В статье рассмотрена задача построения иерархической организации системы в нечеткой информационной среде. С использованием нечетких моделей выполнены расчеты, позволяющие определить оптимальную организацию системы в зависимости от объема данных и величины ошибки. Показано, что при большом объеме информации в условиях неопределенности многозначное представление является более эффективным, чем двузначное. Использование при расчетах представления информации в виде нечетких градаций позволяет получить универсальные оценки, не зависящие от числового контекста, а также значительно уменьшить трудоемкость анализа и вычислений.

NATIVE LAND IN CREATIVE HISTORY

Pirozhkova Irina Gennad'evna, Ph. D. in History, Ph. D. in Law, Associate Professor
Pirozhkov Gennadii Petrovich, Ph. D. in History, Doctor in Culturology, Professor
Tambov State Technical University
0_1_23456789@list.ru; gpptmb48@rambler.ru

The article states that recollections about small motherland have beneficial effect on the creative work of an artist; connections with native land refine the personality of a creator, who experiences the impact of natural landscape that surrounded him/her from his/her childhood, local cultural traditions and human relations during all his/her life. The study of the connections of cultural figures with native land details their creative history. Native land and everything connected with it take a special place in the biography of any master. A number of measures are suggested to bring up respect for creative heritage and the artefacts of the past.

Key words and phrases: culturology and regional studies; small motherland; creativity; creative history.

УДК 519.8
Физико-математические науки

В статье рассмотрена задача построения иерархической организации системы в нечеткой информационной среде. С использованием нечетких моделей выполнены расчеты, позволяющие определить оптимальную организацию системы в зависимости от объема данных и величины ошибки. Показано, что при большом объеме информации в условиях неопределенности многозначное представление является более эффективным, чем двузначное. Использование при расчетах представления информации в виде нечетких градаций позволяет получить универсальные оценки, не зависящие от числового контекста, а также значительно уменьшить трудоемкость анализа и вычислений.

Ключевые слова и фразы: иерархическая организация; эффективность; устойчивость и качество функционирования системы; нечеткие модели; многозначное представление; двузначное представление.

Романов Вадим Николаевич, д.т.н., профессор
г. Санкт-Петербург
vromanvpi@mail.ru

ПРИМЕНЕНИЕ НЕЧЕТКИХ МОДЕЛЕЙ ПРИ ПОСТРОЕНИИ ИЕРАРХИЧЕСКОЙ ОРГАНИЗАЦИИ СИСТЕМ©

Одной из важных задач для больших систем является построение иерархической организации, от которой зависят поведение, устойчивость и эффективность функционирования системы [1, с. 187; 2, с. 223; 5, с. 140]. Целью статьи является исследование применимости нечетких моделей при построении иерархической организации и оценке ее эффективности. Пусть дана цель z, достижение которой описывается критериями K_j, представленными в виде нечетких градаций. Информация о цели, условиях и ограничениях зачастую является неопределенной и содержит ошибки. Для достижения цели проектируется система S из N элементов с иерархической организацией. Можно считать для простоты, что каждый элемент соответствует одному из критериев K_j, что не является ограничением общности. Система разбивается на k функциональных подсистем с числом элементов n в каждой, так что $N = kn$. Требуется определить соотношение между числом функциональных подсистем и числом элементов в каждой подсистеме. Если система не разделена на подсистемы, то, очевидно, возрастает влияние ошибки обработки (сбоя) информации (внутригрупповая ошибка). Если система разделена на большое число подсистем, то возрастает влияние ошибки рассогласования (межгрупповая ошибка). Пусть p – возможность ошибки отдельного элемента при достижении цели в группе из n элементов. Назовем ее ошибкой первого типа. Величина p представлена нечеткими градациями в диапазоне [ОН, ОВ] (см. примечание к Табл. 1). Возможность безошибочной работы в группе составляет $\bar{p}^n$, где $\bar{p}$ – градация, противоположная p. Значение $\bar{p}$ определяется как противоположное значению p, например, если p = ОН, то $\bar{p} = \text{ОВ}$, если p = Н, то $\bar{p}$ = В и т.д. [3, с. 6]. Обозначим q – возможность ошибки рассогласования результатов между двумя группами при достижении цели, представленная нечеткой градацией. Назовем ее ошибкой второго типа. Тогда возможность согласования результатов, полученных в отдельных группах, составит $\bar{q}^{k-1} = \bar{q}^{N/n-1}$ ($k = N/n$). Таким образом, необходимое число подсистем зависит от соотношения внутригрупповой и межгрупповой ошибок. Из приведенных выражений видно, что ошибка первого типа растет с n, а ошибка второго типа убывает с ростом n. В частности, при $n = N$ первая ошибка максимальна, а при $k = N$ максимальна вторая ошибка. С ошибкой первого типа, как правило, связаны прямые потери (прямой риск) при достижении цели, а с ошибкой второго типа – косвенные потери (косвенный риск). Наилучшее соотношение между n и k определяется по критерию минимакса, т.е. минимумом максимальных потерь. Результаты расчетов приведены в Табл. 1.

