14. Пусть $m: x+3y-2=0$ и $n: x+y-1=0$ – две прямые. Записать уравнения S_m и S_n. Найти композицию $S_n \circ S_m$ симметрий и определить вид полученного преобразования.

15. Пусть $m: x+2y-2=0$ и $n: -2x-4y+1=0$ – две прямые. Записать уравнения S_m и S_n. Найти композицию $S_n \circ S_m$ симметрий и определить вид полученного преобразования.

16. **Задача-исследование.** Опираясь на уравнения (1) и уравнения композиции двух осевых симметрий, рассмотрев все случаи, доказать утверждение: любое движение плоскости либо является осевой симметрией, либо представляет собой произведение не более трёх осевых симметрий.

Полученные выше уравнения можно переложить на программный код, написав, например, на ЯП *Pascal* или *Delphi* графические программы, которые бы давали наглядное решение той или иной задачи. Ведь если задача решена в общем виде, то решение частного случая уже не представляет труда. Это можно поручить студенту в рамках его курсовой или дипломной работы, связанной с преобразованиями плоскости.

Список литературы

1. **Александров П. С.** Лекции по аналитической геометрии, пополненные необходимыми сведениями из алгебры. М.: Наука, 1968.
2. **Атанасян Л. С., Базылев В. Т.** Геометрия: учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов: в 2-х ч. М.: Просвещение, 1986. Ч. I.
3. **Базылев В. Т. и др.** Геометрия: учеб. пособие для студентов I курса физ.-мат. фак. пед. ин-тов. М.: Просвещение, 1974.

ROTATIONAL SYMMETRY AS TRANSFORMATION OF PLANE AND ITS PLACE IN GEOMETRY COURSE OF PEDAGOGICAL INSTITUTIONS OF HIGHER EDUCATION

Koveshnikov Evgenii Valerievich
Tankevich Lyudmila Mikhailovna
Far Eastern Federal University
Yujin-k@list.ru; tankevich.lm@yandex.ru

The article discusses the peculiarities of teaching the section “Transformations of Plane”, in particular, the transformation of rotational symmetry. The authors give theoretical calculations, as well as the selection of tasks samples aimed at students’ practical mastering the material. This work may be useful for the teachers of pedagogical institutions of higher education, secondary school teachers, teachers running additional courses on the basics of higher mathematics and for the students of appropriate mathematical specialization.

Key words and phrases: transformations of plane; rotational symmetry; glide reflection; composition of symmetries; parallel transport; rotation; methodology of teaching mathematics at higher school.

УДК 532.1
Физико-математические науки

В статье исследуется устойчивость крупномасштабного двумерного течения в турбулентной конвективной электропроводящей жидкости. В квазилинейном приближении показано, что в результате взаимодействия мелкомасштабного турбулентного течения (колмогоровского типа) с основным (крупномасштабным) потоком возникают эффекты отрицательной вязкости, магнитной вязкости и теплопроводности. Найдены критерии генерации крупномасштабного вихревого поля, магнитного поля и температуры в зависимости от характерных масштабов возмущений и параметров среды.

Ключевые слова и фразы: мелкомасштабная турбулентность; крупномасштабная неустойчивость; дисперсионное уравнение; конвективные течения; отрицательная кинематическая вязкость; магнитная вязкость; теплопроводность.

Копп Михаил Иосифович, к. ф.-м. н.
Харьковский национальный университет имени В. Н. Каразина, Украина
michael.kopp@mail.ru

ГЕНЕРАЦИЯ КРУПНОМАСШТАБНЫХ ПОЛЕЙ В ДВУМЕРНОЙ КОНВЕКТИВНОЙ ЭЛЕКТРОПРОВОДЯЩЕЙ СРЕДЕ МЕЛКОМАСШТАБНОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТЬЮ[©]

1. Введение

В последнее время актуальное значение имеют вопросы, связанные с проблемой генерации крупномасштабных полей в турбулентных средах. Генерацией крупномасштабного магнитного поля в электропроводящих средах (плазма, жидкий металл) занимается теория динамо [2; 6; 10]. Аналогично генерацией крупномасштабных вихревых структур (КВС) (торнадо, тайфуны, циклоны и антициклоны и т.п.) занимается теория вихревого динамо [4; 5; 12]. Отличительной особенностью КВС является их квазидвумерность, т.е. характерные масштабы поля скорости таких вихрей значительно превышают характерные масштабы турбулентных движений. Сведение крупномасштабного движения к квазидвумерному позволило построить ряд математических моделей, описывающих динамику нелинейных волн и вихревых структур в атмосфере и океанах [8; 12; 17]. В двумерных турбулентных средах появление этих структур связывают с развитием крупномасштабной неустойчивости типа отрицательной вязкости, для которой энергия неустойчивой моды черпается из мелкомасштабных турбулентных пульсаций. Иначе говоря, существует обратный каскад энергии по спектру из области малых масштабов в большие [7; 9; 11; 13-16]. В работе [15] исследовался эффект отрицательной турбулентной вязкости на примере волн Россби в атмосфере Земли. Было показано, что в результате развития крупномасштабной неустойчивости возможна генерация КВС типа уединенных двумерных вихрей. Далее эффекты отрицательной вязкости были рассмотрены в двумерных электропроводящих средах ($2D$ МГД (магнитная гидродинамика)) [13; 14], в результате которых происходит генерация крупномасштабного магнитных и вихревых полей. Известно, что крупномасштабные движения, вызванные неоднородным нагревом в гравитационном поле (свободная конвекция), существуют в конвективных зонах Солнца и других звезд, а также в ядре Земли и планет. Как показано в работе [4], генерация структур в условиях развитой турбулентной конвекции может происходить в результате эффекта отрицательной теплопроводности. В связи с этим возникает проблема генерации крупномасштабных полей в двумерной конвективной среде мелкомасштабной турбулентностью. Такая постановка проблемы является обобщением предыдущих исследований на конвективную турбулентную электропроводящую среду. При помощи хорошо разработанного математического формализма – метода многих масштабов для «турбулентных» задач [17] – удалось показать, что в двумерной конвективной электропроводящей среде возможна генерация крупномасштабных полей (вихревого и магнитного, температуры) в результате эффектов отрицательной турбулентной диссипации (вязкости, магнитной вязкости, теплопроводности). Развитая в настоящей работе теория может применяться к различным астрофизическим и геофизическим задачам, рассматривающим генерацию вихревых движений, магнитного поля и температуры в конвективных слоях ядра Земли, Солнца и других объектов.

