

Архиереев Николай Львович

**ОСНОВЫ ТЕОРЕТИКО-МНОЖЕСТВЕННОЙ СТРАТЕГИИ ФОРМАЛИЗАЦИИ И АКСИОМАТИЗАЦИИ НАУЧНОГО ЗНАНИЯ**

В статье анализируется проблема применения аксиоматического метода к характеристике структуры естественно-научных теорий, рассматриваются особенности применения понятия модели в смысле А. Тарского к аксиоматизации теорий математики и физики, выявляется специфика истолкования понятия истины при характеристике предложений естественно-научных теорий. Приводятся формулировки теоремы представления (репрезентации), лежащей в основе теории измерения и характеризующей классы допустимых моделей различных теорий.

Адрес статьи: [www.gramota.net/materials/3/2017/12-2/4.html](http://www.gramota.net/materials/3/2017/12-2/4.html)

Источник

**Исторические, философские, политические и юридические науки, культурология и искусствоведение. Вопросы теории и практики**

Тамбов: Грамота, 2017. № 12(86): в 5-ти ч. Ч. 2. С. 26-29. ISSN 1997-292X.

Адрес журнала: [www.gramota.net/editions/3.html](http://www.gramota.net/editions/3.html)

Содержание данного номера журнала: [www.gramota.net/materials/3/2017/12-2/](http://www.gramota.net/materials/3/2017/12-2/)

**© Издательство "Грамота"**

Информация о возможности публикации статей в журнале размещена на Интернет сайте издательства: [www.gramota.net](http://www.gramota.net)  
Вопросы, связанные с публикациями научных материалов, редакция просит направлять на адрес: [hist@gramota.net](mailto:hist@gramota.net)

## Список источников

1. **Архиереев Н. Л.** Философия науки Ч. С. Пирса и неопрагматизм [Электронный ресурс]. URL: <http://hmbul.ru/catalog/hum/phil/415.html> (дата обращения: 05.10.2017).
2. **Masterman M.** The Nature of a Paradigm // Criticism and the Growth of Knowledge / ed. by I. Lakatos, A. Musgrave. Cambridge: Cambridge University Press, 1970. P. 59-89.
3. **Putnam H.** What Theories Are Not // Logic, Methodology, and Philosophy of Science: Proceedings of the 1960 International Congress / ed. by E. Nagel, P. Suppes, A. Tarski. Stanford, CA: Stanford University Press, 1962. P. 240-251.
4. **Suppe F.** The Semantic Conception of Theories and Scientific Realism. Urbana: University of Illinois Press, 1989. 485 p.
5. **Suppe F.** Understanding Scientific Theories: An Assessment of Developments, 1969-1998 // Philosophy of Science. 2000. Vol. 67. P. 102-115.
6. **Suppes P.** A Comparison of the Meaning and Use of Models in Mathematics and the Empirical Sciences // The Concept and the Role of the Model in Mathematics and Natural and Social Sciences / ed. by J. Freudenthal. Dordrecht: Reidel, 1961. P. 163-177.
7. **Suppes P.** Introduction to Logic. Princeton: Van Nostrand, 1957. 330 p.
8. **Suppes P.** Models of Data // Logic, Methodology, and Philosophy of Science: Proceedings of the 1960 International Congress / ed. by E. Nagel, P. Suppes, A. Tarski. Stanford: Stanford University Press, 1962. P. 252-261.

## LOGICAL POSITIVISM AND MODERN FORMAL PHILOSOPHY OF SCIENCE

**Arkhieriev Nikolai L'vovich**, Ph. D. in Philosophy  
*Bauman Moscow State Technical University*  
*arkh-nikolaj@yandex.ru*

The article is devoted to the analysis of the strategy of scientific knowledge formalization and axiomatization, proposed within the framework of the logical positivism program. The paper discusses the relationship between the epistemic and formal-logical parts of the program. The main problems associated with the proposed (standard) method of formalizing scientific theories are formulated. The fundamental role of the logical positivism program in the development of modern formal philosophy of science and, in particular, in the development of the set-theoretic (semantic) strategy of scientific theories axiomatization is underlined.

*Key words and phrases:* standard interpretation of theory; standard formalization of theory; axiomatization of theory; postulates of theory; observed consequences; compliance rules; model of theory.

