

Вовк Светлана Павловна

ОПРЕДЕЛЕНИЕ α -УРОВНЯ ИГРОКОВ ДЛЯ ПОИСКА РАВНОВЕСНОГО РЕШЕНИЯ НЕЧЕТКОЙ ИГРЫ

В статье альтернативой задачи нечеткого линейного программирования выступает игра, в которой поиск равновесного решения ищется как пересечение четких отношений уровня игроков на соответствующих бинарных отношениях нестрогих порядков. Для рассматриваемого класса многокритериальных задач предпочтительно не свертывание оценок по отдельным признакам, а непосредственное рассмотрение единой оценки на основе агрегированных предпочтений игрока. Для учета системы предпочтений игрока разработана модель, позволяющая найти порог разделения зон с учетом оценок по ряду критериев.

Адрес статьи: www.gramota.net/materials/1/2015/6/7.html

Статья опубликована в авторской редакции и отражает точку зрения автора(ов) по рассматриваемому вопросу.

Источник

Альманах современной науки и образования

Тамбов: Грамота, 2015. № 6 (96). С. 38-42. ISSN 1993-5552.

Адрес журнала: www.gramota.net/editions/1.html

Содержание данного номера журнала: www.gramota.net/materials/1/2015/6/

© Издательство "Грамота"

Информация о возможности публикации статей в журнале размещена на Интернет сайте издательства: www.gramota.net

Вопросы, связанные с публикациями научных материалов, редакция просит направлять на адрес: almanac@gramota.net

NOTION AND CONTENT OF POLICY OF REGIONS INTERNATIONAL RELATIONS ADJUSTMENT

Vlasov Vladimir Gennadievich

Mykolaiv Institute of Law of National University "Odessa Law Academy"
vladimir_vlasov@hotmail.com

The article reveals the content of the policy of regions international relations adjustment, gives the definition of this notion. This policy direction becomes increasingly important nowadays due to the intensification of the international activity of subnational actors, which leads, on the one hand, to changes in the traditional system of international relations, and on the other hand, requires special adjustment by the authorities of national states. Apart from that, a brief characteristic of the main levels of the policy under study and its models is given.

Key words and phrases: international relations of regions; policy; political goals; adjustment; management.

УДК 519.8

Технические науки

В статье альтернативой задачи нечеткого линейного программирования выступает игра, в которой поиск равновесного решения ищется как пересечение четких отношений уровня игроков на соответствующих бинарных отношениях нестрогих порядков. Для рассматриваемого класса многокритериальных задач предпочтительно не свертывание оценок по отдельным признакам, а непосредственное рассмотрение единой оценки на основе агрегированных предпочтений игрока. Для учета системы предпочтений игрока разработана модель, позволяющая найти порог разделения зон с учетом оценок по ряду критериев.

Ключевые слова и фразы: доминирование в условиях ограниченной информации; степень разделения нечетких множеств; порог разделения классов; уровневые подмножества; нечеткая стратегия; нечетко недоминирующие альтернативы.

Вовк Светлана Павловна, к.т.н., доцент*Южный федеральный университет*

vovk61@list.ru

ОПРЕДЕЛЕНИЕ α -УРОВНЯ ИГРОКОВ ДЛЯ ПОИСКА РАВНОВЕСНОГО РЕШЕНИЯ НЕЧЕТКОЙ ИГРЫ[©]

Нечеткая игра может быть представлена как задача нечеткого линейного программирования. В этом случае имеют место нечеткая целевая функция и нечеткая система ограничений. Тогда для построения уровневых множеств применяются градации 0; 0,25; 0,5; 0,75; 1.

Однако существуют и другие игровые ситуации со следующими особенностями:

1) некоторые исходы представляют частично перекрывающиеся интервалы и поэтому невозможно все их линейно упорядочить;

2) вероятности случайных исходов не всегда можно точно описать даже лингвистическими переменными, чаще их можно только упорядочить по убыванию (или возрастанию) вероятности наступления этих исходов для рассматриваемого класса игрока I_2 . Поэтому при построении нечеткого множества лучших альтернатив будем считать, что принятие решения (ПР) всегда осуществляется в условиях ограниченной информации.

