Чешкова Мира Артемовна

**МОДЕЛИ ТОРА**

В евклидовом пространстве рассматриваются две гладкие вектор-функции . Предполагается, что есть - периодические функции. Доказывается, что поверхность переноса есть тор. В работе приводится пример тора, отличного от классического, который получается при вращении окружности вокруг оси. Мы рассматриваем тор как поверхность переноса, которая получается при параллельном переносе одной окружности вдоль другой. Изучается инверсия тора. С помощью системы компьютерной математики строятся рассматриваемые поверхности.



Источник
**Альманах современной науки и образования**
Тамбов: Грамота, 2017. № 3 (117). C. 96-99. ISSN 1993-5552.
Адрес журнала: www.gramota.net/editions/1.html
Содержание данного номера журнала: www.gramota.net/materials/1/2017/3/

7. **Столбушкина Т. А.** Социальное партнерство и его роль в подготовке современного специалиста [Электронный ресурс] // Среднее профессиональное образование. 2008. № 7. URL: http://cyberleninka.ru/article/n/sotsialnoe-partnerstvo-i-ego-rol-v-podgotovke-sovremennogo-spetsialista (дата обращения: 27.02.2017).
8. **Шикина Е. А.** Особенности профессиональной ориентации выпускников школ: проблемы и решения [Электронный ресурс] // Современная экономика: проблемы, тенденции, перспективы. 2012. № 6. URL: http://cyberleninka.ru/article/n/osobennosti-professionalnoy-orientatsii-vypusknikov-shkol-problemy-i-resheniya (дата обращения: 10.12.2016).
9. **Education at a Glance 2010: OECD Indicators** [Электронный ресурс]. URL: www.oecd.org/edu/eag2010 (дата обращения: 16.03.2017).

**CAREER GUIDANCE ACTIVITY: STATE AND PROSPECTS OF DEVELOPMENT IN THE SYSTEM OF MODERN EDUCATION**

**Chaus Natal'ya Anatol'evna**, Ph. D. in Biology, Associate Professor
*Ussuriysk Agroindustrial College*
*chaus2008@mail.ru*

The problem of weak formation of professional intentions of the majority of people studying at educational institutions is investigated. The solution of this problem in the conditions of modern development of the world community, the Russian society and economic development of the Far Eastern region of Russia requires rethinking of conceptual approaches to organization of career guidance. The author examines the idea of creating an innovative career guidance area at the educational institution that provides training of specialists for the agroindustrial complex of the Far Eastern region of Russia.

*Key words and phrases:* career guidance activity; professional self-determination; innovative career guidance area; network interaction; agroindustrial complex.

---

УДК 514.75
**Физико-математические науки**

*В евклидовом пространстве $E^3$ рассматриваются две гладкие вектор-функции $U = U(u), V = V(v)$. Предполагается, что $U = U(u), V = V(v)$ есть $2\pi$-периодические функции. Доказывается, что поверхность переноса $r(u,v) = U(u) + V(v)$ есть тор. В работе приводится пример тора, отличного от классического, который получается при вращении окружности вокруг оси. Мы рассматриваем тор как поверхность переноса, которая получается при параллельном переносе одной окружности вдоль другой. Изучается инверсия тора. С помощью системы компьютерной математики строятся рассматриваемые поверхности.*

*Ключевые слова и фразы:* поверхность переноса; окружность; тор; периодические функции; гомотопия; инверсия.

**Чешкова Мира Артемовна**, к. ф.-м. н., доцент
*Алтайский государственный университет, г. Барнаул*
*cma41@yandex.ru*

## МОДЕЛИ ТОРА

В евклидовом пространстве $E^3$ рассмотрим поверхность переноса $M$ [2, с. 130; 4; 5, с. 315]

$$r(u,v) = U(u) + V(v), u \in [-\pi, \pi], v \in [-\pi, \pi], \tag{1}$$

где $U(u), V(v)$ – $2\pi$-периодические вектор-функции, причем кривые $U = U(u), V = V(v)$ не принадлежат одной плоскости и не вырождаются в отрезки прямой.

Формула (1) определяет [1, с. 75] модель тора.

Действительно,

$$r(-\pi, v) = U(-\pi) + V(v) = U(-\pi + 2\pi) + V(v) = r(\pi, v),$$

$$r(u, -\pi) = U(u) + V(-\pi) = U(u) + V(-\pi + 2\pi) = r(u, \pi).$$

Имеем склейку противоположных сторон прямоугольника $u \in [-\pi, \pi], v \in [-\pi, \pi]$ по точкам, лежащим на общей горизонтали, и одновременно склейку по точкам, лежащим на общей вертикали [Там же].