Таблица 1.

Зависимость потерь от соотношения *n*/*k*

Соотношение *n/k (nk = N)*	Потери (издержки)		Максимальные потери
	Из-за ошибки первого типа	Из-за ошибки второго типа	
ОН	ОН	ОВ	ОВ
Н	Н	В	В
С	С	С	С
В	В	Н	В
ОВ	ОВ	ОН	ОВ

Примечание. ОН – очень низкое значение; Н – низкое; С – среднее; В – высокое; ОВ – очень высокое.

Из Табл. 1 следует, что наилучшее соотношение n/k соответствует минимальному значению максимальных затрат. Значения n/k зависят от величины N, которая может быть представлена в виде нечетких градаций или в числовой форме, что зависит от предметной области. Рассмотрим задачу в общем виде, когда N задается в виде нечетких градаций. Положим $N = l$, $n = m$, где l, m – нечеткие градации, которые независимо принимают значения ОН, Н, С,…, ОВ в интервале [ОН, ОВ]. Тогда $k = l/m$, а $n/k = m^2/l$. Результаты расчета отношения n/k в зависимости от N и n приведены в Табл. 2. Чтобы лучше понять результаты Табл. 2, следует иметь в виду, что величина N и пара величин n и k находятся на разных уровнях иерархии. Значения в ячейках Табл. 2 не привязаны к числовому контексту и отражают лишь относительный масштаб величин, в частности, числовые значения градаций величины n с одним и тем же обозначением различны для разных N. Значения величины k зависят не от абсолютных значений N и n, а только от отношения N/n, так как n, в нашем случае, изменяется линейно с N.

Таблица 2.

Зависимость *n*/*k* от *N* и *n*

n	*N*				
	ОН	**Н**	**С**	**В**	**ОВ**
ОН	ОН	ОН/3	ОН/5	ОН/7	ОН/9
ОН-Н	Н-С	2/3(ОН-Н)	2/5(ОН-Н)	2/7(ОН-Н)	2/9(ОН-Н)
Н	ОВ	Н	3/5Н	3/7Н	3/9Н
Н-С	4(Н-С)	4/3(Н-С)	4/5(Н-С)	4/7(Н-С)	4/9(Н-С)
С	5С	5/3С	С	5/7С	5/9С
С-В	6(С-В)	2(С-В)	6/5(С-В)	6/7(С-В)	6/9(С-В)
В	7В	7/3В	7/5В	В	7/9В
В-ОВ	8(В-ОВ)	8/3(В-ОВ)	8/5(В-ОВ)	8/7(В-ОВ)	8/9(В-ОВ)
ОВ	9ОВ	3ОВ	9/5ОВ	9/7ОВ	ОВ

Примечание. Выражения в ячейках таблицы являются символьной (формальной) записью, отражающей взаимные пропорции величин n/k при разных N и n. Например, запись ОН/3 в ячейке первой строки второго столбца означает, что значение n/k при N = Н и n = ОН нужно разделить на 3, чтобы получить значение n/k при той же градации n и N = ОН, т.е. оно в три раза больше; запись ОВ в ячейке третьей строки первого столбца означает, что значение n/k при N = ОН и n = Н в 9 раз больше, чем значение n/k при той же градации N и n = ОН; (ОН-Н) – между очень низким и низким значениями; (Н-С) – между низким и средним и т.д.