Названные игровые ситуации выступают альтернативой задачи нечеткого линейного программирования, когда равновесное решение игры ищется как пересечение четких отношений уровня игроков на соответствующих бинарных отношениях нестрогих порядков [4]. В последнем случае в литературе по нечетким играм не найден способ определения численного значения α -уровня игрока в условиях многокритериальности. При игровом характере взаимодействия сторон для выбора «лучшей» тактики не применимы широко известные процедуры свертки частных критериев в единый, используемые в моделях многокритериального выбора в нечетких условиях. Это вызвано особенностями многокритериальной задачи принятия решений, для которой характерно наличие множественности критериев, тактик, состояний внешней среды.

Результаты исследований говорят о том, что при лингвистическом подходе к многокритериальным задачам ПР для сужения множества Парето более оправдано не свертывание оценок по отдельным признакам, а непосредственное рассмотрение единой оценки на основе агрегированных предпочтений игрока. Поскольку учет нечеткости, возникающей из-за многих критериев, может быть произведен с использованием степени разделения возможностей, то для нахождения равновесного решения игры с учетом систем предпочтений игроков требуется исследование моделей, реализующих алгоритм определения уровня разделения нечетких множеств [3].

Исследование моделей, реализующих алгоритм определения уровня разделения нечетких множеств, показало, что наиболее подходящей моделью для определения порога разделения зон действия альтернатив на основе агрегированных предпочтений игрока является общая модель «разделения торговых зон» Й. Леунга.

Ее адаптация автором статьи для определения порога разделения зон тактик внесла элемент новизны в решение нечетких игр. Использование порога разделения зон тактик в качестве α -уровня позволило выполнить поиск равновесного решения игры с использованием важного элемента поведенческой модели ПР – желаемого уровня достижения цели игроком.

Рассмотрим ситуации, когда одной из сторон I_1 принадлежит инициатива в выборе правил взаимодействия, реализуя которую, она пытается добиться, чтобы противоборствующая сторона I_2 достигла необходимого количественного значения показателя, характеризующего ее способности по приобретению нужных качеств.

Способности к приобретению нужных качеств характеризуют некоторые внутренние способности функционирования системы: накапливать и перерабатывать информацию, принимать решения, не забывать информацию, использовать знания в дальнейших действиях.

Рассмотрим простейшую классификацию пассивного игрока по результативности: слабый, средний, сильный. При описании ситуаций ПР лингвистическая переменная «рейтинг» описывается тремя нечеткими множествами: терм «низкий» нечетким множеством \tilde{C}_1 , терм «средний» – \tilde{C}_2 , терм «высокий» – \tilde{C}_3 , каждое из которых можно представить с помощью соответствующих функций принадлежности μ_{C_i} . Функция принадлежности $\mu_{C_i}: \rightarrow [0,1]$ описывает, с какой степенью принадлежности пассивный игрок, имеющий конкретную оценку $\omega \in [0,1]$ за выполненную работу, может быть отнесен к классу \tilde{C}_i .

Возможности совпадения множеств \tilde{C}_1 и \tilde{C}_2 ($POSS(\tilde{C}_1 | \tilde{C}_2)$) или, что равнозначно, ($POSS(\tilde{C}_2 | \tilde{C}_1)$) и множеств \tilde{C}_2 и \tilde{C}_3 ($POSS(\tilde{C}_2 | \tilde{C}_3)$) определяются как высота разделения нечетких множеств $\tilde{C}_1 \cap \tilde{C}_2$ и $\tilde{C}_2 \cap \tilde{C}_3$. Степень разделения нечетких множеств определяется соответственно как $1 - \sup_{\omega} \mu_{C_1 \cap C_2}(\omega)$, $1 - \sup_{\omega} \mu_{C_2 \cap C_3}(\omega)$.