2. Постановка задачи и уравнения для крупномасштабных полей

Как известно, конвективные течения вязкой электропроводящей несжимаемой жидкости описываются уравнениями МГД в приближении Буссинеска [1]. Рассмотрим слой электропроводящей жидкости бесконечной горизонтальной протяженности со свободными верхней и нижней границами. При этом ограничимся рассмотрением двумерной конвекции в вертикальной плоскости (x,z), а градиент температуры между верхней и нижней границами направим вертикально вверх: $\nabla T = A\vec{e}$, $A = \dfrac{dT_{00}}{dz} = const$ ($A > 0$ – подогрев сверху), $\vec{e}$ – единичный вектор вдоль оси OZ. Поле скорости $\vec{v} = (v_x, 0, v_z)$ удобно представить через функцию тока ψ: $v_x = -\dfrac{\partial\psi}{\partial z}$, $v_z = \dfrac{\partial\psi}{\partial x}$. Аналогично магнитное поле представим через магнитный потенциал ψ_B: $B_x = -\dfrac{\partial\psi_B}{\partial z}$, $B_z = \dfrac{\partial\psi_B}{\partial x}$. В этом случае уравнения $2D$ МГД в приближении Буссинеска примут следующий вид:

$$\frac{\partial}{\partial t}\nabla^2\psi + \left\{\psi, \nabla^2\psi\right\} = c_1\frac{\partial T}{\partial x} + c_2\left\{\psi_B, \nabla^2\psi_B\right\} + \nu\nabla^4\psi, \qquad (1)$$

$$\frac{\partial\psi_B}{\partial t} + \left\{\psi, \psi_B\right\} = \nu_m\nabla^2\psi_B, \qquad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \left\{\psi, T\right\} + c_3\frac{\partial\psi}{\partial x} = \chi\nabla^2 T. \qquad (3)$$

Здесь $\left\{a,b\right\} \equiv \dfrac{\partial a}{\partial x}\dfrac{\partial b}{\partial z} - \dfrac{\partial a}{\partial z}\dfrac{\partial b}{\partial x}$ – скобка Пуассона; константы $c_{1,2,3}$ соответственно равны: $c_1 = g\beta$, $c_2 = (4\pi\rho_{00})^{-1}$, $c_3 = A$; $\rho_{00} = const$ – плотность жидкости; β – коэффициент теплового расширения; ν – коэффициент кинематической вязкости (молекулярной); ν_m – коэффициент магнитной вязкости; оператор Лапласа $\Delta \equiv \nabla^2 = \dfrac{\partial^2}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial z^2}$.

Основной нашей задачей является исследование влияния мелкомасштабных турбулентных пульсаций на эволюцию крупномасштабных возмущений. Считая мелкомасштабную турбулентность заданной, удобно ввести разделение полей (ψ, ψ_B, T) соответственно на крупномасштабную (медленно изменяющуюся) часть и мелкомасштабную часть, зависящую в общем случае как от «быстрых», так и от «медленных» переменных:

$$\psi = \overline{\psi} + \psi^T, \quad \psi_B = \overline{\psi_B} + \psi_B^T, \quad T = \overline{T} + \theta^T = \Theta + \theta^T, \qquad (4)$$

где черта сверху над величинами (ψ, ψ_B, T) означает среднее по статистическому ансамблю мелкомасштабных полей, значок «T» обозначает турбулентную часть. Очевидно, что средние от турбулентных частей равны нулю: $\overline{\psi^T} = \overline{\psi_B^T} = \overline{\theta^T} = 0$. Подставим представление (4) в систему уравнений (1)-(3), и, проводя усреднение, получим уравнения для крупномасштабных (средних) возмущений:

$$\frac{\partial}{\partial t}\nabla^2\overline{\psi}+\left\{\overline{\psi},\nabla^2\overline{\psi}\right\}-c_2\left\{\overline{\psi_B},\nabla^2\overline{\psi_B}\right\}=c_1\frac{\partial\Theta}{\partial x}-\left(\overline{\left\{\psi^T,\nabla^2\psi^T\right\}}-c_2\overline{\left\{\psi_B^T,\nabla^2\psi_B^T\right\}}\right)+\nu\nabla^4\overline{\psi}\,, \quad (5)$$

$$\frac{\partial\overline{\psi_B}}{\partial t}+\left\{\overline{\psi},\overline{\psi_B}\right\}+\overline{\left\{\psi^T,\psi_B^T\right\}}=\nu_m\nabla^2\overline{\psi_B}\,, \quad (6)$$

$$\frac{\partial\Theta}{\partial t}+\left\{\overline{\psi},\Theta\right\}+\overline{\left\{\psi^T,\theta^T\right\}}+c_3\frac{\partial\overline{\psi}}{\partial x}=\chi\nabla^2\Theta\,. \quad (7)$$

Отсюда видно, чтобы получить уравнения (5)-(7) в замкнутом виде, необходимо выразить корреляторы

$$Q_1=\overline{\left\{\psi^T,\nabla^2\psi^T\right\}}\,,\ Q_2=\overline{\left\{\psi_B^T,\nabla^2\psi_B^T\right\}}\,,\ Q_3=\overline{\left\{\psi^T,\psi_B^T\right\}}\,,\ Q_4=\overline{\left\{\psi^T,\theta^T\right\}} \quad (8)$$

