., Степанов А. В.** Оценка запаса динамической устойчивости энергосистем прямым методом Ляпунова // Электричество. 2002. № 1. С. 2-8.
4. **Матросов В. М.** Метод векторных функций Ляпунова: анализ динамических свойств нелинейных систем. М.: Физматлит, 2001. 372 с.
5. **Матросов В. М.** Метод векторных функций Ляпунова в системах с обратной связью // Автоматика и телемеханика. 1972. № 9. С. 63-75.
6. **Матросов В. М., Анапольский Л. Ю., Васильев С. Н.** Метод сравнения в математической теории систем. Новосибирск: Наука, 1980. 479 с.
7. **Метод векторных функций Ляпунова в теории устойчивости** / под ред. А. А. Воронова, В. М. Матросова. М.: Наука, 1987. 312 с.
8. **Павелла М.** От общей теории Ляпунова к практическому прямому методу анализа динамической устойчивости энергосистем // Электричество. 2000. № 6. С. 14-26.
9. **Bellman P.** Vector Lyapunov Function // Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics Control. 1962. Ser. A. № 1. P. 32-34.
10. **Pai M. A., Vittal V.** Multimachine Stability Analysis Using Vector Lyapunov Functions with Inertial Center Decomposition // International Journal of Electrical Power & Energy Systems. 1983. Vol. 3. P. 138-144.

ON APPLICATION OF LYAPUNOV VECTOR-FUNCTIONS METHOD FOR ANALYSIS OF STABILITY OF PARALLEL OPERATION OF SYNCHRONOUS GENERATORS

Stepanov Anatolii Vladimirovich, Doctor in Technical Sciences
Bauman Moscow State Technical University
stepanov.bmstu@gmail.com

This paper studies the problem of the research of the dynamic stability of the parallel operation of synchronous generators by Lyapunov vector-functions method. The equations of perturbed motion for the relative movements of the rotors of synchronous generators are obtained, a method of the decomposition of the mathematical model of a multimachine power system into isolated subsystems is proposed. For the isolated subsystems Lyapunov vector-function is built. The assessment of the stability region of the system is based on comparison equations, which requires solving a system of inequalities. The author clarifies the peculiarities of the application of Lyapunov vector-functions method for solving the practical problems of the analysis of dynamic stability.

Key words and phrases: synchronous generators; dynamic stability; Lyapunov vector-function; comparison equations; stability regions.