В линейной модели «разделения зон» Й. Леунга для определения перекрытия двух классов используется понятие «порог разделения» [Там же], который ограничен условием

$$\alpha < \max_{\omega} \min\{\mu_{C_1}(\omega), \mu_{C_2}(\omega)\} = \sup_{\omega} \mu_{C_1 \cap C_2}(\omega).$$

Для выбранного порога α зона оценок, соответствующих классу игрока $\tilde{C}_i, i=1,2$, определяется нечетким подмножеством уровня α . Общее правило выбора порога α состоит в том [Там же], чтобы выбрать наибольшее возможное значение α , меньшее $\max_{\omega} \min\{\mu_{C_1}(\omega), \mu_{C_2}(\omega)\}$:

$$Z_i = \{\omega | \mu_{C_i}(\omega) \geq \max_{\omega} \min\{\mu_{C_1}(\omega), \mu_{C_2}(\omega)\}\}, \quad \omega \in Z_i.$$

Для случая более двух классов при агрегировании нечетких множеств используется операция минимума, т.е. ищутся пороги разделения отдельных классов $\tilde{C}_1 \cap \tilde{C}_2, \tilde{C}_1 \cap \tilde{C}_3, \tilde{C}_2 \cap \tilde{C}_3, \dots, \tilde{C}_{k-1} \cap \tilde{C}_k$.

В силу теоремы об отделимости $h < \min_{i,j} \max_{\omega} \min\{\mu_{C_i}(\omega), \mu_{C_j}(\omega)\}$.

При этом зоны оценок различных классов игроков будут нечеткими уровневными подмножествами.

$$Z_i = \{\omega | \mu_{C_i}(\omega) \geq \min_{i,j} \max_{\omega} \min\{\mu_{C_i}(\omega), \mu_{C_j}(\omega)\}\}, \quad \omega \in Z_i.$$

Для учета системы предпочтений игрока требуется модель, позволяющая найти порог разделения зон с учетом оценок по ряду критериев.

Выделить M_i торговых зон для n типов покупателей среди m конкурирующих фирм с учетом степени важности p признаков, которые покупатели используют при принятии решения о поездке в фирмы, торгующие одним и тем же товаром, позволяет общая модель «разделения торговой зоны» Й. Леунга [Там же].

При соответствующей интерпретации она может быть применена для определения порога разделения зон альтернатив, начиная с которого альтернативы по своей предпочтительности становятся различимыми для игрока. Перекрытие зон появляется тогда, когда альтернативы сходны по своей привлекательности при разных состояниях внешней среды.

Формализуем процесс определения α -уровня для игроков I_1, I_2 на основе порога разделения зон альтернатив.

Ситуация ПР по выбору альтернативы для I_1 описывается следующим образом. Состояние I_2 в t_j описывается $S_s^{(t_j)} = \{s_{1j}, \dots, s_{k,j}, \dots, s_{klj}\}$, признак «значение показатель качества» которых задается множеством нечетких интервалов $C = \{c_{1j}, \dots, c_{kj}, \dots, c_{klj}\}$. Пусть существует множество тактик обучения $A_{ks}^{(t_j)} = \{a_1, \dots, a_m, \dots, a_{m1}\}$ и множество критериев $L_{ks}^{(t_j)} = \{l_1, \dots, l_p, \dots, l_{p1}\}$, которые с точки зрения 1-го игрока необходимо учитывать при определении предпочтительности каждой из тактик игрока.

Степень важности критерия l для субъекта класса k с точки зрения предпочтений конкретного игрока I_1 зададим с помощью отображения $\mu_{kl}: K \times L^l \rightarrow [0,1]$.

Степень совместимости тактики a с критерием l зададим с помощью $\mu_{la}^l: L^l \times A^l \rightarrow [0,1]$. Построим отображение $\mu_{ka}^l: K \times A^l \rightarrow [0,1]$, отражающее степень важности тактики a для представителя класса k .

Эти отношения в матричной форме описываются соответственно матрицами $|KL^1|_{r \times p1}$, $|L^1A^1|_{p1 \times m1}$. Представим отображение μ_{ka} в матричной форме для $|Q_M^1|_{r \times m1}$, элементы которого определяются функцией принадлежности

$$\mu_{q_m^1} = \frac{\sum_l \mu_{kl^1}(k, l) \cdot \mu_{l^1 a^1}(l, a_m)}{\sum_l \mu_{kl^1}(k, l)}, \quad (1)$$

где $\mu_{l^1 a^1}(l, a_m)$ – степень совместности тактики a_m с критерием l ;

$\mu_{kl^1}(k, l)$ – степень важности для представителя класса k пассивного игрока критерия l с точки зрения рассматриваемого в игре класса I_1 .