через средние величины $\overline{\psi}$, $\overline{\psi_B}$, Θ. Для этой цели используем метод многомасштабных разложений [17]. Поскольку величины $(\overline{\psi},\overline{\psi_B},\Theta)$ являются крупномасштабными, то естественно ввести зависимость $(\overline{\psi},\overline{\psi_B},\Theta)$ только от «медленных» переменных $\vec{X}=(X,0,Z)$. Кроме того, для получения замкнутых уравнений (5)-(7) нам потребуются уравнения для турбулентных частей:

$$\begin{gathered}\frac{\partial}{\partial t}\nabla^2\psi^T+\left\{\overline{\psi},\nabla^2\psi^T\right\}+\left\{\psi^T,\nabla^2\overline{\psi}\right\}+\left(\left\{\psi^T,\nabla^2\psi^T\right\}-\overline{\left\{\psi^T,\nabla^2\psi^T\right\}}\right)=c_1\frac{\partial\theta^T}{\partial x}+\\+c_2\left\{\overline{\psi_B},\nabla^2{\psi_B}^T\right\}+c_2\left\{{\psi_B}^T,\nabla^2\overline{\psi_B}\right\}+c_2\left(\left\{{\psi_B}^T,\nabla^2{\psi_B}^T\right\}-\overline{\left\{{\psi_B}^T,\nabla^2{\psi_B}^T\right\}}\right)+\nu\nabla^4\psi^T\end{gathered}\,, \quad (9)$$

$$\frac{\partial\psi_B^T}{\partial t}+\left\{\overline{\psi},\psi_B^T\right\}+\left\{\psi^T,\overline{\psi_B}\right\}+\left(\left\{\psi^T,\psi_B^T\right\}-\overline{\left\{\psi^T,\psi_B^T\right\}}\right)=\nu_m\nabla^2\psi_B^T\,, \quad (10)$$

$$\frac{\partial\theta^T}{\partial t}+\left\{\overline{\psi},\theta^T\right\}+\left\{\psi^T,\Theta\right\}+\left(\left\{\psi^T,\theta^T\right\}-\overline{\left\{\psi^T,\theta^T\right\}}\right)+c_3\frac{\partial\psi^T}{\partial x}=\chi\nabla^2\theta^T\,. \quad (11)$$

Введем характерный масштаб изменения средних величин L и характерный масштаб изменения турбулентных l, причем $L\gg l$. Далее, проведя оценку членов, входящих в уравнения (9)-(11), считая при этом малыми числа Рейнольдса для турбулентных полей: $\mathrm{Re}_l\approx\frac{v^T l}{\nu}\ll 1$, $Rm_l\approx\frac{v_A^T l}{\nu_m}\ll 1$ ($v_A^T=\frac{B^T}{\sqrt{4\pi\rho_{00}}}$ – альфвеновская турбулентная скорость), мы можем пренебречь членами в скобках. Такое приближение в литературе [2] называют еще «квазилинейным». В нашей задаче выполняется следующее условие:

$$\left|\frac{\partial}{\partial\vec{X}}\right|\approx\left|\vec{K}\right|\ll\left|\frac{\partial}{\partial\vec{x}}\right|\approx\left|\vec{k}\right|,$$

где $\vec{K}$ – крупномасштабный волновой вектор, который является характеристикой масштаба средних величин $(\overline{\psi},\overline{\psi_B},\Theta)$, $\vec{k}$ – мелкомасштабный волновой вектор, характеризующий масштаб изменения той части полей $(\psi^T,\psi_B^T,\theta^T)$, которая зависит от «быстрых» переменных $\vec{x}$. При выполнении этого условия будем искать решение уравнений (9)-(11) в виде ряда последовательных приближений по степеням малости величины $\vec{K}$, т.е.

$$\begin{aligned}&\psi^T=\psi^{(0)}(\vec{x},t)+\psi^{(1)}(\vec{x},\vec{X},t)+\ldots+\psi^{(4)}(\vec{x},\vec{X},t)\,,\\&{\psi_B}^T={\psi_B}^{(0)}(\vec{x},t)+{\psi_B}^{(1)}(\vec{x},\vec{X},t)+\ldots+{\psi_B}^{(4)}(\vec{x},\vec{X},t)\,,\\&\theta^T=\theta^{(0)}(\vec{x},t)+\theta^{(1)}(\vec{x},\vec{X},t)+\ldots+\theta^{(4)}(\vec{x},\vec{X},t)\,.\end{aligned} \quad (12)$$

Так же как и в работах [13-15], здесь мы ограничимся разложением до четвертого порядка по K, так как уже в этом порядке надеемся получить крупномасштабную неустойчивость. В уравнениях (9)-(11) пространственные операторы представим в виде суммы операторов, зависящих как от «быстрых», так и от «медленных» переменных:

$$\frac{\partial}{\partial x}\to\frac{\partial}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial X}\,,\ \Delta\to\Delta_\perp+2\frac{\partial^2}{\partial x_p\partial X_p}+\frac{\partial^2}{\partial X_p^2}\,,\ \Delta^2\to\Delta_\perp^2+6\frac{\partial^4}{\partial x_p^2\partial X_p^2}+4\frac{\partial^4}{\partial x_p^3\partial X_p}+4\frac{\partial^4}{\partial x_p\partial X_p^3}+\frac{\partial^4}{\partial X_p^4}\,, \quad (13)$$

где $\Delta_\perp$ – оператор Лапласа от «быстрых» переменных. После вычисления корреляторов (8), с точностью до приближения четвертого порядка по K, получим замкнутые уравнения для крупномасштабных полей:

$$\begin{gathered}\left(\frac{\partial}{\partial t}-\nu\Delta_s\right)\Delta_s\overline{\psi}=c_1\frac{\partial\Theta}{\partial X}+\varepsilon_{mn}\varepsilon_{kl}\{\delta_{lnp}^{(1)}\frac{\partial^3\overline{\psi}}{\partial X_k\partial X_m\partial X_p}+\delta_{lnp}^{(2)}\frac{\partial^3\overline{\psi_B}}{\partial X_k\partial X_m\partial X_p}+\delta_{lnp}^{(3)}\frac{\partial^3\Theta}{\partial X_k\partial X_m\partial X_p}+\\+\nu_{ln}^{(1)}\frac{\partial^2\Delta_s\overline{\psi}}{\partial X_k\partial X_m}+\nu_{ln}^{(2)}\frac{\partial^2\Delta_s\overline{\psi_B}}{\partial X_k\partial X_m}+\nu_{ln}^{(3)}\frac{\partial^2\Delta_s\Theta}{\partial X_k\partial X_m}+\nu_{lnpr}^{(1)}\frac{\partial^4\overline{\psi}}{\partial X_k\partial X_m\partial X_p\partial X_r}+\nu_{lnpr}^{(2)}\frac{\partial^4\overline{\psi_B}}{\partial X_k\partial X_m\partial X_p\partial X_r}+\\+\nu_{lnpr}^{(3)}\frac{\partial^4\Theta}{\partial X_k\partial X_m\partial X_p\partial X_r}+\mu_{lnr}^{(1)}\frac{\partial^3}{\partial X_k\partial X_m\partial X_r}\left(\frac{\partial\overline{\psi}}{\partial X}\right)+\mu_{lnr}^{(2)}\frac{\partial^3}{\partial X_k\partial X_m\partial X_r}\left(\frac{\partial\overline{\psi_B}}{\partial X}\right)+\mu_{lnr}^{(3)}\frac{\partial^3}{\partial X_k\partial X_m\partial X_r}\left(\frac{\partial\Theta}{\partial X}\right)\}\end{gathered}\,, \quad (14)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}-\nu_m\Delta_s\right)\Delta_s\overline{\psi_B}=\varepsilon_{mn}\varepsilon_{kl}\left\{\eta_{ln}^{(1)}\frac{\partial^2\overline{\psi_B}}{\partial X_k\partial X_m}+\eta_{ln}^{(2)}\frac{\partial^2\overline{\psi}}{\partial X_k\partial X_m}+\eta_{ln}^{(3)}\frac{\partial^2\Theta}{\partial X_k\partial X_m}\right\}, \tag{15}$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}-\chi\Delta_s\right)\Theta=-c_3\frac{\partial\overline{\psi}}{\partial X}+\varepsilon_{mn}\varepsilon_{kl}\left\{\chi_{ln}^{(1)}\frac{\partial^2\Theta}{\partial X_k\partial X_m}+\chi_{ln}^{(2)}\frac{\partial^2\overline{\psi}}{\partial X_k\partial X_m}+\chi_{ln}^{(3)}\frac{\partial^2\overline{\psi_B}}{\partial X_k\partial X_m}\right\}. \tag{16}$$

Здесь $\Delta_s\equiv\partial^2/\partial X^2+\partial^2/\partial Z^2$, ε_{mn} – антисимметричный тензор второго ранга, тензорные коэффициенты турбулентного переноса соответственно равны:

$$\delta_{lnp}^{(1)}=\iint 2ik_lk_nk_p\left(\frac{c_2\widehat{C}_{bb}}{\nu_mk^2-i\omega}-\widehat{D}(\omega,k)\frac{\widehat{C}_{\psi\psi}}{\nu k^2-i\omega}\right)d\vec{k}d\omega-\iint\frac{2k_lk_nk_pk_xc_1}{k^2(\nu k^2-i\omega)(\chi k^2-i\omega)}\widehat{D}(\omega,k)\widehat{C}_{\psi\theta}d\vec{k}d\omega,$$

$$\delta_{lnp}^{(2)}=-c_2\iint 2ik_lk_nk_p\left(\frac{\widehat{C}_{b\psi}}{\nu_mk^2-i\omega}-\widehat{D}(\omega,k)\frac{\widehat{C}_{b\psi}}{\nu k^2-i\omega}\right)d\vec{k}d\omega,$$

$$\delta_{lnp}^{(3)}=\iint\frac{2k_lk_nk_pk_xc_1}{k^2(\nu k^2-i\omega)(\chi k^2-i\omega)}\widehat{D}(\omega,k)\widehat{C}_{\psi\psi}d\vec{k}d\omega,$$

$$\nu_{ln}^{(1)}=\iint k_lk_n\left(\frac{c_2\widehat{C}_{bb}}{\nu_mk^2-i\omega}-\widehat{D}(\omega,k)\frac{\widehat{C}_{\psi\psi}}{\nu k^2-i\omega}\right)d\vec{k}d\omega+\iint\frac{ik_lk_nk_xc_1}{k^2(\nu k^2-i\omega)(\chi k^2-i\omega)}\widehat{D}(\omega,k)\widehat{C}_{\psi\theta}d\vec{k}d\omega,$$

$$\nu_{ln}^{(2)}=-c_2\iint k_lk_n\left(\frac{\widehat{C}_{b\psi}}{\nu_mk^2-i\omega}-\widehat{D}(\omega,k)\frac{\widehat{C}_{b\psi}}{\nu k^2-i\omega}\right)d\vec{k}d\omega,$$

$$\nu_{ln}^{(3)}=-\iint\frac{ik_lk_nk_xc_1}{k^2(\nu k^2-i\omega)(\chi k^2-i\omega)}\widehat{D}(\omega,k)\widehat{C}_{\psi\psi}d\vec{k}d\omega,$$

$$\nu_{lnpr}^{(1)}=-\iint\left(V_{lnpr}^{(1)}(\omega,\vec{k})\widehat{C}_{\psi\psi}+V_{lnpr}^{(2)}(\omega,\vec{k})\widehat{C}_{\psi\theta}\right)d\vec{k}d\omega-c_2\iint\frac{4k_lk_nk_pk_r}{k^2}\frac{\nu_mk^2\widehat{C}_{bb}}{(\nu_mk^2-i\omega)^2}d\vec{k}d\omega,$$

$$\nu_{lnpr}^{(2)}=\iint V_{lnpr}^{(1)}(\omega,\vec{k})\widehat{C}_{b\psi}d\vec{k}d\omega+c_2\iint\frac{4k_lk_nk_pk_r}{k^2}\frac{\nu_mk^2\widehat{C}_{b\psi}}{(\nu_mk^2-i\omega)^2}d\vec{k}d\omega,$$

$$\nu_{lnpr}^{(2)}=\iint V_{lnpr}^{(2)}(\omega,\vec{k})\widehat{C}_{\psi\psi}d\vec{k}d\omega,\quad \mu_{lnr}^{(1)}=\iint M_{lnr}^{(1)}(\omega,\vec{k})\widehat{C}_{\psi\psi}d\vec{k}d\omega-\iint M_{lnr}^{(2)}(\omega,\vec{k})\widehat{C}_{\psi\theta}d\vec{k}d\omega,$$

$$\mu_{lnr}^{(2)}=-c_2\iint M_{lnr}^{(1)}(\omega,\vec{k})\widehat{C}_{b\psi}d\vec{k}d\omega,\quad \mu_{lnr}^{(3)}=\iint M_{lnr}^{(2)}(\omega,\vec{k})\widehat{C}_{\psi\psi}d\vec{k}d\omega,$$

$$\widehat{D}(\omega,\vec{k})=\frac{k^2(\nu k^2-i\omega)(\chi k^2-i\omega)}{k^2(\nu k^2-i\omega)(\chi k^2-i\omega)+c_1c_3k_x^2},$$