УДК 167.7

## Философские науки

*В статье анализируется проблема применения аксиоматического метода к характеристике структуры естественно-научных теорий, рассматриваются особенности применения понятия модели в смысле А. Тарского к аксиоматизации теорий математики и физики, выявляется специфика истолкования понятия истины при характеристике предложений естественно-научных теорий. Приводятся формулировки теоремы представления (репрезентации), лежащей в основе теории измерения и характеризующей классы допустимых моделей различных теорий.*

*Ключевые слова и фразы:* предикат; множество; аксиоматизация теории; модель теории; теорема представления; теория измерения.

**Архиереев Николай Львович**, к. филос. н.  
*Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана*  
*arkh-nikolaj@yandex.ru*

## ОСНОВЫ ТЕОРЕТИКО-МНОЖЕСТВЕННОЙ СТРАТЕГИИ ФОРМАЛИЗАЦИИ И АКСИОМАТИЗАЦИИ НАУЧНОГО ЗНАНИЯ

Отличительной особенностью логико-позитивистской программы обоснования научного знания было использование формальных, логико-математических методов реконструкции и анализа научного знания. Сама научная теория, независимо от её дисциплинарной принадлежности, трактовалась как множество предложений (высказываний), упорядоченных отношением логического следования. Связь между понятиями, входящими в состав фундаментальных постулатов теории, и непосредственно наблюдаемыми величинами осуществлялась при помощи особых предложений перевода. При этом, по крайней мере на ранних этапах развития логико-позитивистской программы анализа научного знания, отношение логического следования между высказываниями теории трактовалось как отношение формальной (синтаксической) выводимости, а в качестве языка, в котором должна быть осуществлена формальная реконструкция теории, рассматривался язык логики предикатов первого порядка с равенством (далее – Я.К.Л.П.-1=).

Критики формальной программы логического позитивизма неоднократно указывали на следующий факт: в силу ограниченности выразительных возможностей Я.К.Л.П.-1= его средствами невозможно отличить

желательные модели научной теории от нежелательных. Точнее, согласно теореме Лёвенгейма – Сколема о «повышении» мощности, если теория, сформулированная в счётном Я.К.Л.П.-1=, имеет хотя бы одну бесконечную модель, то она имеет и бесконечную модель произвольной мощности. Описать при этом подобные модели с точностью до изоморфизма в Я.К.Л.П.-1= не представляется возможным. Из этого следует, что значимые предложения теории (её аксиомы и теоремы) неизбежно будут оказываться истинными на предметных областях с «парадоксальными» свойствами, для описания которых теория изначально не предназначалась. Подобные нежелательные модели теории будут являться её потенциальными контрпримерами.

Серьёзные возражения вызывало и истолкование научных теорий только как множеств высказываний, упорядоченных отношением формальной выводимости. Если при описании сугубо формальных теорий чистой математики данную трактовку теории можно было считать приемлемой, то при анализе структуры теорий естественных и социальных наук она оказывалась чрезмерно узкой.

Если же, в свою очередь, определение научной теории как упорядоченного множества высказываний отвергалось, возникала следующая фундаментальная эпистемическая проблема: поскольку, согласно принципам логической семантики, предикаты истинности/ложности применимы лишь к высказываниям (предложениям, выражающим суждения), категория истины в формально-логическом её истолковании оказывалась принципиально неприменимой к анализу и характеристике теорий естественных и социальных наук.

В результате, по мнению критиков формальной программы логического позитивизма, реконструкция научных теорий в Я.К.Л.П.-1= представлялась не только неоправданно громоздкой в сугубо техническом плане, но и практически бесполезной при решении конкретных проблем философии науки.

Недостатки формальной программы логического позитивизма привели если не к полной дискредитации самой идеи использования формально-логических методов в философии науки, то, по крайней мере, к весьма сдержанной её оценке.

Между тем ещё с конца 50-х годов XX века в формальной философии науки развивался альтернативный способ аксиоматизации научных теорий, основанный на идее непосредственного описания класса предполагаемых (желательных) моделей некоторой теории.

Данный способ характеристики научной теории использует в качестве основного семантическое понятие модели теории в смысле А. Тарского, допускает (с определёнными оговорками) трактовку теорий как истинных или ложных в «корреспондентском» смысле и лишён большинства технических изъянов, обычно выделяемых критиками программы логического позитивизма.

Программными для работ данного направления стали идеи П. Суппеса [5-8].

Намеченная П. Суппесом стратегия обоснования научного знания была развита в работах Джозефа Снида, Вольфганга Бальцера, Карлоса Мулинеса [1], Б. ван Фраассена [9], Фредерика Саппа [3; 4], Стивена Френча, Ньютона да Косты [2] и ряда других авторов.