В Табл. 2 значения элементов в первой строке относятся к значениям соответственных элементов второй и последующих строк как квадраты натуральных чисел, т.е. как 1:4:9:16:25:36:49:64:81. Например, значения первой строки относятся к значениям второй строки как 1 к 4 ((Н-С)/ОН) и т.д. Это отношение является постоянным для всех соответственных элементов строки. Аналогично значения первого столбца относятся к соответственным значениям второго и последующих столбцов как нечетные числа 1:3:5:7:9. В столбцах для упрощения показаны только основные градации; если учесть и промежуточные градации, то в отношениях появляются четные числа, т.е. имеем 1:2:3:4:5:6:7:8:9. Например, значения первого столбца относятся к значениям второго столбца как 1: 3(Н/ОН = ОН/(ОН/3)). Здесь следует иметь в виду, что с увеличением N пропорционально возрастает n, так что делить нужно большее число на меньшее, поскольку, хотя градации в ячейках и обозначены одинаково, они имеют разное числовое значение. С помощью данных Табл. 2 можно легко определить значения n/k при любых N и n для произвольных уровней иерархии. Рассмотрим несколько примеров.

Пример 1. Предположим, что N изменяется от ОН до ОВ, а градация n постоянна. Тогда, если n = ОН, то решения, т.е. значения n/k, для разных N даются элементами первой строки и относятся друг к другу как 1:3:5:7:9; если n = (Н-ОН), то решения для разных N даются элементами второй строки, причем их взаимные отношения те же, что и выше; если n = Н, то элементами третьей строки и т.д. Пусть для определенности N изменяется от ОН = 100 до ОВ = 900 (выбор числовых значений произволен и зависит от предметной области) и n = ОН. Тогда, если N = 100, то градация ОН величины n равна 10. Масштаб равен 10 (10/1), значение k = 100/10 =

1/0,1 = 10, поэтому n/k =1(0,1·10). Если N = 300, то градация ОН для n равна 30, и мы имеем n/k =3, значение k = 100/30 = 1/0,3 = 10/3. При N = 500 градация ОН для n равна 50, тогда n/k =5, k = 100/50 = 1/0,5 = 2. При N = 700 градация ОН для n равна 70, и мы имеем n/k =7, k = 100/70 = 1/0,7 = 10/7. Наконец, при N = 900 градация ОН для n равна 90, тогда n/k =9, k = 100/90 = 1/0,9 = 10/9 (в окончательном виде значения k нужно округлить до ближайшего целого). Видно, что решения, т.е. значения n/k , когда N изменяется, а градация n = ОН, даются элементами первой строки и могут быть получены из элемента первой ячейки этой строки умножением значения n/k =1 на 3, 5, 7, 9 соответственно (промежуточные градации величины N опущены).