$$V_{lnpr}^{(1)}=\left(\widehat{D}(\omega,\vec{k})\right)^2\left(\frac{4i\omega k_lk_nk_pk_r}{k^2(\nu k^2-i\omega)^2}-\frac{8\nu k_lk_nk_pk_r}{(\nu k^2-i\omega)^2}\right)+\widehat{D}(\omega,\vec{k})\frac{4\chi k_lk_nk_pk_rk_x^2c_1c_3}{(\nu k^2-i\omega)(\chi k^2-i\omega)((\nu k^2-i\omega)(\chi k^2-i\omega)+c_1c_3k_x^2)},$$

$$V_{lnpr}^{(1)}=\left(\widehat{D}(\omega,\vec{k})\right)^2\left(\frac{4\omega k_lk_nk_pk_rk_xc_1}{k^4(\nu k^2-i\omega)^2(\chi k^2-i\omega)}+\frac{8i\nu k_lk_nk_pk_rk_xc_1}{k^2(\nu k^2-i\omega)^2(\chi k^2-i\omega)}\right)+$$
$$+\widehat{D}(\omega,\vec{k})\left(\frac{4i\chi k_lk_nk_pk_rk_xc_1}{k^2(\chi k^2-i\omega)^2(\nu k^2-i\omega)}-\frac{4i\chi k_lk_nk_pk_rk_x^3c_1^2c_3}{k^2(\nu k^2-i\omega)(\chi k^2-i\omega)^2(k^2(\nu k^2-i\omega)(\chi k^2-i\omega)+c_1c_3k_x^2)}\right),$$

$$M_{lnr}^{(1)}=\left(\widehat{D}(\omega,\vec{k})\right)^2\frac{2k_lk_nk_xk_rc_1c_3}{k^2(\nu k^2-i\omega)^2(\chi k^2-i\omega)}+\widehat{D}(\omega,\vec{k})\frac{2k_lk_nk_xk_rc_1c_3}{(\nu k^2-i\omega)((\nu k^2-i\omega)(\chi k^2-i\omega)+c_1c_3k_x^2)},$$

$$M_{lnr}^{(2)}=\left(\widehat{D}(\omega,\vec{k})\right)^2\frac{2ik_lk_nk_rk_x^2c_1c_3}{k^2(\nu k^2-i\omega)^2(\chi k^2-i\omega)^2}+$$
$$+\widehat{D}(\omega,\vec{k})\left(\frac{2ik_lk_nk_rk_x^2c_1^2c_3}{k^2(\nu k^2-i\omega)(\chi k^2-i\omega)(k^2(\nu k^2-i\omega)(\chi k^2-i\omega)+c_1c_3k_x^2)}-\frac{2ik_lk_nk_rc_1}{k^2(\nu k^2-i\omega)^2(\chi k^2-i\omega)}\right), \tag{17}$$

$$\eta_{ln}^{(1)}=\iint k_lk_n\left(\frac{\widehat{C}_{\psi\psi}}{\nu_mk^2-i\omega}-\widehat{D}(\omega,k)\frac{\widehat{C}_{bb}}{\nu k^2-i\omega}\right)d\vec{k}d\omega,$$

$$\eta_{ln}^{(2)}=\iint k_lk_n\left(\widehat{D}(\omega,k)\frac{\widehat{C}_{\psi b}}{\nu k^2-i\omega}-\frac{\widehat{C}_{\psi b}}{\nu_mk^2-i\omega}-\frac{ik_xc_1}{k^2(\nu k^2-i\omega)(\chi k^2-i\omega)}\widehat{D}(\omega,k)\widehat{C}_{\theta b}\right)d\vec{k}d\omega,$$

$$\eta_{ln}^{(3)}=\iint\frac{ik_lk_nk_xc_1}{k^2(\nu k^2-i\omega)(\chi k^2-i\omega)}\widehat{D}(\omega,k)\widehat{C}_{\psi b}d\vec{k}d\omega,$$

$$\chi_{ln}^{(1)} = \iint k_l k_n \left(\frac{\widehat{C}_{\psi\psi}}{\chi k^2 - i\omega} - \frac{k_x^2 c_1 c_3 \widehat{D}(\omega,k)\widehat{C}_{\psi\psi}}{k^2(\chi k^2 - i\omega)^2(\nu k^2 - i\omega)} + \frac{i k_x c_1 \widehat{D}(\omega,k)\widehat{C}_{\psi\theta}}{k^2(\nu k^2 - i\omega)(\chi k^2 - i\omega)} \right) d\vec{k} d\omega ,$$

$$\chi_{ln}^{(2)} = \iint k_l k_n \left\{ \widehat{D}(\omega,k) \left(\frac{i k_x c_3 \widehat{C}_{\psi\psi}}{(\nu k^2 - i\omega)(\chi k^2 - i\omega)} - \frac{\widehat{C}_{\psi\theta}}{\nu k^2 - i\omega} - \frac{i k_x c_1}{k^2(\nu k^2 - i\omega)(\chi k^2 - i\omega)} \widehat{C}_{\theta\theta} \right) - \frac{\widehat{C}_{\psi\theta}}{\chi k^2 - i\omega} \right\} d\vec{k} d\omega ,$$

$$\chi_{ln}^{(3)} = -\iint k_l k_n \widehat{D}(\omega,k) \left(\frac{i k_x c_2 c_3 \widehat{C}_{\psi b}}{k^2(\chi k^2 - i\omega)(\nu k^2 - i\omega)} + \frac{c_2 \widehat{C}_{b\theta}}{\nu k^2 - i\omega} \right) d\vec{k} d\omega .$$

При выводе уравнений (14)-(16) мы пренебрегли нелинейными членами для средних величин $(\overline{\psi}, \overline{\psi_B}, \Theta)$, поскольку в настоящей работе исследуется генерация крупномасштабных возмущений малой амплитуды (линейная теория) из-за эффектов отрицательной турбулентной диссипации. Если не учитывать тепловые процессы, то система уравнений (14)-(16) переходит к уже известному результату работы [14]. Как видно из выражений (17), тензорные коэффициенты турбулентного переноса зависят от спектральных свойств мелкомасштабной турбулентности. Следовательно, дальнейший анализ уравнений (14)-(16) возможен для конкретной модели турбулентности.