Все пересечения представляют матрицу $Q \cap_M^1$:

$$\begin{vmatrix} \mu_{Q_{M_1}}(k_1, a_1) \cap \mu_{Q_{M_2}}(k_1, a_2) & \mu_{Q_{M_2}}(k_1, a_2) \cap \mu_{Q_{M_3}}(k_1, a_3) & \dots & \mu_{Q_{M_{m-1}}}(k_1, a_{m-1}) \cap \mu_{Q_{M_m}}(k_1, a_m) \\ \mu_{Q_{M_1}}(k_2, a_1) \cap \mu_{Q_{M_2}}(k_2, a_2) & \mu_{Q_{M_2}}(k_2, a_2) \cap \mu_{Q_{M_3}}(k_2, a_3) & \dots & \mu_{Q_{M_{m-1}}}(k_2, a_{m-1}) \cap \mu_{Q_{M_m}}(k_2, a_m) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mu_{Q_{M_1}}(k_r, a_1) \cap \mu_{Q_{M_2}}(k_r, a_2) & \mu_{Q_{M_2}}(k_r, a_2) \cap \mu_{Q_{M_3}}(k_r, a_3) & \dots & \mu_{Q_{M_{m-1}}}(k_r, a_{m-1}) \cap \mu_{Q_{M_m}}(k_r, a_m) \end{vmatrix}.$$

Поскольку все элементы матриц $|Q_M^1|_{r \times m1}$, $|Q \cap_M^1|_{k \times l}$ выпуклы [Там же], то допущение о выпуклости предполагает монотонное увеличение степени предпочтения.

Построив парное пересечение агрегированных предпочтений тактик игрока, воспользуемся понятием «порог разделения зон» [Там же] для определения желаемого уровня α^1 достижения цели:

$$\alpha^1 \leq \min_{mm'} \max_k \min \left\{ \mu_{q_m^1}(k, a_m), \mu_{q_m^1}(c, a_m) \right\}, \quad (2)$$

где $\mu_{q_m^1}(k, a_m), \mu_{q_m^1}(c, a_m)$ – агрегированные предпочтения рассматриваемого в игре класса I_1 относительно тактик $a_m, a_{m'} \in A^{1(t_1)}$ для представителей класса k игрока I_2 .

Зону тактики a_m обозначим $Z_m, i=1, \dots, m1$. В зону тактики Z_i попадают представители тех классов k , для которых агрегированные предпочтения I_1 относительно тактики a_m не меньше порога разделения зон (2). После того как в матрице агрегированных предпочтений Q выбран порог α^1 , зона тактики Z_i описывается уровнем множеством

$$Z_m^1 = \left\{ k \mid \mu_{q_m^1} \geq \min_{mm'} \max_k \min \left\{ \mu_{q_m^1}(k, a_m), \mu_{q_m^1}(c, a_m) \right\} \right\}.$$

Та же ситуация взаимодействия с точки зрения игрока I_2 характеризуется наличием следующих множеств [2]: $X = \{x_1, \dots, x_k, \dots, x_{k2}\}$ – множество последовательностей работ, имеющих у I_1 , различающихся по составу и порядку усложнения работ. x_k описывается совокупностью лингвистических переменных. I_2 при выборе тактики из множества $A^{2(t_2)} = \{a_1, \dots, a_m, \dots, a_{m2}\}$ оценивает работы $x \in X$ с помощью множества критериев $L^{2(t_2)} = \{l_1, \dots, l_p, \dots, l_{p2}\}$. Определим агрегированные предпочтения I_2 с помощью функции принадлежности матрицы Q_{kz}^2 :

$$\mu_{q_m^2} = \frac{\sum_l \mu_{xl^2}(c, l) \cdot \mu_{l^2 a^2}(l, a_m)}{\sum_l \mu_{xl^2}(c, l)}, \quad (3)$$

где $\mu_{l^2 a^2}(l, a_m) \in A^{2(t_2)}$ – степень совместности тактики $a_m \in A^{2(t_2)}$ с критерием l ;

$\mu_{xl^2}(x, l)$ – степень важности для последовательности работ x , представляющих набор работ с разными уровнями сложности, критерия l с точки зрения рассматриваемого класса I_2 .