Пример 2. Предположим, что градация N постоянна, а n изменяется от ОН до ОВ. Тогда, если N = ОН, то решения, т.е. значения n/k, для разных n даются элементами первого столбца и относятся друг к другу как 1:4:9:16:25: … :81; если N = Н, то решения даются элементами второго столбца, причем взаимные отношения остаются такими же; если N = С, то элементами третьего столбца и т.д. Пусть для определенности N = ОН =1000 (выбор числового значения произволен и зависит от предметной области), тогда градации для n равны ОН = 100, Н =300, С = 500, В = 700, ОВ = 900. Приведем результаты только для основных градаций. Для градации ОН = 100 масштаб равен 100/1 = 100, и мы получаем n/k = 10 (0,1·100), значение k остается тем же самым k = 1/0,1 = 10, что и в первом примере. Для градации Н = 300 имеем n/k =10·9 = 90, так как ОВ/ОН = 9 и k = 1/0,3 = 10/3. Для градации С = 500 получаем n/k = 10·25 = 250, так как 5С/ОН = 25, и k = 1/0,5 = 2. Для градации В = 700 имеем n/k = 10·49 = 490, так как 7В/ОН = 49, а k = 1/0,7 = 10/7. Наконец, для градации ОВ = 900: n/k = 10·81 = 810, так как 9ОВ/ОН = 81, а k = 1/0,9 = 10/9. Видно, что при N = ОН решения, т.е. значения n/k, для разных n даются элементами первого столбца и могут быть получены из элемента первой ячейки этого столбца умножением значения n/k =10 на 9, 25, 49 и 81 соответственно (промежуточные градации величины n опущены).

Пример 3. Предположим, что нужно провести декомпозицию уровня n = 100 из предыдущего примера. Положим n = N =100. Решение немедленно получается из решения для N = 1000 умножением на масштабирующий множитель 100/1000 = 1/10. Имеем для n = ОН = 10: n/k = 1; для n = Н =30: n/k = 9; для n = С =50: n/k = 25; для n = В =70: n/k = 49; для n = ОВ =90: n/k = 81. Если нужно провести декомпозицию для n = 300, то полагаем n = N =300, и решение получается из решения для n = 100 умножением на множитель 3, так как именно во столько раз различаются значения во втором и в первом столбцах. Получаем для n = ОН = 30: n/k = 1·3 = 3; n = Н = 90: n/k = 9·3 = 27; для n = С =150: n/k = 25·3 = 75; для n = В =210: n/k = 49·3 = 147; для n = ОВ = 270: n/k = 81·3 = 243. Этот же результат можно получить из решения для N = 1000 умножением на масштабирующий коэффициент 300/1000 = 3/10. Аналогично выполняются расчеты и для других числовых значений. Из примеров видно, что оптимальному решению соответствует значение k = 2, т.е. разбиение исходного множества на два подмножества.

С рассмотренным вопросом тесно связано определение эффективности системы. Н. Винер в своей замечательной книге «Кибернетика» [1, с. 187] выполнил оценку стоимости хранения числовой информации в ЭВМ при условии заданной точности записи и сделал вывод, что наиболее эффективным в указанном смысле является двоичное представление. Минимальная стоимость составляет $C_2 = cN$ и достигается при значении I/N = 1, где I – количество информации в битах, N – число шкал, каждая из которых разделена на две части, стоимость единицы информации c считается константой. Обобщим этот подход для любой системы, перерабатывающей нечеткую информацию. Имеется система, обрабатывающая информацию, представленную в нечеткой форме, например, в виде нечетких градаций в диапазоне [ОН, ОВ], где ОН – очень низкое значение, ОВ – очень высокое. В этом случае каждая из N шкал разделена на k частей, где k = 5 для основной шкалы или k = 9 для расширенной шкалы. Используя схему расчетов из упомянутой работы Н. Винера с соответствующими изменениями, получаем, что минимальная стоимость равна $C_k = cN(k\text{-}1)$. Будем для простоты считать, что стоимость единицы информации c является в определенных пределах константой, хотя она и может зависеть от количества информации. Таким образом, выигрыш по стоимости в случае двоичного представления составляет $C_2/C_k = k–1$. Например, при сравнении стоимости записи информации в двоичной и десятичной шкалах представление в битах является в 9 раз более эффективным, чем в хартли. При этом молчаливо предполагается, что система устойчива, работает по известному (заданному) алгоритму при отсутствии неопределенности, внешних и внутренних помех, вызывающих искажения, сбои и прерывания в записи, т.е. нарушающих стабильность работы системы. Если это не так, и для нас важно поддерживать равновесие со средой, то акцент смещается от повышения эффективности за счет уменьшения стоимости к обеспечению устойчивости (адаптивности, живучести) системы. Проведем соответствующие расчеты. Пусть N – объем информации, необходимой для решения некоторой задачи, характеризующий ее сложность, представленной в виде нечетких градаций основной шкалы: ОН – очень низкое значение, Н – низкое, С – среднее, В – высокое, ОВ – очень высокое, или в виде градаций расширенной шкалы с учетом промежуточных градаций: ОН-Н (между очень низким и низким значением), Н-С (между низким и средним),…, В-ОВ (между высоким и очень высоким). Кроме того, введем предельные градации: ООН (очень-очень низкое значение) и ООВ (очень-очень высокое). Обозначим p – возможность прерывания (сбоя) при записи на каждой части шкалы, которая ассоциируется с неисправным состоянием системы. Тогда возможность успешного решения задачи при использовании двузначных шкал составляет $P_2 = \bar{p}^{N/2}$, а при использовании k-значных шкал она составит $P_k = \bar{p}^{N/k}$, где $\bar{p}$ – градация, противоположная p, определяемая, как и выше, по принципу соответствия, а именно, если p = ОН, то $\bar{p}$ = ОВ, если p = Н, то $\bar{p}$ = В и т.д. В Табл. 3 приведены оценки возможности решения задачи при разных N и p, показывающие преимущество многозначной нечеткой шкалы по сравнению с двузначной. Это преимущество особенно заметно в задачах принятия решений по многим критериям, когда двузначный выбор заменяется многозначным.