В англоязычной литературе по философии науки различные версии данной программы называются теоретико-множественными, теоретико-модельными, семантическими, структуралистскими.

При этом общими для различных версий данного подхода к анализу научного знания являются следующие положения.

Конкретная лингвистическая формулировка научной теории (её аксиоматизация в виде последовательности предложений некоторого формализованного языка) является второстепенной при её описании и идентификации. Наиболее эффективным способом идентификации теории является описание её структуры, характеризующей класс реальных и потенциальных моделей теории (в смысле А. Тарского). При этом структура теории может трактоваться как абстрактный теоретико-множественный предикат (Суппес, Снид, Бальцер, Мулинес), фазовое пространство (допустимых) состояний эмпирической области теории (ван Фраассен) или же как реляционная система, описывающая каузально допустимые изменения состояний физической системы (Сапп).

Поскольку структура теории в указанном выше смысле является объектом не лингвистическим, а теоретико-множественным, сам вопрос о её истинности/ложности является некорректным. Речь может идти лишь об истинности/ложности следующего фундаментального эмпирического утверждения соответствующей теории:

*между элементами предметной области теории (наблюдаемыми феноменами) и моделями теории, определяемыми её законами, существует некоторое соответствие, обеспечивающее адекватную репрезентацию реальности в моделях теории.*

Степень «строгости» упомянутого отношения соответствия (изоморфизм, частичный изоморфизм, гомоморфизм, более слабые варианты отношения «подобия») может варьироваться в различных версиях теоретико-модельной программы. Общим, однако, является следующий факт: в каждом конкретном случае лингвистическая формулировка законов теории не определяет точного типа данного отношения соответствия/отображения. Этот факт радикально отличает семантическую трактовку научных теорий от стандартной, в рамках которой теории рассматриваются как конъюнкции предложений – формулировок законов теории и правил соответствия, которые однозначно детерминируют способ проявления законов в наблюдаемых феноменах.

Согласно «классической» редакции теоретико-множественного подхода, изложенной в указанных работах П. Суппеса, именно понятие модели в смысле А. Тарского (а не понятие стандартной аксиоматизация теории в Я.К.Л.П.-1=) является общим как для структурных, логико-математических, так и для естественно-научных и социальных дисциплин.

В самом общем виде в формальной семантике под моделью теории обычно понимают некоторую возможную реализацию теории, выполняющую её аксиомы. В свою очередь, возможной реализацией теории

является теоретико-множественный объект соответствующего логического типа – например, упорядоченная последовательность элементов  $\langle D, R, F \rangle$ , где  $D$  – некоторое произвольное непустое множество объектов,  $R$  – непустое множество отношений различной местности, определённых на  $D$ ,  $F$  – множество (возможно, пустое) предметных функций (операций), определённых на  $D$ . Данная конструкция является моделью теории, если только все предложения (аксиомы) теории истинны при их интерпретации в терминах  $\langle D, R, F \rangle$ .

В естественных и социальных науках распространено понимание модели как определённого способа (символической или наглядной) репрезентации изучаемой области реальности – в этом случае говорят, к примеру, о модели определённой области наблюдаемых явлений или о модели данных.

По мнению П. Суппеса, формально-семантическое определение понятия модели охватывает и все нетривиальные варианты «репрезентирующего» использования данного понятия. К примеру, моделью алгебраической теории групп можно считать упорядоченную пару элементов  $\langle A, \circ \rangle$ , выполняющую все аксиомы теории групп, где  $A$  есть непустое множество,  $\circ$  – заданная на нём бинарная операция с соответствующими свойствами. Модели естественно-научных, в частности физических, теорий могут быть описаны в тех же терминах.

Так, П. Суппесом была предложена естественная теоретико-множественная аксиоматизация классической механики, осуществлённая им на базе шести исходных понятий:  $P$  – непустое множество частиц,  $T$  – множество действительных чисел, соответствующее моментам времени,  $s$  – функция координаты, определённая на декартовом произведении  $P \times T$ ,  $g$  – функция силы, также определённая на  $P \times T$ ,  $m$  – функция массы, определённая на множестве  $P$ ,  $f$  – функция силы, определённая на декартовом произведении элементов  $P$ ,  $T$  и множества натуральных чисел. Возможной реализацией классической механики как теории будет в этом случае упорядоченная шестёрка элементов  $(P, T, s, m, f, g)$  соответствующего логического типа, а моделью этой теории – упорядоченная шестёрка  $(P, T, s, m, f, g)$ , выполняющая все аксиомы (основные законы) классической механики [6, р. 291-304].