3. Крупномасштабная неустойчивость для спектра «одномодовой» турбулентности

В качестве упрощенной модели рассмотрим «одномодовую» турбулентность, которая является МГД аналогом стохастического течения Колмогорова [Там же]. Для такого течения, с учетом рассматриваемых здесь тепловых явлений, мелкомасштабные поля $\psi^{(0)}, \psi_B^{(0)}, \theta^{(0)}$ представим в следующем виде:

$$\psi^{(0)}(\vec{x}_0,t) = \widetilde{A}_1(t)\cos(\vec{k}_0\vec{x}_0 + \varphi) , \ \psi_B^{(0)}(\vec{x}_0,t) = \widetilde{A}_2(t)\cos(\vec{k}_0\vec{x}_0 + \varphi) , \theta^{(0)}(\vec{x}_0,t) = \widetilde{A}_3(t)\cos(\vec{k}_0\vec{x}_0 + \varphi) , \quad (18)$$

где $\widetilde{A}_{1,2,3}(t) = A_{1,2,3}\delta(t)$ – амплитуды стохастических полей, δ – функция Дирака, φ – случайная фаза, равномерно распределенная в интервале $[0;2\pi]$. Примем для простоты $\varphi = 0$, $\vec{k}_0 = \vec{e}_x k_0$, тогда спектры мелкомасштабных полей будут иметь вид:

$$\begin{gathered}\widehat{C}_{\psi\psi} = A_1^2\delta(\omega)[\delta(\vec{k}+\vec{k}_0) + \delta(\vec{k}-\vec{k}_0)], \widehat{C}_{bb} = A_2^2\delta(\omega)[\delta(\vec{k}+\vec{k}_0) + \delta(\vec{k}-\vec{k}_0)] ,\\ \widehat{C}_{\theta\theta} = A_3^2\delta(\omega)[\delta(\vec{k}+\vec{k}_0) + \delta(\vec{k}-\vec{k}_0)], \ \widehat{C}_{\psi b} = A_1A_2\delta(\omega)[\delta(\vec{k}+\vec{k}_0) + \delta(\vec{k}-\vec{k}_0)] ,\\ \widehat{C}_{\psi\theta} = A_1A_3\delta(\omega)[\delta(\vec{k}+\vec{k}_0) + \delta(\vec{k}-\vec{k}_0)] , \ \widehat{C}_{b\theta} = A_2A_3\delta(\omega)[\delta(\vec{k}+\vec{k}_0) + \delta(\vec{k}-\vec{k}_0)] .\end{gathered} \quad (19)$$

После подстановки выражений (19) в (17) и проведения несложных, но громоздких вычислений, получим уравнения для крупномасштабных полей:

$$\begin{gathered}\left(\frac{\partial}{\partial t} - \nu\Delta_s\right)\Delta_s\overline{\psi} = c_1\frac{\partial\Theta}{\partial X} - A_1A_3\frac{c_1k_0^2}{\nu\chi k_0^4 + c_1c_3}\frac{\partial^3\overline{\psi}}{\partial X\partial Z^2} + A_1^2c_1\frac{k_0^2}{\nu\chi k_0^4 + c_1c_3}\frac{\partial^3\Theta}{\partial X\partial Z^2} - \\ -\left(\frac{A_1^2}{2\nu}\frac{\chi\nu k_0^4}{(\nu\chi k_0^4 + c_1c_3)} - \frac{A_2^2}{2\nu_m}c_2\right)\frac{\partial^2\Delta_s\overline{\psi}}{\partial Z^2} + \frac{A_1A_2}{2\nu}c_2\left(\frac{\chi\nu k_0^4}{\nu\chi k_0^4 + c_1c_3} - \frac{\nu}{\nu_m}\right)\frac{\partial^2\Delta_s\overline{\psi_B}}{\partial Z^2} + \\ +\left(\frac{4A_1^2}{\nu}\left(\frac{(\chi\nu k_0^4)^2 - (1/2)c_1c_3\chi\nu k_0^4}{(\nu\chi k_0^4 + c_1c_3)^2}\right) - \frac{2A_2^2}{\nu_m}c_2\right)\frac{\partial^4\overline{\psi}}{\partial X^2\partial Z^2} - A_1A_2\left(\frac{4}{\nu}\left(\frac{\chi\nu k_0^4}{\nu\chi k_0^4 + c_1c_3}\right)^2 - \frac{2}{\nu_m}\right)\frac{\partial^4\overline{\psi_B}}{\partial X^2\partial Z^2} + , \\ +\frac{A_1^2}{\nu}\left(\frac{\chi\nu k_0^4}{\nu\chi k_0^4 + c_1c_3}\right)\left(\frac{2c_1c_3}{\chi\nu k_0^4 + c_1c_3}\right)\frac{\partial^4\overline{\psi}}{\partial X^2\partial Z^2} - \frac{A_1A_2}{\nu}c_2\left(\frac{\chi\nu k_0^4}{\nu\chi k_0^4 + c_1c_3}\right)\left(\frac{2c_1c_3}{\chi\nu k_0^4 + c_1c_3}\right)\frac{\partial^4\overline{\psi_B}}{\partial X^2\partial Z^2}\end{gathered} \quad (20)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - \nu_m\Delta_s\right)\overline{\psi_B} = \frac{A_1A_2}{2}\left(\frac{1}{\nu}\left(\frac{\chi\nu k_0^4}{\nu\chi k_0^4 + c_1c_3}\right) - \frac{1}{\nu_m}\right)\frac{\partial^2\overline{\psi}}{\partial Z^2} + \left(\frac{A_1^2}{2\nu_m} - \frac{A_2^2}{2\nu}\frac{c_2\chi\nu k_0^4}{(\nu\chi k_0^4 + c_1c_3)}\right)\frac{\partial^2\overline{\psi_B}}{\partial Z^2}, \quad (21)$$

$$\begin{gathered}\left(\frac{\partial}{\partial t} - \chi\Delta_s\right)\Theta = -c_3\frac{\partial\overline{\psi}}{\partial X} + \frac{A_1^2}{2\chi}\left(1 - \frac{c_1c_3}{\nu\chi k_0^4 + c_1c_3}\right)\frac{\partial^2\Theta}{\partial Z^2} - \frac{A_1A_3}{2}\left(\frac{1}{\chi} - \frac{\chi\nu k_0^4}{\nu(\nu\chi k_0^4 + c_1c_3)}\right)\frac{\partial^2\overline{\psi}}{\partial Z^2} - \\ -\frac{A_2A_3}{2\nu}\left(\frac{c_2\chi\nu k_0^4}{\nu\chi k_0^4 + c_1c_3}\right)\frac{\partial^2\overline{\psi_B}}{\partial Z^2} .\end{gathered} \quad (22)$$

Несмотря на то, что мы использовали простой вариант «одномодовой» турбулентности (18), уравнения (20)-(22) имеют достаточно сложный вид. Поэтому проведем анализ уравнений (20)-(22) для нескольких предельных случаев.