Желаемый уровень достижения цели I_2 определяется аналогично с использованием матрицы Q_{kz}^2 :

$$\alpha^2 \leq \min_{mm'} \max_x \min \left\{ \mu_{q_m^2}(x, a_m), \mu_{q_m^2}(c, a_m) \right\}, \quad (4)$$

где $\mu_{q_m^2}(x, a_m), \mu_{q_m^2}(c, a_m)$ – агрегированные предпочтения I_1 относительно тактик $a_m, a_{m'} \in A^{2(t_2)}$ для классов I_2 .

Зону тактики a_m обозначим $Z_m, i=1, \dots, m2$.

$$Z_m^2 = \left\{ x \mid \mu_{q_m^2} \geq \min_{mm'} \max_x \min \left\{ \mu_{q_m^2}(x, a_m), \mu_{q_m^2}(c, a_m) \right\} \right\}. \quad (5)$$

Определенные с помощью (2) и (5) желаемые уровни достижения промежуточной цели игроками позволяют на бинарных отношениях нестрогого предпочтения игроков [1] построить соответствующие четкие отношения R_α^1 и R_α^2 с помощью (1).

Четкое отношение R_α выделяет на Ω область $\Omega_{нар}$ удовлетворительных исходов. Стратегии игроков, соответствующие $\omega(a_1, a_2) \in \Omega_{нар}$, представляют эффективные решения игроков.

$\Omega_{нар}$ служит основой для поиска игроком I_1 единственной тактики, отвечающей требованию достижимости промежуточной цели для представителей рассматриваемого класса I_1 . Эффективные решения игроков находятся с использованием алгоритма определения максимизирующего решения [2].

В качестве примера рассмотрим ситуацию закрепления практических навыков. Для выработки этих навыков применяются следующие наиболее часто применяемые методы обучения: x_1 – рассказ преподавателя, x_2 – проблемное представление материала, x_3 – эвристический подход, x_4 – решение типовой задачи по алгоритму.

Среди факторов, характеризующих обучаемость, выделены 4 наиболее важные: d_1 – эрудиция, d_2 – способность к усвоению требующихся ЗУН, d_3 – внимание, d_4 – преобладающий тип мышления.

В результате стартового контроля, тестирования и текстового опроса выявлено, что в рассматриваемой группе имеются классы студентов, представленные в Табл. 1.

Таблица 1

Класс	Темп усвоения ЗУН	Темп продвижения в обучении	Темп прироста результатов	Класс	Темп усвоения ЗУН	Темп продвижения в обучении	Темп прироста результатов
c_1	средний	высокий	высокий	c_7	высокий	средний	высокий
c_2	низкий	высокий	высокий	c_8	высокий	высокий	средний
c_3	низкий	средний	высокий	c_9	средний	высокий	средний
c_4	низкий	высокий	средний	c_{10}	высокий	высокий	высокий
c_5	средний	низкий	средний	c_{11}	высокий	низкий	средний
c_6	средний	средний	высокий	c_{12}	низкий	средний	средний

Степени важности характеристик представлены матрицей $/CD/_{11 \times 4}$.

1	1	0	0
0	1	0	0
0	0	1	0
0	0	0	1
1	1	1	1
0,8	0,4	0,5	0,9
0,7	0,3	0,4	0,8
0,5	0,8	0,8	0,2
0,5	0,5	0,5	0,5
0,6	0,7	0,8	0,5
0,1	0,1	0,1	0,1
0	0	1	1

Степени совместимости метода с характеристикой зададим в виде матрицы $/D^1X/_{4 \times 4}$.

0,9	0,1	0,5	0,7
0,5	0,9	0,6	0,6
0,4	0,9	0,5	0,4
0,8	0,1	0,5	0,6

Агрегированные предпочтения педагога, рассчитанные согласно (3), представлены в виде матрицы $/Q_M^1/_{11 \times 4}$.

0,9	0,1	0,5	0,7
0,5	0,9	0,6	0,6
0,4	0,9	0,5	0,4
0,8	0,1	0,5	0,6
0,65	0,5	0,525	0,575
0,708	0,377	0,515	0,592
0,718	0,355	0,514	0,595
0,578	0,657	0,535	0,552
0,65	0,5	0,525	0,575
0,619	0,562	0,527	0,562
0,65	0,5	0,525	0,575
0,6	0,5	0,5	0,5

Вспомогательная матрица с пересечениями представлена в виде матрицы $|Q \cap_M^1|_{11 \times 6}$.