Таким образом, в самом общем виде модель теории в качестве своих составляющих элементов будет содержать некоторое базовое (непустое) множество объектов и набор отношений и функций, заданных на этом множестве. Вопрос о том, какой тип моделей – «репрезентирующий» или формально-семантический – «более фундаментален», является несущественным в силу их структурного тождества. Более того, различие между моделями указанных типов обнаруживается только при явной фиксации онтологии предметной области теории  $D$ .

При теоретико-множественной аксиоматизации теории говорить о её *истинности* можно, по крайней мере, в двух различных смыслах:

1) истинность может пониматься сугубо формально как выполнимость предложений теории в некоторой модели в смысле А. Тарского. Данное понимание истинности может быть названо «внутренним», поскольку в этом случае собственно эмпирическое содержание теории может и не играть решающей роли. Поскольку между предложениями теории, модели которых относятся к одному и тому же логическому типу, можно обычным образом устанавливать основные виды отношений по логическим формам – их совместимость/несовместимость по истинности и ложности, наличие/отсутствие отношения логического следования и т.д., – данное понимание истинности можно также назвать «горизонтальным»;

2) под истинностью/ложностью теории может пониматься истинность/ложность её упомянутого выше фундаментального эмпирического утверждения, декларирующего некоторое структурное соответствие между моделями теории и моделями наблюдаемых феноменов (моделями данных). Данное понимание истинности теории является «внешним», поскольку непосредственно относится к проблеме «состоятельности» теории и зависит от успешности репрезентации предметной области теории в её моделях. Поскольку при решении вопроса об истинности теории во втором смысле речь идёт об оценке иерархии её моделей различного уровня, данное понимание истинности можно также назвать «вертикальным».

В трактовке П. Суппеса понятие «внешней» истинности теории также формально по своей природе, однако гораздо сложнее понятия «внутренней» истинности, поскольку предполагает использование *математической теории измерения и доказательство* фундаментальной для данного способа аксиоматизации теорий *теоремы представления* (репрезентации).

В рамках теории измерения точным образом устанавливается способ перехода от качественных по своей природе наблюдений к количественно точным утверждениям эмпирических наук. Способ подобного перехода фиксируется при помощи аксиоматизации соответствующей алгебры экспериментальных процедур.

На основе аксиоматизированной теории измерения некоторой эмпирической величины доказывается теорема представления для эмпирических и численных моделей этой теории, устанавливающая следующий факт: любая эмпирическая модель теории структурно соответствует некоторой её численной модели. Под структурным соответствием могут пониматься отношения эквивалентности (изоморфизма) или «более слабые» отношения гомоморфизма и погружаемости между моделями.

Именно факт существования подобного структурного соответствия оправдывает «применение чисел к вещам». Для корректного использования математических моделей некоторых эмпирических феноменов необходимо предварительно доказать, что структура некоторого множества феноменов с заданными на нём эмпирическими операциями и отношениями идентична структуре некоторого множества чисел с заданными на нём арифметическими операциями и отношениями. Понятия изоморфизма, гомоморфизма и т.д. и являются конкретными экспликациями качественного понятия идентичности [Ibidem, р. 266].

В общем случае под теоремой представления имеется в виду следующее утверждение.

Пусть  $M$  есть множество всех моделей некоторой теории,  $A$  – некоторое выделенное (конечное) подмножество  $M$ . Доказательство теоремы представления для  $M$  относительно  $A$  состоит в доказательстве утверждения,

что для произвольной модели данной теории из  $M$  существует изоморфная ей модель, принадлежащая  $A$ . Иными словами, любая возможная модель данной теории представлена некоторой моделью из ограниченного (конечного) множества  $A$  (число возможных видов моделей теории конечно). Примером подобной теоремы является теорема алгебры, доказывающая, что любая группа изоморфна группе перестановок. Если множество  $A$  оказывается одноэлементным, это означает, что любые две модели теории изоморфны друг другу. В этом случае теория называется категоричной (примером категоричной теории является элементарная теория чисел, использующая стандартное определение множества).