1. $A_2 = A_3 = 0$. В этом случае уравнение для среднего магнитного потенциала $\overline{\psi_B}$ отщепляется из самосогласованной системы уравнений (20)-(22):

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - \nu_m\Delta_s\right)\overline{\psi_B} = \frac{A_1^2}{2\nu_m}\frac{\partial^2\overline{\psi_B}}{\partial Z^2} .$$

Отсюда видно, что турбулентная магнитная диффузия $\nu_m^T = \frac{A_1^2}{2\nu_m}$ имеет положительный знак, и таким образом крупномасштабное магнитное поле не генерируется, а затухает с декрементом $\gamma = -(\nu_m + \nu_m^T)\mathrm{K}_z^2$.

Представим малые возмущения $\overline{\psi}$ и Θ в виде плоских волн: $(\overline{\psi},\Theta) \sim \exp(\gamma t + iK_x + iK_z)$, для которых дисперсионное уравнение принимает вид:

$$\left(\gamma + \nu K^2 - a_2K_z^2 + (a_3 + a_4)\frac{K_x^2K_z^2}{K^2}\right)\left(\gamma + \chi K^2 - a_5K_z^2\right) + \frac{K_x^2}{K^2}\left(c_1c_3 - a_1c_3K_z^2\right) = 0, \tag{23}$$

где введены новые обозначения: $a_1 = A_1^2\frac{c_1k_0^2}{\nu\chi k_0^4 + c_1c_3}$, $a_2 = \frac{A_1^2}{2\nu}\frac{\nu\chi k_0^4}{\nu\chi k_0^4 + c_1c_3}$, $K^2 = K_x^2 + K_z^2$,

$$a_3 = \frac{4A_1^2}{\nu}\left(\frac{(\nu\chi k_0^4)^2 - (1/2)c_1c_3\nu\chi k_0^4}{(\nu\chi k_0^4 + c_1c_3)^2}\right),\ a_4 = \frac{2A_1^2}{\nu}\frac{\nu\chi k_0^4c_1c_3}{(\nu\chi k_0^4 + c_1c_3)^2},\ a_5 = \frac{A_1^2}{2\chi}\left(\frac{c_1c_3}{\nu\chi k_0^4 + c_1c_3} - 1\right). \tag{24}$$

Уравнение (23) распадается на два дисперсионных уравнения при условии, что крупномасштабные волновые возмущения распространяются только в перпендикулярном направлении к мелкомасштабной волне «накачки» $\vec{k_0}$, т.е. при $K_x = 0$:

$$\gamma + \nu K^2 - a_2K_z^2 = 0,\ \gamma + \chi K^2 - a_5K_z^2 = 0. \tag{25}$$

Первое уравнение в (25) описывает эффект отрицательной (турбулентной) вязкости с коэффициентом $\nu^T = -a_2$, а второе уравнение – эффект отрицательной (турбулентной) теплопроводности с коэффициентом $\chi^T = -a_5$. Определим критерий развития крупномасштабной неустойчивости для первого уравнения (25), заключающийся в ограничении на амплитуду A_1:

$$A_1 > A_{1\min} = \nu\sqrt{2(1 + Ra)}. \tag{26}$$

Здесь $Ra = \frac{g\beta Al_0^4}{\nu\chi}$ – безразмерное число Рэлея на масштабе $l_0 \approx k_0^{-1}$. Для очень малых чисел Рэлея $Ra \ll 1$, критерий развития неустойчивости (26) совпадает с результатами работ [13; 14]. Напротив, с учетом конвективных явлений, при которых $Ra > 1$, получим новый результат:

$$A_1 > A_{1\min} = \nu\sqrt{2Ra}. \tag{27}$$

В конвективной среде ($Ra > 1$) для возникновения крупномасштабной неустойчивости необходимо, чтобы амплитуда волны «накачки» A_1 была в $\sqrt{Ra}$ раз больше, чем в однородной среде ($Ra = 0$). Таким образом при выполнении критерия (26) возможна генерация крупномасштабных вихревых движений с помощью эффекта отрицательной вязкости.

Второе уравнение в (25) описывает генерацию крупномасштабных возмущений температуры Θ из-за отрицательной турбулентной теплопроводности, если числа Рэлея $Ra \gg 1$ и существуют другие условия подогрева $Ra \to -Ra$ (подогрев снизу). В этом случае критерий возникновения неустойчивости определяется следующими ограничениями на амплитуду A_1:

$$A_1 > A_{1\min} = \chi\sqrt{2Ra}. \tag{28}$$

2. $A_1 = A_3 = 0$. В этом случае уравнение для крупномасштабного магнитного поля (магнитного потенциала $\overline{\psi_B}$), так же как и в предыдущем случае, отщепляется от самосогласованной системы уравнений (20)-(22) и имеет вид:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - \nu_m\Delta_s\right)\overline{\psi_B} = -\frac{A_2^2}{2\nu}\frac{c_2}{(1 + Ra)}\frac{\partial^2\overline{\psi_B}}{\partial Z^2}. \tag{29}$$

Отсюда мы видим появление отрицательной турбулентной магнитной вязкости. Считая, что $K_x = 0$, можем легко установить критерий развития неустойчивости:

$$A_2 > A_{2\min} = \sqrt{\frac{2\nu\nu_m(1 + Ra)}{c_2}}. \tag{30}$$

В пределе однородной электропроводной жидкости ($Ra = 0$) критерий (30) переходит в уже известный из работ [Там же]. Однако в конвективной электропроводной жидкости ситуация может измениться при $Ra \gg 1$ и $Ra \to -Ra$. Тогда коэффициент турбулентной магнитной вязкости становится положительным, и генерации крупномасштабного магнитного поля не возникает. Для крупномасштабных возмущений функции тока $\overline{\psi}$ (вихревого поля) и температуры Θ декременты соответственно равны:

$$\gamma = -\nu K_z^2 - \frac{A_2^2}{2\nu_m}c_2K_z^2,\ \gamma = -\chi K_z^2. \tag{31}$$

Таким образом, если мелкомасштабные пульсации скорости и температуры отсутствуют, то происходит затухание крупномасштабных возмущений вихревого поля на молекулярной и турбулентной вязкости, а крупномасштабной температуры – на теплопроводной диссипации. Крупномасштабное магнитное поле может генерироваться из-за эффекта отрицательной магнитной вязкости и в конвективной среде. Для этого минимальная амплитуда мелкомасштабного магнитного поля должна увеличиться в $\sqrt{1+Ra}$ раз.