### Пример модели тора

Рассмотрим поверхность переноса $M$

$r(u,v) = (\cos(v), \sin(v) + \cos(u), \sin(u)), u \in [-\pi, \pi], v \in [-\pi, \pi]$. В нашем случае

$$U(u) = (0, \cos(u), \sin(u)), V(v) = (\cos(v), \sin(v), 0). \tag{2}$$

Кривые (2) есть окружности.

Построим поверхность переноса $M$ . Она является моделью тора (Рис. 1).

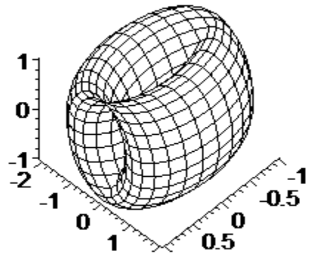


**Рис. 1.** *Тор* $M$

**Гомотопия, связывающая классический тор и тор** $M$

**Теорема.** *Пусть вектор-функции* $r_1 = r_1(u,v), r_2 = r_2(u,v)$ *определяют модель тора. Тогда вектор-функция* $r(u,v) = ar_1(u,v) + br_2(u,v), a,b = const, u \in [-\pi,\pi], v \in [-\pi,\pi]$ *также определяет модель тора, либо* $r(u,v) = 0$ .

**Доказательство.** Так как

$r_1(u,-\pi) = r_1(u,\pi), r_1(-\pi,v) = r_1(\pi,v),$

$r_2(u,-\pi) = r_2(u,\pi), r_{21}(-\pi,v) = r_{21}(\pi,v),$

то $r\,(u,-\pi) = r\,(u,\pi), r\,(-\pi,v) = r\,(\pi,v)$ .

Если $r(u,v) = 0$ , то отображение $r_2(u,v) \to r_1(u,v)$ – гомотетия.

Рассмотрим классический тор $T$ :

$r(u,v) = (2+\cos(u))(\cos(v),\sin(v),0) + \sin(u)(0,0,1),$

$u \in [-\pi,\pi], v \in [-\pi,\pi],$

и гомотопию [Там же, с. 142], связывающую тор $T$ и тор $M$ :

$r_t(u,v) = tr_1(u,v) + (1-t)r_2(u,v), t \in [0,1], u \in [-\pi,\pi], v \in [-\pi,\pi],$

где

$r_2(u,v) = (2+\cos(u))(\cos(v),\sin(v),0) + \sin(u)(0,0,1)$ ,

$r_1(u,v) = (\cos(v),\sin(v)+\cos(u),\sin(u))$ .

Построим ее, полагая $a = 0, a = 1/2, a = 3/4, a = 1$ (Рис. 2-5).

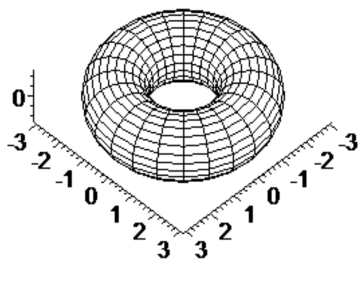


**Рис. 2.** *Гомотопия, связывающая тор* $T$ *и тор* $M$ , $a = 0$

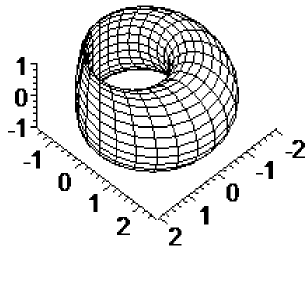


**Рис. 3.** *Гомотопия, связывающая тор* $T$ *и тор* $M$ , $a = 1/2$

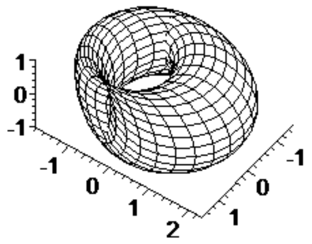


**Рис. 4.** *Гомотопия, связывающая тор* $T$ *и тор* $M$ *,* $a = 3,4$

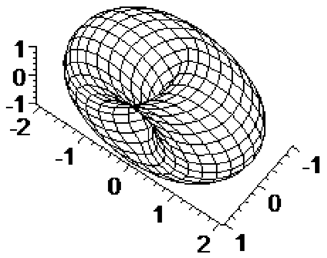


**Рис. 5.** *Гомотопия, связывающая тор* $T$ *и тор* $M$ *,* $a = 1$

## Торы $T^f, M^f$

**Теорема 2.** *Пусть вектор-функция* $r = r(u,v), u \in [-\pi,\pi], v \in [-\pi,\pi]$ *определяет модель тора, а функция* $f = f(u,v), u \in [-\pi,\pi], v \in [-\pi,\pi]$ *удовлетворяет следующим условиям:*

*1)* $f(u,v)$ *не обращается при* $u \in [-\pi,\pi], v \in [-\pi,\pi]$*;*

*2)* $f(-\pi,v) = f(\pi,v), f(u,-\pi) = f(u,\pi)$.