Таблица 3.

Отношение P_k/P_2 в зависимости от N и p для $k = 9$

N	p				
	ОН	**Н**	**С**	**В**	**ОВ**
ОН	ООВ/ОВ$^{\text{ООН}}$	ООВ/В$^{\text{ООН}}$	ООВ/С$^{\text{ООН}}$	ООВ/Н$^{\text{ООН}}$	ООВ/ОН$^{\text{ООН}}$
Н	ООВ/ОВ$^{\text{ОН}}$	ООВ/В$^{\text{ОН}}$	ООВ/С$^{\text{ОН}}$	ООВ/Н$^{\text{ОН}}$	ООВ/ОН$^{\text{ОН}}$
С	ООВ/ОВ$^{\text{ОН-Н}}$	ООВ/В$^{\text{ОН-Н}}$	ООВ/С$^{\text{ОН-Н}}$	ООВ/Н$^{\text{ОН-Н}}$	ООВ/ОН$^{\text{ОН-Н}}$
В	ООВ/ОВ$^{\text{Н}}$ (ООВ/ОВ$^{\text{ОН-Н}}$)	ООВ/В$^{\text{Н}}$ (ООВ/В$^{\text{ОН-Н}}$)	ООВ/С$^{\text{Н}}$ (ООВ/С$^{\text{ОН-Н}}$)	ООВ/Н$^{\text{Н}}$ (ООВ/Н$^{\text{ОН-Н}}$)	ООВ/ОН$^{\text{Н}}$ (ООВ/ОН$^{\text{ОН-Н}}$)
ОВ	ООВ/ОВ$^{\text{Н-С}}$ (ООВ/ОВ$^{\text{Н}}$)	ООВ/В$^{\text{Н-С}}$ (ООВ/В$^{\text{Н}}$)	ООВ/С$^{\text{Н-С}}$ (ООВ/С$^{\text{Н}}$)	ООВ/Н$^{\text{Н-С}}$ (ООВ/Н$^{\text{Н}}$)	ООВ/ОН$^{\text{Н-С}}$ (ООВ/ОН$^{\text{Н}}$)

Примечание. Выражения в ячейках таблицы показывают взаимный масштаб величин. В скобках даны значения для $k = 5$; при совпадении указано одно значение.