4. Заключение

В настоящей работе в рамках двумерной МГД с учетом конвективных явлений исследовалась возможность генерации крупномасштабного вихревого поля, магнитного поля и температуры мелкомасштабной турбулентностью. Анализ проводился для случая «одномодовой» турбулентности, являющейся стохастическим аналогом течения Колмогорова. Найдены критерии развития крупномасштабных неустойчивостей для такого типа течения вследствие появления эффектов отрицательной вязкости, магнитной вязкости и теплопроводности. Следует ожидать, что эти эффекты могут проявляться и для произвольного вида спектра турбулентности при малых числах Рейнольдса аналогично тому, как это было показано в работах [14; 15]. В случае сильной турбулентности (большие числа Рейнольдса) «квазилинейное» приближение перестает быть корректным, поэтому для описания такой турбулентности можно использовать комбинированный метод Йошизавы-Крейчнана [3]. Впервые этот метод в описании эффекта отрицательной вязкости для теории сильной дрейфовой турбулентности был применен в работе [Там же]. Упомянутая выше проблема выходит за рамки рассмотренной здесь задачи и будет исследоваться в следующих работах.

Список литературы

1. **Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М.** Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука. 1972. 392 с.
2. **Краузе Ф., Рэдлер К.-Х.** Магнитная гидродинамика средних полей и теория динамо. М.: Мир, 1984. 314 с.
3. **Лахин В. П.** Неустойчивости и волны во вращающейся плазме и турбулентная генерация регулярных структур: дисс. … д. ф.-м. н. М.: НИЦ «Курчатовский институт», 2013. 257 с.
4. **Левина Г. В., Моисеев С. С.** Эффект отрицательной турбулентной теплопроводности и его роль в образовании крупномасштабных структур // Письма в Журнал технической физики. 1998. Т. 24. № 8. С. 67-75.
5. **Моисеев С. С., Оганян К. Р., Руткевич П. Б., Тур А. В., Хоменко Г. А., Яновский В. В.** Вихревое динамо в спиральной турбулентности // Интегрируемость и кинетические уравнения для солитонов: сборник научных трудов. Киев: Наук. думка, 1990. С. 280-382.
6. **Моффат Г.** Возбуждение магнитного поля в проводящей среде. М.: Мир, 1980. 343 с.
7. **Оганян К. Р., Тур А. В., Хоменко Г. А.** О влиянии турбулентности на устойчивость течения Колмогорова и эффекте отрицательной вязкости // Взаимодействие и самовоздействие волн в нелинейных средах: сб. статей: в 2-х ч. Душанбе: Дониш, 1988. Ч. II. С. 92-106.
8. **Петвиашвили В. И., Похотелов О. А.** Уединенные вихри в плазме и атмосфере. М.: Энергоатомиздат, 1989. 200 с.
9. **Решетняк М. Ю.** Волны Россби и каскадные явления // Физика Земли. 2012. № 9-10. С. 26-30.
10. **Соколов Д. Д., Степанов Р. А., Фрик П. Г.** Динамо на пути от астрофизических моделей к лабораторному эксперименту // Успехи физических наук. 2014. Т. 184. С. 318-335.
11. **Старр В. П.** Физика явлений с отрицательной вязкостью. М.: Мир, 1971. 130 с.
12. **Тур А. В., Яновский В. В.** Гидродинамические вихревые структуры. Харьков: НТК «Институт монокристаллов» НАН Украины, 2012. 294 с.
13. **Chechkin A. V.** Generation of Magnetic Fields in a 2D Magnetic Fluid in the Presence of Small-Scale Spatial-Periodic Perturbations // Украинский физический журнал. 1999. Т. 44. № 6. С. 712-717.
14. **Chechkin A. V.** Negative Magnetic Viscosity in Two Dimensions // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 1999. Т. 116. Вып. 4 (10). С. 1264-1286.
15. **Chechkin A. V., Kopp M. I., Yanovsky V. V., Tur A. V.** Negative Viscosity for Rossby Waves and Drift Wave Turbulence // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 1998. Т. 113. Вып. 2. С. 646-663.
16. **Chechkin A. V., Tur A. V., Yanovsky V. V.** Negative Viscosity and Generation of Dissipative Solitons and Zonal Dissipative Structures by Drift Waves // Physics of Fluids. 1992. Vol. 4. P. 3513-3523.
17. **Frisch U.** Turbulence: The Legacy of A. N. Kolmogorov. Cambridge: Cambridge University Press, 1995. 296 p.

GENERATION OF LARGE-SCALE FIELDS IN TWO-DIMENSIONAL CONVECTIVE ELECTRICITY-CONDUCTING MEDIUM BY FINE-SCALE TURBULENCE

Kopp Mikhail Iosifovich, Ph. D. in Physical-Mathematical Sciences
B. N. Karazin Kharkiv National University, Ukraine
michael.kopp@mail.ru

The article examines the stability of two-dimensional large-scale flow in the turbulent convective electricity-conducting medium. In quasi-linear approximation the paper shows that the interaction of fine-scale turbulence (of Kolmogorov type) with the basic (large-scale) flow results in negative viscosity, magnetic viscosity and thermal conductivity. The author identified generation criteria for large-scale turbulent field, magnetic field and temperature depending on typical turbulence levels and medium parameters.

Key words and phrases: fine-scale turbulence; large-scale instability; dispersion equation; convective flows; negative kinematic viscosity; magnetic viscosity; thermal conductivity.