*Тогда вектор-функция* $r(u,v)^* = f(u,v)r(u,v)$ *также определяет модель тора.*

**Доказательство.** Непосредственно проверяется, что $r^*(-\pi,v) = r^*(\pi,v), r^*(u,-\pi) = r^*(u,\pi)$ .

Полученную поверхность обозначим $(..)^f$ .

Построим торы $T^f, M^f$, полагая $f = 2 + \cos(v)\cos(u)$ (Рис. 6-7).

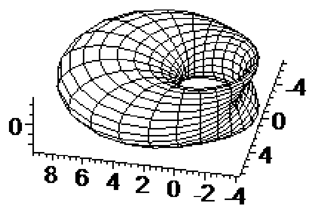


**Рис. 6.** *Тор* $T^f$ *,* $f = 2 + \cos(v)\cos(u)$

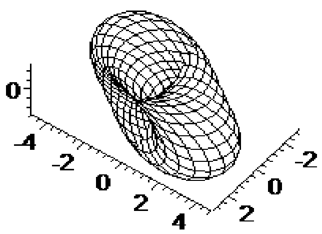


**Рис. 7.** *Тор* $M^f$ *,* $f = 2 + \cos(v)\cos(u)$

## Инверсия торов $T, M$

Рассмотрим инверсию [3, с. 482]

$$r^* - r_0 = \frac{m^2(r - r_0)}{< r - r_0, r - r_0 >} \tag{3}$$

относительно сферы радиуса $m$ с центром $r_0$.

**Теорема 3.** *Если тор не проходит через центр инверсии, то инверсия тора есть тор.*

**Доказательство.** Обозначим $\phi = < r - r_0, r - r_0 >$.

Так как $\phi(-\pi, v) = \phi(\pi, v), \phi(u, -\pi) = \phi(u, \pi), \phi \neq 0$, то $r^*(-\pi, v) = r^*(\pi, v), r^*(u, -\pi) = r^*(u, \pi)$. Поверхность $r^* = r^*(u, v)$ является моделью тора.

Построим тор $T$ (темный) и его инверсию $r_0 = (2,0,0), m = 2$, тор $M$ (темный) и его инверсию $r_0 = (2,0,2), m = 4$ (Рис. 8-9).

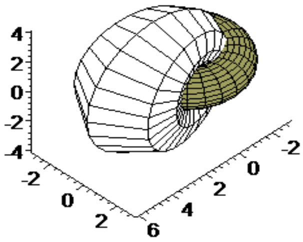


**Рис. 8.** *Инверсия тора* $T$

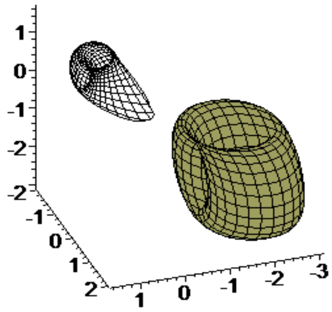


**Рис. 9.** *Инверсия тора* $M$

*Список источников*


1. **Борисович Ю. Г., Близняков Н. М., Израилевич Я. А., Фоменко Т. Н.** Ведение в топологию. М., 1995. 416 с.
2. **Кривошапко С. Н., Иванов В. Н., Халаби С. М.** Аналитические поверхности. М., 2006. 537 с.
3. **Розенфельд Б. А.** Многомерные пространства. М., 1966. 647 с.
4. **Чешкова М. А.** О поверхностях переноса в евклидовом пространстве // Математика и ее приложения: фундаментальные проблемы науки и техники: сборник трудов Всероссийской конференции / гл. ред. Н. М. Оскорбин. Барнаул, 2015. С. 36-40.
5. **Шуликовский В. И.** Классическая дифференциальная геометрия. М.: ГИФМЛ, 1963. 540 с.


## TORUS MODELS

**Cheshkova Mira Artemovna**, Ph. D. in Physical-Mathematical Sciences, Associate Professor
*Altai State University in Barnaul*
*cma41@yandex.ru*

Two smooth vector-functions $U = U(u), V = V(v)$ are considered in Euclidean space $E^3$. It is assumed that $U = U(u), V = V(v)$ are $2\pi$-periodic functions. It is proved that the transfer surface $r(u,v) = U(u) + V(v)$ is a torus. The paper gives an example of a torus that is different from the classical one, which is obtained by rotating a circle about an axis. The author considers the torus as transfer surface that is obtained by the parallel transfer of one circle along the other. Inversion of the torus is studied. The surfaces under consideration are constructed with the help of the computer mathematics system.

*Key words and phrases:* transfer surface; circle; torus; periodic functions; homotopy; inversion.