0,1	0,5	0,7	0,1	0,1	0,5
0,5	0,5	0,5	0,6	0,6	0,6
0,4	0,4	0,4	0,5	0,4	0,4
0,1	0,5	0,6	0,1	0,1	0,5
0,5	0,525	0,575	0,5	0,5	0,525
0,377	0,515	0,592	0,377	0,377	0,515
0,355	0,514	0,595	0,355	0,355	0,514
0,578	0,535	0,552	0,535	0,552	0,535
0,5	0,525	0,575	0,5	0,5	0,525
0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5

Опираясь на информацию в матрице $|Q \cap_M^1|_{11 \times 6}$, имеем:

$$\max \min \{ \mu_{Q_{M_1}^1}(c, a_1), \mu_{Q_{M_2}^1}(c, a_2) \} = 0,578$$

$$\max \min \{ \mu_{Q_{M_1}^1}(c, a_1), \mu_{Q_{M_3}^1}(c, a_3) \} = 0,535$$

$$\max \min \{ \mu_{Q_{M_1}^1}(c, a_1), \mu_{Q_{M_4}^1}(c, a_4) \} = 0,7$$

$$\max \min \{ \mu_{Q_{M_2}^1}(c, a_2), \mu_{Q_{M_3}^1}(c, a_3) \} = 0,6$$

$$\max \min \{ \mu_{Q_{M_2}^1}(c, a_2), \mu_{Q_{M_4}^1}(c, a_4) \} = 0,6$$

$$\max \min \{ \mu_{Q_{M_3}^1}(c, a_3), \mu_{Q_{M_4}^1}(c, a_4) \} = 0,6$$

0,535 – минимальная из подсчитанных величин. Из $|Q_M^1|_{k \times m1}$ выбирается для α наибольшее возможное значение, которое было бы меньше 0,535. Получаем $\alpha = 0,527$. Принимая это значение в качестве порога различения, определяем следующие зоны методов:

$$Z_1^1 = \{c_1, c_4, c_5, c_7, c_8, c_9, c_{10}, c_{11}, c_{12}\}$$

$$Z_2^1 = \{c_2, c_3, c_8, c_{10}\}$$

$$Z_3^1 = \{c_2, c_8, c_9\}$$

$$Z_4^1 = \{c_1, c_2, c_4, c_5, c_6, c_7, c_8, c_9, c_{10}, c_{11}\}$$

Таким образом, если в группе по численности преобладают классы c_5 и c_9 , то в качестве методов закрепления материала в рассматриваемой ситуации обучения следует выбрать либо x_1 , либо x_4 .

Перекрытие зон появляется всякий раз, когда методы схожи или эквиваленты по взвешенной степени предпочтения для разных классов субъектов.

Список литературы

1. **Вовк С. П.** Игра двух лиц с нечеткими стратегиями и предпочтениями // Альманах современной науки и образования. Тамбов: Грамота, 2014. № 7 (85). С. 47-49.
2. **Вовк С. П.** Ситуационное управление и нечеткие игры в моделировании организационных систем: монография. Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2002. 96 с.
3. **Леунг Й.** Разделение на торговые зоны в нечетких условиях // Теория возможностей и ее применение. М.: Наука, 1992.
4. **Ragade R. K.** Fuzzy Games in the Analysis of Options // Journal of Cybernetics. 1976. Vol. 6. P. 213-221.

DETERMINATION OF α -LEVEL OF PLAYERS FOR SEARCH OF EQUILIBRIUM SOLUTION OF FUZZY GAMES

Vovk Svetlana Pavlovna, Ph. D. in Technical Sciences, Associate Professor
Southern Federal University
vovk61@list.ru

Game serves as an alternative to the problem of fuzzy linear programming, in which search for equilibrium solution is sought as the intersection of clear relations at the level of players at the corresponding binary relations of total ordering. For the class of multi-criterion problems not the reduction of assessments according to individual grounds is preferable, but the direct consideration of integrated assessment on the basis of the aggregated preferences of the player. To take into account the preferences of the player a model is developed that allows finding the threshold of zones separation subject to assessments according to a number of criteria.

Key words and phrases: dominance in conditions of limited information; degree of separation of fuzzy sets; threshold of classes separation; leveled subsets; fuzzy strategy; fuzzy non-dominant alternatives.