По мнению сторонников теоретико-множественной стратегии аксиоматизации теории, одной из основных технических ошибок «стандартной трактовки» теории было именно игнорирование наличия целой иерархии моделей, расположенной «между» постулатами фундаментальной теории и её предметной областью, в силу чего непосредственное сопоставление теоретических и наблюдаемых терминов на основе правил соответствия невозможно.

Доказательство теоремы представления для классов моделей различного уровня является необходимым условием теоретико-множественной аксиоматизации некоторой теории. Данная аксиоматизация заключается (в самом общем виде) в построении некоторой единой «порождающей» структуры (теоретико-множественного предиката) с параметрами, посредством спецификации которых можно описать все допустимые модели соответствующей теории.

В качестве языка аксиоматизации теории может использоваться язык теории множеств (неформальной или аксиоматической), языки логики предикатов неэлементарного порядка или же язык математической теории категорий.

*Первый вариант*, технически наиболее простой, используется в классических работах П. Суппеса, а также в работах Ньютона да Косты и Стивена Френча. На несколько иной, хотя и схожей технике основаны и семантические версии формальной философии науки, представленные в работах Б. ван Фраассена и Ф. Сапа.

*Второй вариант*, намеченный ещё в поздних работах сторонников «стандартной трактовки» научной теории, в первую очередь Р. Карнапа, был полностью реализован в работах представителей «структуралистского» направления в философии науки – Д. Снида, В. Штегмюллера, В. Бальцера, К. Мулинеса.

*Третий*, технически наиболее сложный, вариант реализуется в работах Х. Халворсона, Дж. Ламбека, У. Ловиера и др.

Относительно всех указанных версий теоретико-модельной стратегии обоснования научного знания справедливы следующие утверждения: данная техника аксиоматизации научных теорий является гораздо более гибкой, чем стандартная аксиоматизация теорий в Я.К.Л.П.-1=, в большей степени соответствует процедурам построения теорий, применяемым в реальной научной практике, и плодотворно используется при анализе структуры и динамики как естественно-научных, так и социальных теорий.

#### Список источников

1. **Balzer W., Moulines C., Sneed J.** An Architectonic for Science. The Structuralist Program. Dordrecht: Reidel Publishing Company, 1987. 439 p.
2. **Da Costa N., Frensh S.** Science and Partial Truth. A Unitary Approach to Models and Scientific Reasoning. Oxford: Oxford University Press, 2003. 259 p.
3. **Suppe F.** The Semantic Conception of Theories and Scientific Realism. Urbana: University of Illinois Press, 1989. 485 p.
4. **Suppe F.** Understanding Scientific Theories: An Assessment of Developments, 1969-1998 // Philosophy of Science. 2000. Vol. 67. P. 102-115.
5. **Suppes P.** A Comparison of the Meaning and Use of Models in Mathematics and the Empirical Sciences // The Concept and the Role of the Model in Mathematics and Natural and Social Sciences / ed. by J. Freudenthal. Dordrecht: Reidel, 1961. P. 163-177.
6. **Suppes P.** Introduction to Logic. Princeton: Van Nostrand, 1957. 330 p.
7. **Suppes P.** Measurement, Empirical Meaningfulness and Three-valued Logic // Measurement: Definitions and Theories / ed. by C. West Churchman and P. Ratoosh. Wiley – N. Y., 1959. P. 129-143.
8. **Suppes P.** Models of Data // Logic, Methodology, and Philosophy of Science. Proceedings of the 1960 International Congress / ed. by E. Nagel, P. Suppes, and A. Tarski. Stanford: Stanford University Press, 1962. P. 252-261.
9. **Van Fraassen B.** The Scientific Image. N. Y.: Oxford University Press, 1980. 248 p.

#### THE BASIC PRINCIPLES OF SET-THEORETIC STRATEGY OF FORMALIZATION AND AXIOMATIZATION OF SCIENTIFIC KNOWLEDGE

**Arkhiereev Nikolai L'vovich**, Ph. D. in Philosophy  
Bauman Moscow State Technical University  
arkh-nikolaj@yandex.ru

The article analyzes the problem of applying the axiomatic method to the characteristic of the structure of natural scientific theories, considers the peculiarities of the application of the model notion in the sense of Tarski to the axiomatization of the theories of mathematics and physics, reveals the specifics of the interpretation of the truth notion when characterizing the proposals of natural scientific theories. The formulations of the representation theorem underlying the measurement theory and characterizing the classes of admissible models of various theories are given.

*Key words and phrases:* predicate; set; axiomatization of theory; model of theory; representation theorem; measurement theory.