Чтобы провести расчеты, разложим величины в ячейках Табл. 3 в ряды вида $(1-x)^{-m} = 1 + mx + \cdots$, где x, m – соответствующие нечеткие градации. Применяя правила нечеткой арифметики [4, с. 145], легко получить оценки для разных градаций N и p. При малых p достаточно использовать линейное приближение. Приведем приближенные оценки для характерных случаев. Для N = ОН, p = ОН имеем ООВ/ОВ$^{\text{ООН}}$ = ООВ + ООН = 1; для N = ОН, p = ОВ получаем ООВ/ОН$^{\text{ООН}}$ = ООВ + ООН = 1; для N = ОВ, p = ОН: ООВ/ОВ$^{\text{(Н-С)}}$ = ООВ +ООН = 1; для N = ОВ, p = ОВ: ООВ/ОН$^{\text{(Н-С)}}$ = 2,5. Для получения числовых значений полагалось ООН = 0; ОН = 0,1; (ОН-Н) = 0,2; Н = 0,3; (Н-С) = 0,4; С = 0,5; (С-В) = 0,6; В = 0,7; (В-ОВ) = 0,8; ОВ = 0,9; ООВ = 1. Из приведенных результатов следует, что отношение P_k/P_2 возрастает с увеличением N и p, причем зависимость от p более сильная, чем от N. Эффективность многозначного представления по сравнению с двузначным при малых N или p практически такая же, а при больших N и p возрастает в 2,5 раза. Следует учесть, что p, как правило, возрастает с N, и появляется дополнительный вклад, обусловленный взаимодействием этих величин, который в статье не рассматривался. Если информация представлена в логарифмической шкале, то имеем $P_k/P_2 = \bar{p}^{\log_k N - \log_2 N}$, и основные выводы сохраняются. Так как двузначное представление соответствует P-задачам, решаемым на детерминированной машине Тьюринга, а многозначное – NP-задачам, решаемым на недетерминированной машине Тьюринга, то можно заключить, что при высоких N и p недетерминированные машины эффективнее детерминированных.

Таким образом, полученные результаты позволяют определить оптимальную организацию системы для задач любой размерности независимо от числового контекста. Предлагаемый подход использует критерий эффективности достижения цели, который, в свою очередь, может зависеть от ряда факторов, как внешних, так и внутренних: ограничения со стороны внешних систем, уровень знаний, общий интерес, психологическая совместимость и т.п. Эта зависимость в статье не рассматривалась. Данный подход может применяться во многих областях, например, при решении задач методом декомпозиции.

Список литературы

1. **Винер Н.** Кибернетика. М.: Наука, 1983. 340 с.
2. **Клир Дж.** Системология. Автоматизация решения системных задач. М.: Радио и связь, 1990. 544 с.
3. **Романов В. Н.** Нечеткие модели в теории систем. СПб.: Горный университет, 2014. 123 с.
4. **Романов В. Н.** Нечеткие модели принятия решений // Альманах современной науки и образования. Тамбов: Грамота, 2013. № 5 (72). С. 144-147.
5. **Романов В. Н.** Нечеткие системы. СПб.: ЛЕМА, 2009. 183 с.

APPLICATION OF FUZZY MODELS IN CONSTRUCTING HIERARCHICAL ORGANIZATION OF SYSTEMS

Romanov Vadim Nikolaevich, Doctor in Technical Sciences, Professor
Saint Petersburg
vromanvpi@mail.ru

The article considers the problem of constructing the hierarchical organization of the system in fuzzy information environment. Using fuzzy models the author carried out calculations allowing determining the optimal organization of the system depending on the volume of data and the error value. It is shown that when there is a large amount of information in the conditions of uncertainty a multivalued representation is more efficient than a two-valued one. The use of information representation in the form of fuzzy gradations in calculations provides universal evaluation that is not dependent on numerical context, as well as the significant reduction of the complexity of analysis and calculations.

Key words and phrases: hierarchical organization; efficiency; stability and quality of system functioning; fuzzy models; multivalued representation; two-valued representation.